

Ivo Vaicis

MEHĀNISKO SISTĒMU ELEMENTU FORMAS OPTIMIZĀCIJA, IEVĒROJOT NENOTEIKTĪBU

Promocijas darbs



RĪGAS TEHNISKĀ UNIVERSITĀTE

Mašīnzinību, transporta un aeronautikas fakultāte

Mehānikas un mašīnbūves institūts

Ivo Vaicis

Doktora studiju programmas “Inženiertehnika, mehānika un mašīnbūve” doktorants

**MEHĀNISKO SISTĒMU ELEMENTU FORMAS OPTIMIZĀCIJA,
IEVĒROJOT NENOTEIKTĪBU**

Promocijas darbs

Zinātniskie vadītāji

Profesors Dr. sc. Ing.

ALEKSANDRS JANUŠEVSKIS

Profesors Dr. sc. Ing.

JĀNIS AUZIŅŠ

Rīga 2022

PATEICĪBAS VĀRDI

Par atbalstu promocijas darba tapšanā vēlos izteikt pateicību ilggadējam Mehānikas institūta direktoram prof. Dr. habil.sc.ing. Jānim Vībam, darba vadītājiem profesoram Dr.sc.ing. Aleksandram Januševskim un profesoram Dr.sc.ing. Jānim Auziņam.

Tāpat pateicos par atbalstu docentam Dr.sc.ing. Ilmāram Vīksnem un RTU Starptautiskās sadarbības un ārzemju studentu departamenta vadītājam profesoram Dr.sc.ing. Igoram Tipānam.

Ivo Vaicis

ANOTĀCIJA

Šajā promocijas darbā izstrādāta jauna metode mehānisko elementu formas optimizācijai, ievērojot šo elementu mijiedarbību ar daudzfāzu nenoteiktības vidi, kuras aproksimācijas modelis sasniedz ievērojamu brīvības pakāpju (DOF) skaitu (t.i., vairāk kā miljons: $>10^6$). Aplūkojamā vide ietver:

- gāzes (gaisa) molekulu plūsmu;
- beramo vielu (granulu) kustību;
- putekļu mākonī.

Savukārt elementu formas var būt vienpusīgas vai divpusīgas telpiskas virsmas, kuras apraksta ar analītiskiem saišu vienādojumiem. Izstrādātā metode paredzēta šādu nenoteiktību ievērošanai:

- granulārā materiāla mehānisko īpašību nenoteiktība (Elastības modulis, Puasona koeficients);
- granulu formas nenoteiktība (lodes, elipsoīdi u.c.);
- granulu izmēru nenoteiktība (no 0.0001 līdz 0.1 m);
- putekļu mākoņa nenoteiktība;
- daļiņu blīvuma nenoteiktība.

Jaunā metode pielietojama visdažādāko tehnoloģisko procesu analīzē, optimizācijā un sintēzē. Promocijas darbā jaunās metodes pielietojums aprobētas tādās iekārtās, kā:

- beramas vielas vienpusīgas mijiedarbības analīzē ar plakni;
- beramas vielas ass simetriska bunkura viena konusa formas optimizācijā;
- beramas vielas ass simetriska bunkura trīs konusu formas optimizācijā.

Promocijas darbā analizēts putekļu veidošanās process granulārā materiāla pārkraušanas laikā. Putekļu veidošanās rada vides piesārņojumu, materiāla zudumus un atsevišķos gadījumos arī eksplozijas riskus. Tādēļ ir svarīgi samazināt putekļu veidošanās risku. Daļiņu segregācijas analīzei tiek izmantota datormodelēšanai izmantojot DEM (*Diskrēto elementu metodi*).

Promocijas darba pirmajā nodaļā tiek apskatīta metamodelēšanas pieeja lielu brīvības pakāpju (DOF) skaita sistēmu analīzei. Aprakstīti praksē visbiežāk lietotie eksperimentu plāni, kā piemēram, pilnie faktoru, ortogonālie un Latīņu hiperkuba plāni. Nodaļā aprakstīti kritēriji eksperimentu plānu izvēlē. Veikts apskats par metamodelēšanas pieejām, piemēram, atbildes virsmas metodi, kura tiek tālāk izmantota šajā promocijas darbā.

Otrajā nodaļā aprakstītas plaši lietotas optimizācijas metodes – topoloģijas un formas optimizācija, kā arī robusto optimizāciju, ietverot nenoteiktību. Sagatavots materiāls, kas tālāk izmantots šajā promocijas darbā.

Promocijas darba trešajā nodaļā aprakstīta datormodelēšana ar diskrēto elementu metodi (DEM). Apskatīta nepārtrauktu materiālu modelēšana, kā arī diskrētu granulāru materiālu plūsmas modelēšana, kura arī tiek izmantota materiāla caurplūdes analizēšanai bunkurā. Šajā nodaļā apskatīta parametru, kā piemēram, laika soļa DEM simulācijās un simulācijās izmantotie daļiņu savstarpējie mijiedarbības modeļi. Nodaļas beigās veikts apskats par praksē plaši lietotām programmām, kuras balstītas uz DEM.

Ceturtajā nodaļā aprakstīti granulārā materiāla segregācijas modeļi – pēc daļiņu izmēra, formas, blīvuma. Apskatīti visbiežāk novērojami segregācijas veidi bunkuros, kā arī

segregācija pie svārstībām dažādos virzienos. Šajā nodaļā aprakstītas nenoteiktības granulārā materiāla mehāniskajās īpašībās, kurām ir būtiska ietekme uz daļiņu sadalījumu maisījumā.

Promocijas darba piektajā nodaļā veikti datoreksperimenti, lai noteiktu gaisa pretestības un daļiņu ierosinātās gaisa kustības ietekmi uz granulārā materiāla segregāciju. Veikts fizikālais un skaitliskais eksperiments bunkura caurplūdei, atkarībā no vertikālo svārstību bezdimensiju paātrinājuma, lai novērtētu skaitlisko modeļu precizitāti. Izmantoti dažādi eksperimentu plāni, lai iegūtu metamodeļus un analizētu granulārā materiāla segregāciju bunkura izplūdē atkarībā no svārstību frekvences, amplitūdas un bunkura ģeometriskajiem raksturlielumiem. Iegūts jauns radiālās segregācijas modelis, kur radiāla segregācija bunkura izplūdē ir atkarīga no svārstību frekvences un amplitūdas.

ABSTRACT

New method of mechanical element shape optimization, considering those element interaction with multiphase uncertainty environment in which approximation model reaches significant amount of degrees of freedom (more than million: $>10^6$) is developed in this dissertation.

Considered environment covers:

- a flow of gas (air) molecules;
- the movement of bulk (granular) material;
- a dust cloud.

The shapes of the elements may be one-sided or two-sided spatial surfaces described by analytical bond equations. The method developed is designed to accommodate such uncertainties:

- uncertainties in the mechanical properties of the granular material (modulus of elasticity, Poisson's ratio);
- uncertainty in the shape of the particles (sphere, ellipsoid, etc.);
- uncertainty of particle size (from 0.0001 to 0.1 m);
- dust cloud uncertainty;
- uncertainty in particle density.

The new method can be applied in the analysis, optimisation and synthesis of a wide range of technological processes. In the thesis the application of the new method is validated in:

- analysis of the one-sided interaction of a bulk material with a plane;
- in the optimisation of the single cone shape of an axisymmetric bunker of bulk solids;
- optimisation of the three cone shape of a symmetric bunker of a bulk axis.

The dissertation analyses the process of dust formation during the handling of granular material. Dust formation causes environmental pollution, material waste and, in some cases, explosion risks. It is therefore important to reduce the risk of dust formation. For the particle segregation analysis, computer modelling using DEM (*Discrete Element Method*) is used.

In the first chapter of the dissertation analysis of metamodelling approaches for system with large number of DOF (*Degrees of Freedom*) are reviewed. The most commonly used designs of experiments in practice, such as full factorial, orthogonal and Latin hypercube designs, are described. The chapter describes the criteria for the selection of designs of experiments. A review of metamodelling approaches, such as the response surface method, which is further used in this thesis, is carried out.

Second chapter is dedicated to optimization methods – topology and shape optimization, robust shape optimization considering uncertainty is discussed.

In third chapter DEM approach is described. Review about modelling of continuous materials and discrete materials, which is used in this work, is performed. Selection of time step, particle contact models and other parameters in DEM are discussed. End of chapter includes review about of most popular software used in DEM modelling.

Fourth chapter contains discussion about segregation models in granular materials – by particle size, shape and density. Most often observed segregation models in hoppers are

described. Influence of vertical and horizontal vibration on material segregation is discussed. At the end of chapter uncertainty due to mechanical properties of granular material is reviewed.

In fifth chapter computer simulations are performed to analyse impact from air resistance and particle induced air motion on granular material segregation. Physical and numerical experiments for hopper discharge subjected to vertical vibrations with various non-dimensional acceleration are performed to validate numerical models. Different orthogonal designs of experiments are used to obtain metamodels, which are used to analyse granular material segregation at the hopper outlet nozzle dependent from vibrational frequency, amplitude and geometrical parameters of hopper construction. New segregation model is obtained, where segregation of particles in mixture, in radial direction depends from the vertical vibration frequency and amplitude.

SATURA RĀDĪTĀJS

ANOTĀCIJA	3
ABSTRACT	5
TĒMAS AKTUALITĀTE	10
DARBA MĒRĶIS UN GALVENIE UZDEVUMI	10
PĒTĪJUMA OBJEKTS	11
PĒTĪJUMA HIPOTĒZES	11
ZINĀTNISKĀ NOVITĀTE	11
DARBA REZULTĀTU PRAKTISKĀ IZMANTOŠANA.....	11
PUBLIKĀCIJAS	12
DARBA STRUKTŪRA UN GALVENIE REZULTĀTI.....	14
IEVADS	15
1. METAMODELĒŠANAS METODES UN EKSPERIMENTU PLĀNU IZVEIDOŠANA FORMAS OPTIMIZĀCIJAI, IEVĒROJOT NONOTEIKTĪBU	16
1.1. Metamodelēšanas metodes	17
1.3. Atbildes virsmas metode	18
1.4. Eksperimentu plāni.....	19
1.4.1. Klasiskie eksperimentu plāni	20
1.4.2. Latīņu hiperkuba plāni	23
1.4.3. Latīņu hiperkuba plāni ar ortogonālajiem masīviem.....	25
1.5. Metamodeļa validācija	27
1.6. Secinājumi.....	30
2. MEHĀNISKO SISTĒMU KONSTRUKCIJAS ELEMENTU OPTIMIZĀCIJA, IEVĒROJOT NENOTEIKTĪBU	31
2.1. Optimizācijas pieejas.....	31
2.2. Topoloģijas optimizācija	31
2.3. Formas optimizācija	33
2.3.1. Daudzkriteriāla optimizācija	34
2.4. Optimizācija ietverot nenoteiktību	35
2.5. Secinājumi.....	35
3. DISKRĒTO ELEMENTU METODES SAGATAVOŠANA UN PIELIETOJUMS MEHĀNISKO ELEMENTU FORMAS OPTIMIZĀCIJAI	36
3.1. Ievads	36
3.2. Diskrēto metožu modelēšanas pieejas.....	37
3.2.1. Nepārtrauktu materiālu modelēšana	37
3.2.2. Granulāra materiāla plūsmas modelēšana ar diskrētiem elementiem	38
3.3. Granulāro daļiņu modelēšana.....	39
3.3.1. Daļiņu kinemātika	39
3.3.2. Mijiedarbības spēki	40
3.3.3. Slāpēšanas spēki	42
3.3.4. Laika soļa izvēle DEM.....	42
3.3.5. Ģeometrija modelēšana	43
3.4. Mijiedarbības spēki un kontakta modeļi	44

3.4.1. Herca – Mindlina modelis (bez berzes).....	44
3.4.2. Herca – Mindlina modelis ar rites berzi atkarībā no relatīvā ātruma	46
3.4.3. Herca – Mindlina modelis ar Archarda nodilumu.....	47
3.4.4. Herca – Mindlina modelis ar saitēm	48
3.4.5. Herca – Mindlina kontakta modelis ar siltumvadīšanu	49
3.4.6. Herca - Mindlina kontakta modelis ar JKR kohēziju.....	49
3.4.7. Histerēzes atsperes kontakta modelis	50
3.4.8. Lineāras atsperes modelis ar slāpēšanu	51
3.5. DEM skaitliskā modelēšana	52
3.6. DEM programmatūru apskats	54
3.7. Secinājumi.....	56
4. GRANULĀRĀ MATERIĀLA SEGREGĀCIJAS KOMPLEKSIE PĒTĪJUMI.....	57
4.1. Segregācijas veidi.....	57
4.2. Vertikālu svārstību ierosināta segregācija.....	58
4.3. Horizontālu svārstību ierosināta segregācija.....	61
4.4. Segregācija granulārā materiāla plūsmā pa slīpu plakni	62
4.5. Segregācija rotējošā cilindrā	62
4.6. Nenoteiktība granulārā materiāla parametros	63
4.6.1. Daļiņu formas un izmēra nenoteiktība	64
4.6.2. Nenoteiktība granulārā materiāla mehāniskajās īpašībās.....	66
4.6. Secinājumi.....	67
5. PĀRKRAUŠANAS BUNKURA FORMAS OPTIMIZĀCIJA, IEVĒROJOT NENOTEIKTĪBU UN RADIĀLĀS SEGREGĀCIJAS ANALĪZE	68
5.1. Bunkura konstrukcija	68
5.2. Radiālās segregācijas analīze	69
5.3. Granulāro daļiņu kustības ierosinātās gaisa plūsmas analīze.....	72
5.4. Granulārā materiāla caurplūdes analīze pie vertikālām bunkura svārstībām.....	78
5.5. Daļiņu mehānisko īpašību ietekme uz segregāciju	84
5.6. Vertikālo svārstību ietekme uz daļiņu segregāciju bunkura izplūdē.....	87
5.6.1. Otrās kārtas eksperimentu plāns ar 17 mēģinājumiem.....	87
5.6.2. Otrās kārtas ortogonālais eksperimentu plāns ar 15 mēģinājumiem.....	90
5.6.2.1. Nenoteiktības ietekmes vērtējums.....	93
5.7. Bunkura izplūdes leņķa un svārstību ietekme uz daļiņu segregāciju bunkura izplūdē. 94	
5.7.1. D-optimālais LH eksperimentu plāns ar 51 mēģinājumu.....	94
5.7.1.1. Nenoteiktības ietekmes vērtējums.....	98
5.7.2. Trešās kārtas ortogonālais eksperimentu plāns ar 129 mēģinājumiem	98
5.7.2.1. Nenoteiktības ietekmes vērtējums.....	101
5.8. Bunkura formas optimizācija	102
5.8.1. Nenoteiktības ietekmes vērtējums.....	105
5.9. Secinājumi.....	106

6. SECINĀJUMI.....	107
LITERATŪRAS SARAĶSTS	108
PIELIKUMI	114
1. Pielikums.....	115
2. Pielikums.....	116
3. Pielikums.....	119

TĒMAS AKTUALITĀTE

Zinātnē, tehnikā un tehnoloģiskajos procesos formas optimizācija ir trešais, visaugstākais līmenis optimizācijas problēmu risināšanā (pirmie divi līmeņi ir: parametru optimizācija, tad - procesu vadības optimizācija). Šāda līmeņa problēmu optimizācijai veltīts dotais darbs, kas atšķiras ar to, ka mehāniskās sistēmas mijiedarbībās ievērotas tehnoloģiskā procesa nenoteiktības. Dotajā darbā sākotnējo miljoniem lielo mijiedarbību un brīvības pakāpju skaitu ($\sim \infty DOF > 10^6$) ir reducēts uz vairāku kārtu mazāku DOF skaitu uzdevumu, pielietojot: metamodeļus (modelis – modelī), eksperimentālo datu aproksimācijas modeļus, modernās datorprogrammas - SolidWorks, ANSYS un EDEMS.

Formas optimizācijai ir liela loma dažādu jaunu produktu izstrādē, kā arī esošo produktu uzlabošanai. Formas optimizācija ļauj atrast optimālus produkta parametrus, sabalansējot produkta izmaksas. Izmantojot uz metamodeļiem bāzētu formas optimizāciju iespējams būtiski samazināt mašīnrēķināšanas laikus, ātrāk sagatavot produktu ražošanai, kā arī optimizēt ražošanas izmaksas, efektīvi plānojot materiāla izlietojumu.

Šajā darbā kā bāzes pētījums un jaunās metodes ilustrācija, tiek parādīta un analizēta pārkraušanas bunkura un granulārā materiāla ietekme uz putekļu veidošanās procesu materiāla pārkraušanas laikā. Putekļu veidošanās saistās ar pastiprinātu gaisa piesārņojumu, kam īpaši būtiska nozīme ir industriālajās teritorijās, kas izvietotas tuvu pilsētām. ES īpaši aktuāla ir videi draudzīgu tehnoloģiju izstrāde, samazinot dabas, pilsētvides piesārņojumu, kā arī dabas resursu efektīva izmantošana.

DARBA MĒRĶIS UN GALVENIE UZDEVUMI

Darba mērķis ir izstrādāt jaunu metodi mehānisko sistēmu elementu formas optimizācijai, ievērojot šo elementu mijiedarbību ar daudzfāzu nenoteiktības vidi, kuras aproksimācijas modelis sasniedz ievērojamu brīvības pakāpju (DOF) skaitu (t.i., vairāk kā miljonu: $>10^6$). Lai sasniegtu darba mērķi, atrisināti sekojoši uzdevumi:

1. Veikta metamodelēšanas metodes un eksperimentu plānu izveidošana formas optimizācijai, ievērojot nenoteiktības, kuri izmantoti datormodelēšanā ar programmu EDEM.
2. Izpētīti mehānisko sistēmu konstrukcijas optimizācijas gadījumi, ievērojot tehnoloģiskā procesa nenoteiktību.
3. Izveidots datormodelēšanas diskreto elementu metodes (DEM) pielietojums mehānisko sistēmu elementu formas optimizācijai, ievērojot nenoteiktības. Izveidota eksperimentālā iekārta fizikālo eksperimentu veikšanai un skaitlisko modeļu validēšanai.
4. Veikta mehānisko sistēmu elementu formas optimizācija, ievērojot nenoteiktības, kas saistītas ar granulārā materiāla mehāniskajām īpašībām.
5. Izveidots algoritms kompleksai pārkraušanas bunkura formas optimizācijai, ievērojot nenoteiktības, kas pielietots radiālās segregācijas analīzē.

PĒTĪJUMA OBJEKTS

Pētījuma objekts ir mehāniskā sistēma, kuras elementi mijiedarbojas ar daudzfāzu nenoteiktības vidi. Vides aproksimācijas modelis sasniedz ievērojamu brīvības pakāpju (DOF) skaitu (t.i., vairāk kā miljonu: $>10^6$). Aplūkojamā vide ietver:

- gāzes (gaisa) molekulu plūsmu;
- beramo vielu (granulu) kustību;
- putekļu mākonī.

Savukārt elementu formas var būt vienpusīgas vai divpusīgas telpiskas virsmas, kuras apraksta ar analītiskiem saišu vienādojumiem.

PĒTĪJUMA HIPOTĒZES

Promocijas darbā tiek izvirzītas sekojošas hipotēzes:

1. Ar metamodelēšanas metodi iespējams aprakstīt daudzfāzu, daudz brīvības pakāpju (t.i., vairāk kā miljons: $>10^6$). nenoteiktības vidi;
2. Modernās datorprogrammas atļauj aprakstīt “mikro” pasaulē sīko materiālo objektu mijiedarbības, saskaņā ar klasiskās mehānikas likumiem “makro” pasaulē;
3. Formas optimizācija segregācijas procesā ļauj iegūt beramo vielu pārkraušanas procesu, kas pilnīgi novērš putekļu izplūdi apkārtējā vidē.

ZINĀTNISKĀ NOVITĀTE

Zinātnisko darba novitāti nosaka šādi rezultāti:

1. promocijas darbā izstrādāta jauna metode mehānisko sistēmu elementu formas optimizācijai, ievērojot šo elementu mijiedarbību ar daudzfāzu nenoteiktības vidi;
2. promocijas darba rezultāti ir pielietojami vides aizsardzības jomā, lai samazinātu putekļu veidošanos granulārā materiāla pārkraušanas laikā;
3. izveidots skaitliskais modelis granulārā materiāla mijiedarbībai ar ģeometriskajiem elementiem, izmantojot DEM;
4. atrasts jauns radiālas segregācijas modelis, kurš apraksta daļiņu varbūtības blīvuma sadalījumu bunkura izplūdē. Izstrādātais modelis ļauj analizēt un noteikt putekļu veidošanos bunkura izplūdē;
5. izveidoti metamodeļi bunkura formas optimizācijai, ietverot tādus parametrus kā, bunkura vertikālo svārstību frekvenci un amplitūdu. Metamodeļu izveidei lietoti ortogonālie eksperimentu plāni un Ležandra polinomi.

DARBA REZULTĀTU PRAKTISKĀ IZMANTOŠANA

Darbā iegūtajiem rezultātiem ir praktisks pielietojums gan zinātnē, gan inženiertehnikā:

1. rezultāti pielietojami mehānismu un iekārtu izstrādāšanai, kas paredzētas putēšanas samazināšanai granulārā materiāla pārkraušanas laikā;
2. rezultāti var tikt izmantoti granulārā materiāla segregācijas pēc daļiņu izmēra analīzei un skaitliskai novērtēšanai;
3. izstrādātā eksperimentālā iekārta izmantojama pētījumiem un laboratorijas darbos, vertikālo svārstību ietekmes novērtēšanai uz granulārā materiāla segregāciju un granulārā materiāla caurplūdi bunkurā.

PUBLIKĀCIJAS

Publikācijas, kas indeksētas SCOPUS vai Web of Science datubāzēs:

1. **Vaicis I.**, Spade K., Janushevskis A., Boiko A. Experimental Analysis of Bulk Material Flow Through Hopper. Proceedings of 19th International Scientific Conference Engineering for Rural Development. Vol. 19. Jelgava, 2020. ISSN 1691-5976. pp. 1653-1658.
2. Spade K., **Vaicis I.**, Vutukuru S., Irbe M. Analysis of Granules Layer Impact Interaction on a Vibrating 2D Prism. Proceedings of 19th International Scientific Conference Engineering for Rural Development. Vol. 19. Jelgava, 2020. ISSN 1691-5976. pp. 1463 – 1469.
3. Boiko A., Gavrilovs P., Ivanov V., **Vaicis I.** Estimating The Influence of Rail Shape on Lateral Wear on the Rail and Wheel After Gridning of 60E1 and R65 Rails. Proceedings of 19th International Scientific Conference Engineering for Rural Development. Vol. 19. Jelgava, 2020. ISSN 1691-5976. pp. 614 – 624.
4. **Vaicis I.**, Janushevskis A., Auzins J. Analysis and Optimization of Dust Control Hopper System. Lecture Notes Mechanical Engineering, Proceedings of the 14th International Conference on Vibration Problems. Ch. 74. Springer Nature 2020.
5. **Vaicis I.**, Janushevskis A., Auzins J. Modeling and Analysis of Dust Control Hopper System. Proceedings of 18th International Scientific Conference Engineering for Rural Development. Vol. 18. Jelgava, 2019. pp. 1237 – 1242.
6. **Vaicis I.**, Janushevskis A. Cooling Fins Shape Optimization of LED Luminaire Body. Proceeding of the 7th International Conference on Mechanics and Materials in Design. Albufeira, Portugal. INEGI – FEUP (2017), pp. 743-744.
7. Janushevskis A., Auzins J., Melnikovs A., Staltmanis A., **Vaicis I.**, Viba J. Wood Pole Overhead Line Strength Problems Under Extreme Weather Loads. Proceedings of 2th International Scientific Conference Engineering for Rural Development. Vol. 12. Jelgava, 2012. pp. 267– 272.

Publikācijas citos konferenču rakstu krājumos, žurnālos:

1. **Vaicis I.**, Janushevskis A., Vikse I. Numerical Analysis of Air Flow Effect on Bulk Material Segregation In Hopper System. Proceedings of IRF2020: 7th International Conference Integrity-Reliability-Failure, J.F. Silva Gomes and S.A. Meguid, INEGI – FEUP (2020), pp. 85-90.

2. **Vaicis I.**, Janushevskis A., Auzins J. Analysis of Bulk Material Segregation in Dust Control Hopper System. 5th International Conference on Engineering Sciences: Proceedings of the ICES201, Ankara, Yildirim Beyazit University, 2019. ISBN 978-1-68418-668-6. pp. 309 – 312.
3. **Vaicis I.**, Viksne I., Janushevskis A. European Platform for Innovation and Collaboration Between Engineering Students (EPICES) Project Accomplishment in Riga Technical University. 21st Annual International Conference on Innovation “Baltic Dynamics 2016”: Innovation and Technology Conference – Strategy for Smart Growth. 2016.
4. **Vaicis I.**, Janushevskis A. Finite Element Analysis of Wire Straightening Process. XXVII Международная Инновационно-ориентированная конференция молодых учёных и студентов. Труды конференции. Москва. 2015. Pp. 56 – 59.
5. Januševskis A., Meļņikovs A., **Vaicis I.** Vidsprieguma gaisvadu elektropārvades līniju mehāniskās stiprības analīze. Mehānika. Nr.36, 2015, 38.-44. lpp. ISSN 1407-8015.
6. Auziņš J., Januševskis A., Meļņikovs A., **Vaicis I.** Shape optimization of composite constructions under uncertainty using KEDRO. Kompozītmateriālu konstrukciju formas optimizācija ar KEDRO, ievērojot nenoteiktību. Mehānika. Nr.36, 2015, 71. – 76.lpp. ISSN 1407-8015.
7. **Vaicis I.**, Melgalvis M., Januševskis A. Spriegumu lauku analīze stieņu veidu sistēmās. SZT konferences materiāli. Rīga: RTU Izdevniecība 2010. pp. 85.
8. **Vaicis I.**, Meļņikovs A., Januševskis A. Mobilās rampas stiprības aprēķini. SZT konferences materiāli. Rīga: RTU Izdevniecība 2011. pp. 253.
9. Ļeonovs A, Ribaks D., **Vaicis I.**, Vjaters I. Triecienu Analīze Rotējošā Sistēmā. SZT konferences materiāli. Rīga: RTU Izdevniecība 2011. pp. 76.

Dalība starptautiskās konferencēs ar referātiem:

1. Engineering for Rural Development 2020. International Scientific Conference 20. – 22.05.2020. Jelgava, Latvia.
2. 60th International Scientific Conference. Engineering, Mechanics and Mechanical Engineering. Riga Technical University. 16.10.2020. Riga
3. 5th International Conference on Engineering Science (ICES 2019), 19.09.2019. Ankara, Turkey.
4. 14th International Conference on Vibrational Problems (ICOVP 2019). 1.09. – 4.09. 2019. Crete, Greece.
5. 7th International Conference on Mechanics and Materials in Design, Progress in Mechanics and Materials in Design. 11.06. – 15.06.2017. Albufeira, Portugal.
6. 58th International Scientific Conference. Engineering, Mechanics and Mechanical Engineering. Riga Technical University. 14.10. -18.10.2017. Riga
7. 21st Annual International Conference on Innovation “Baltic Dynamics 2016”, Third Generation of Universities, 15.10. – 16.10.2016. Riga.
8. 57th International Scientific Conference. Engineering, Mechanics and Mechanical Engineering. Riga Technical University. 14.10. -17.10.2016. Riga

9. XXVII International Innovation Conference of Young Scientists and Students, Institute of Machine Science. 2.12. – 4.12.2015. Moscow, Russia.
10. 56th International Scientific Conference. Engineering, Mechanics and Mechanical Engineering. Riga Technical University. 14.10. -15.10.2015. Riga
11. 55th International Scientific Conference. Engineering, Mechanics and Mechanical Engineering. Riga Technical University. 14.10. -17.10.2014. Riga

DARBA STRUKTŪRA UN GALVENIE REZULTĀTI

Darba **pirmā nodaļa** veltīta literatūras apskatam par metamodelēšanas metodēm, praksē lietotajiem eksperimentu plāniem un optimizāciju.

Darba **otrajā nodaļā** aprakstīta konstrukcijas formas elementu optimizācija un formas optimizācijā izmantotās metodes, ievērojot nenoteiktību.

Darba **trešajā nodaļā** apskatīta diskrēto elementu metode – diskrēto metožu modelēšanas pieejas, granulārā materiāla plūsmas skaitliska modelēšana, izmantotie daļiņu savstarpējie mijiedarbības modeļi.

Ceturtajā nodaļā veikts literatūras apskats par granulārā materiāla segregācijas veidiem, to veidošanās cēloņiem. Apskatītas analītiskas sakarības segregācijas analizēšanai. Aprakstītas nenoteiktības granulārā materiāla mehāniskajās īpašībās.

Darba **piektajā nodaļā** veikta skaitliskā modelēšana granulārā materiāla plūsmai caur pārkraušanas bunkuru. Analizēta bunkura vertikālo svārstību ietekme uz granulārā materiāla radiālo segregāciju bunkura izplūdē. Definēts kvantitatīvs raksturlielums radiālās segregācijas novērtēšanai materiāla plūsmā. Šajā nodaļā ietvertas arī nenoteiktības, no granulārā materiāla fizikālajām īpašībām, ietekmes uz caurplūdi un radiālo segregāciju novērtējums. Analizējot bunkuru izplūdes konusa formas parametru ietekmi uz segregāciju un caurplūdi, veikta tā formas optimizācija, novērtējot nenoteiktības ietekmi.

IEVADS

Formas optimizācijai ir liela loma dažādus jaunu produktu radīšanā un uzlabošanā. Uz metamodelēšanas bāzētas pieejas izmantošana formas optimizācijā ir iespējams iegūt produktu ar optimāliem parametriem, ātrākā laikā un ar mazākām izmaksām.

Šajā darbā uzsvars tiek likts uz pārkraušanas bunkura formas optimizāciju, analizējot bunkura caurplūdi un segregāciju bunkura izplūdē, atkarībā no dažādiem parametriem un nenoteiktībām saistītām ar granulārā materiāla īpašībām un bunkura ekspluatācijas apstākļiem.

Pārkraušanas bunkuri tiek izmantoti granulāro materiālu – smilts, ogļu, graudu, kālija, tehniskā sāls, šķeldas u.c. pārkraušanai. Beramo kravu apjoms, kas tiek pārkrauts ostās ir ievērojams (Rīgas ostā 2019. gadā pārkrautas 1.69 milj. tonnas ķīmisko beramkravu un 10.36 milj. tonnas ogļu) [1]. Būtiski ir mazināt materiāla apjomu, kas tiek zaudēts pārkraušanas laikā, kā arī mazināt putekļu veidošanos.

Granulārā materiāla daļiņu segregācija, pēc daļiņu izmēra, bunkura izplūdē ir īpaši svarīga, jo tā ir saistīta ar putekļu veidošanos materiāla pārkraušanas laikā. Putekļi ir viens no galvenajiem vides kvalitātes raksturlielumiem pilsētvidē. Pašvaldību veiktie pētījumi rāda, ka pastiprināta cieto daļiņu koncentrācija gaisā ir novērojama tieši industriālo teritoriju tuvumā, kā piemēram, ostas, kur notiek kravu pārkraušana lielos apjomos. [2]

Lai analizētu granulāro materiālo savstarpējo mijiedarbību, tiek izmantotas DEM (*Discrete Element Method*), kā arī CFD (*Computational Fluid Dynamics*) datorsimulācijas, kas pie mūsdienu datoraprēķinu resursiem, ļauj analizēt un optimizēt beramo materiālu pārkraušanas procesu, ietverot dažādus daļiņu kontakta modeļus un ņemot vērā arī gaisa plūsmas efektus granulārajā plūsmā. [3]

Granulārā materiāla uzvedība pārkraušanas laikā ir atkarīga no daudziem, dažādiem parametriem – svarīgi ir paša materiāla fizikālās un mehāniskās īpašības, būtiska ir bunkura konstrukcija, izmantotā materiāla un bunkura kontakta virsmu īpašības, kā arī nozīme ir apstākļiem kādos materiāls tiek pārkrauts. [4] Šādu parametru nenoteiktība pārkraušanas procesā būtiski sarežģī pārkraušanas procesa optimizāciju.

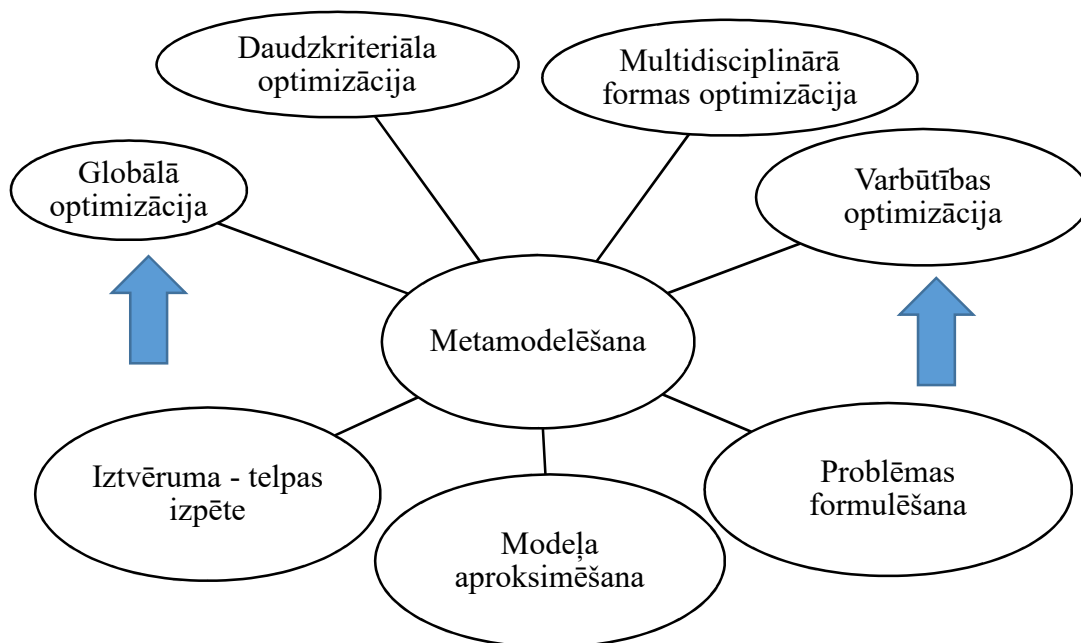
Lai veiktu pārkraušanas procesa optimizāciju, ietverot arī bunkura formas optimizāciju, tiek izmantota formas optimizācija, tajā ietverot nenoteiktību no granulārā materiāla mehāniskajām īpašībām. Procesā analizēšanai un optimizēšanai tiek izmantoti otrās un trešās kārtas ortogonālie eksperimentu plāni, un iegūti metamodeļi, kurus izmantojot var atrast sistēmas optimālos darbības parametrus, kā arī atrast bunkura optimālo formu. [5]

1. METAMODELĒŠANAS METODES UN EKSPERIMENTU PLĀNU IZVEIDOŠANA FORMAS OPTIMIZĀCIJAI, IEVĒROJOT NONOTEIKTĪBU

Mūsdienās lielu lomu projektēšanā un produktu izstrādē ieņem datorsimulācijas. Šīs datorsimulācijas balstās uz eksperimentiem, kuru mērķis ir apskatīt sistēmas atbildes atkarību no mainīgajiem parametriem. Datorsimulācijām ir nesalīdzināma priekšrocība izmaksu un ātruma ziņā, salīdzinot tās ar fizikālajiem eksperimentiem, kuri nereti saistīti ar dārgu, sarežģītu prototipu izstrādi.

Būtiska uzmanība jāpievērš datorsimulāciju validēšanai, jo eksperimentu precizitāte ir ļoti atkarīga no tā, cik precīzi datorsimulācija atbilst reālajai sistēmai un no sistēmas sarežģītības. Daudzos gadījumos ieejas un izejas parametru sakarības nav aprakstāmas vienkāršā analītiskā formā. Sistēmas atbilde iegūstama risinot sarežģītus nelineārus parastos un parciāldiferenciālvienādojumus. Šādos gadījumos arī datorsimulācijas kļūst dārgas un laikietilpīgas. Šo iemeslu dēļ datorsimulācijās tiek lietoti metamodeļi, kas tiek saukti arī par surogātmodeļiem.

Būtībā metamodeļi ir statistiski interpolatori, kas bāzēti uz simulācijas rezultātiem un ataino aproksimāciju meklētajai simulācijai, ļaujot efektīvi prognozēt ieejas un izejas parametru vērtības, visā apskatītajā apgabalā. [6]



1.1.att. Metamodelēšanas pieejas blokshēma

Metamodelēšana plaši tiek izmantota dažādiem mērķiem. Metamodeļu lietojums sarežģītu modeļu aproksimēšanai ļauj būtiski samazināt nepieciešamos skaitļošanas resursus un laiku. Savukārt izprotot optimizējamo objektu iespējams samazināt ieejas parametru skaitu, optimāli izvēlēties ierobežojumus, izvērtēt vai optimizācija ietvers vienu vai vairākas sistēmas atbildes vērtības. Metamodelēšana ļauj veikt dažāda tipa optimizācijas atkarībā no konkrētā uzdevuma

– globālā optimizācija, varbūtības optimizācija, multidisciplinārā optimizācija u.c. (1.1. att.) [7]

1.1. METAMODELĒŠANAS METODEDES

Metamodelēšana plaši tiek izmantota formas optimizācijai. Praksē tiek izmantotas dažādas metamodelēšanas metodes, kuras apkopotas tabulā 1.1.

Tabula 1.1.

Visbiežāk izmantotās metamodelēšanas metodes

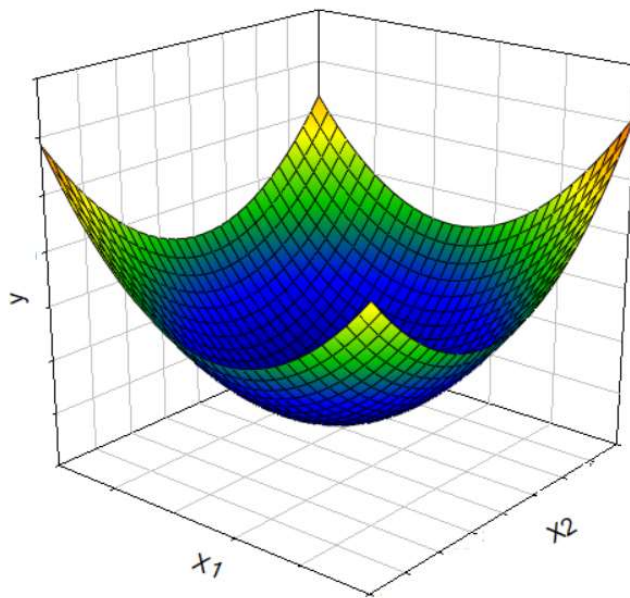
Eksperimentu plāni	Metamodeļu izvēle	Modeļa atbilstība
<u>Klasiskie plāni:</u> <ul style="list-style-type: none"> • Faktoru; • Centrālie kompozītu; • Boks – Behnken; • Plackett – Burman; 	<ul style="list-style-type: none"> • polinomi (lineārie, kvadrātiskie vai augstāki); • splaini (lineāri, kubiski); • Kriginga; • u.c. 	<ul style="list-style-type: none"> • Lineārie prediktori; • Lineārie nenovirzītie prediktori; • u.c.
<u>Telpas aizpildes plāni:</u> <ul style="list-style-type: none"> • Latīņu hiperkuba; • Ortogonālie; • Minimax un Maximin • u.c. 		

Klasiskie eksperimentu plāni ir aizgūti no fizikālo eksperimentu plāniem. Šīs metodes pamatā ir eksperimentu plāni, kuru mērķis ir minimizēt gadījuma kļūdas ietekmi uz sistēmas atbildi. Klasiskie eksperimentu plāni ietver pilnos faktoriālos, centrālos kompozīta, Boks – Behnken, optimālos un Plackett – Burman plānus. Klasiskajās metodes eksperimentālie punkti tiek izklaidēti visā plāna tilpumā, dažus punktus atstājos plāna centrā. Ņemot vērā, ka datorizētie eksperimenti vairāk iekļauj sistemātisku kļūdu nekā gadījuma kļūdu, kā tas ir fizikālajos eksperimentos, tad eksperimenta plāna punkti tiek izvietoti visā apgabalā tilpumā, ne tikai uz apgabala robežām. [8]

Visbiežāk izmantotie telpas aizpildes plāni ir ortogonālie, Latīņu hiperkuba (LH), sekvenciālie un vienmērīgie plāni. LH plāni ir vienmērīgi tikai vienā projekcijā, savukārt citi telpas aizpildes plāni ir vienmērīgāk sadalīti visā tilpumā. Izmantoto faktoru skaits metamodeļos ir atkarīgs no aproksimējamās funkcijas sarežģītības. Jo vairāk eksperimentālo punktu, jo vairāk iespējams iegūt informāciju par aproksimējamu funkciju, bet palielinot eksperimentālo punktu skaitu, pieaug arī nepieciešamais aprēķinu laiks. Zemas kārtas aproksimācijām, sasniedzot noteiktu faktoru skaitu, eksperimentālo punktu skaita palielināšana būtiski neietekmē aproksimācijas precizitāti. [9]

1.3. ATBILDES VIRSMAS METODE

Atbildes virsmas metode (1.2. att.) ir statistisku un matemātisku paņēmienu kopa, kas tiek izmantota dažādu produktu radīšanā, uzlabošanā un optimizēšanā. Metode bieži tiek pielietota formas optimizācijā. Visplašāk metode tiek pielietota gadījumos, kur vienu procesu ietekmē vairāki, neatkarīgi parametri (ieejas parametri). [9]



1.2. att. Atbildes virsma ar ieejas parametriem x_1 , x_2 un izejas parametru y , programmā KEDRO [10]

Sakarību starp ieejas parametriem un sistēmas atbildi var aprakstīt ar atbildes funkciju y (1.1.), kur x_1 , x_2 un x_n ir kontrolējamas ieejas vērtības un ε raksturo ietekmi no ārējiem mainīgajiem parametriem.

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \varepsilon \quad (1.1.)$$

Visbiežāk funkcija f nav zināma un tā ir ļoti sarežģīta. Parametrs ε iekļauj tādus lielumus, kā mērījuma kļūdu, lielumus, kuri nav ietekmējami, kā piemēram, troksnis. ε tiek uzskatīts par statistisko kļūdu, kuru var raksturot ar normālo sadalījumu. Ja pieņem, ka vidējā ε vērtība ir vienāda ar 0, tad tiek iegūta funkcija $E(y)$ (1.2.):

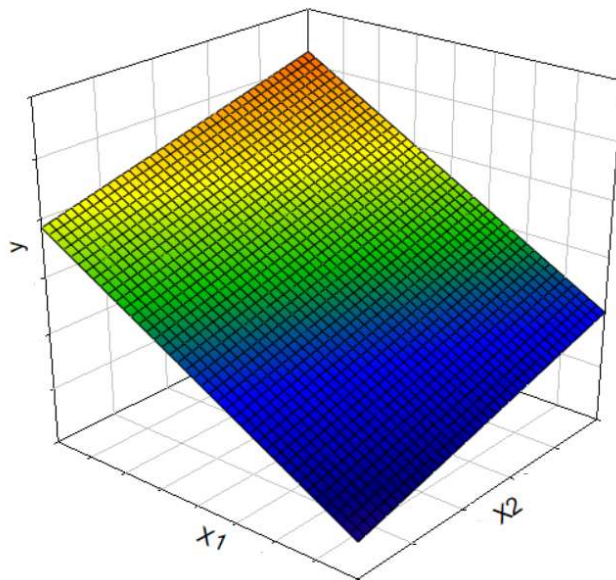
$$E(y) = \eta = E[f(x_1, x_2, \dots, x_n)] + E(\varepsilon) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1.2.)$$

Šajā gadījumā x_1 , x_2 un x_n parasti ir fizikālas vērtības un tām ir piemērojamas mērvienības. Atbildes virsmas metodē bieži izmanto kodētās vienības, kuras tiek pieņemtas par bezdimensiju lielumiem un tādu pašu standartnovirzes izkliedi. Izmantojot kodētās vērtības, funkciju var uzrakstīt, izmantojot vienādojumu (1.3.) [9]:

$$\eta = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1.3.)$$

Ņemot vērā, ka reālā sistēmas atbilde, funkcijai f nav zināma, ir nepieciešams veikt funkcijas aproksimāciju. Parasti relatīvi maziem funkcijas apgabaliem izmanto zemas kārtas polinomus. Visbiežāk tiek pielietoti pirmās vai otrās kārtas polinomi. Gadījumam ar diviem mainīgajiem ieejas parametriem pirmās kārtas polinoms kodētajā apgabalā uzrakstāms ar vienādojumu (1.4.). Rezultātā iegūst atbildes virsmu kā plakni (1.3.att.).

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 \quad (1.4.)$$



1.3. att. Atbildes virsma pielietojot pirmās kārtas aproksimāciju

Gadījumos, kad starp ieejas parametriem ir mijiedarbība polinomu kodētajā apgabalā var uzrakstīt formā (1.5.):

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 \quad (1.5.)$$

Bieži atbildes virsmas izliekums dotajā apgabalā ir pārāk liels, lai to varētu aprakstīt ar pirmās kārtas aproksimāciju. Šādos gadījumos tiek pielietotas otrās kārtas aproksimācijas. Otrās kārtas aproksimācija gadījumam ar diviem ieejas parametriem kodētajā apgabalā uzrakstāma formā (1.6.) [11]:

$$\eta = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \beta_{12} x_1 x_2 \quad (1.6.)$$

Retākos gadījumos tiek izmantotas arī trešās kārtas aproksimācijas metamodeļu izveidei. [8]

Atbildes virsmas metode ir cieši saistīta ar lineārās regresijas analīzi. Iepriekšējos atbildes virsmas vienādojumus β ir nezināmie vienādojuma koeficienti. Lai noteiktu šos koeficientus nepieciešams analizēt apskatāmās sistēmas datus.

1.4. EKSPERIMENTU PLĀNI

Sistēmas atbildi ietekmē ne tikai ieejas vērtības, bet arī ārējie faktori. Šie ārējie faktori var neļaut novērtēt sistēmas atbildi atkarībā no ieejas parametriem. Ja sistēmas ārējie faktori nav kontrolējami, tad veicot atkārtotu novērojumu, mērījumu pie vieniem un tiem pašiem ieejas parametriem sistēmas atbildes būs dažādas. Efekts no ārējiem faktoriem var būt gan sistemātisks, gan nesistemātisks. Lielumus, kuri nav sistemātiski sauc par gadījuma kļūdu vai troksni. [12]

Lai mazinātu gadījuma kļūdas ietekmi uz sistēmas atbildi, tiek izmantotas dažādas pieejas – randomizācija, grupēšana un atkārtošana (*replication*). Replikācijas gadījumā tiek veikts atkārtots novērojums vairākas reizes, tādējādi ļaujot novērtēt gadījuma kļūdas lielumu un sadalījumu. Atkārtojot novērojumu vairākas reizes tiek samazināta nenoteiktība gadījuma kļūdai.

Grupēšanas paņēmieni ietver eksperimentu izpildi homogēnās grupās, blokos. Līdz ar to tiek apskatīta ievades parametru ietekme uz sistēmas atbildi šo grupu ietvaros un rezultāti tiek

kombinēti starp grupām. Grupas homogenitātes dēļ, gadījuma kļūda vienas grupas ietvaros ir mazāka, nekā starp dažādām grupām. [13]

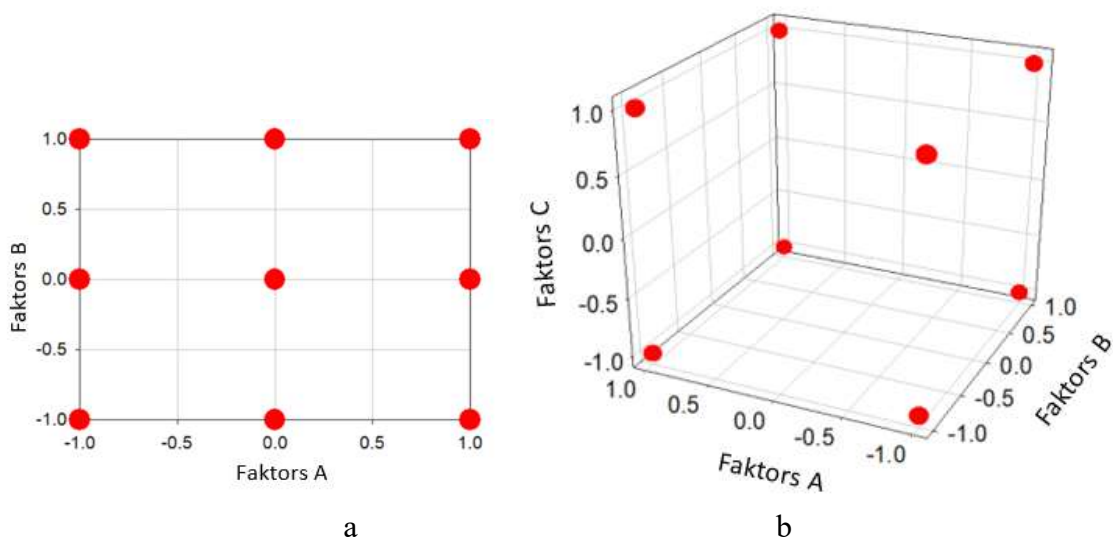
Gadījuma kļūda nav vienīgā problēma, ar ko jāsaskaras analizējot eksperimenta rezultātus. Bieži sarežģījumus rada ieejas parametru ietekmes novērtējums uz sistēmas atbildi, gadījumos, kad šie ieejas parametri savā starpā korelē. Šī problēma bieži tiek risināta, izvēloties ortogonālos eksperimenta plānus. Ortogonālajos eksperimenta plānos ieejas parametri savā starpā nekorelē. Tādējādi ortogonālie eksperimentu plāni ļauj novērtēt katra parametra ietekmi uz sistēmas atbildi. [14]

1.4.1. Klasiskie eksperimentu plāni

Eksperimentu plānu teorija ir cēlusies no fizikālo eksperimentu plānošanas. Galvenais uzdevums ir iegūt pēc iespējas vairāk informācijas no ierobežota skaita eksperimentālajiem mēģinājumiem. Metodes pieeja balstās uz to, lai eksperimenti tiktu plānoti tā, lai gadījuma kļūdai no eksperimentiem būtu minimāla ietekme uz izvirzīto hipotēzi. Visbiežāk tiek izmantoti faktoriālie plāni, Boks – Behnken plāni, Koshal plāni, D – optimālie plāni.

No eksperimentiem iegūtie dati tiek izmantoti, lai noteiktu ieejas mainīgā ietekmi uz atbildes izmaiņu. Atbildes modelēšanai visbiežāk tiek izmantoti polinomiālas aproksimācijas.

Faktoriālais eksperimentu plāns p^d sastāv no p līmeņiem un d mainīgajiem, saukti arī par faktoriem. Visbiežāk tiek izmantoti 2^d un 3^d plāni (1.4. att.).



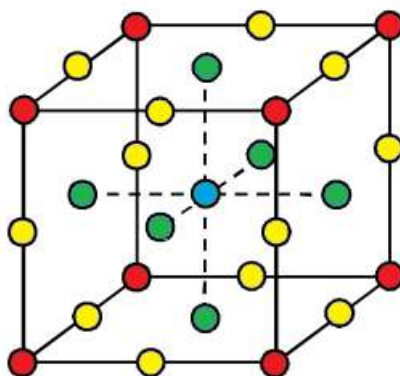
1.4. att. Pilnie faktoru eksperimentu plāni: a - 3^2 eksperimentu plāns, b – 2^3 eksperimentu plāns

Eksperimentu plāna mēģinājumu skaits eksponenciāli pieaug pieaugot faktoru skaitam, tādēļ bieži tiek izmantoti daļveida faktoru plāni p^{d-r} , lai samazinātu darbietilpību. Samazinot eksperimentu skaitu, tiek sajaukti iegūtie koeficientu novērtējumi.

Ņemot vērā iegūto koeficientu sajaukšanu ir svarīgi izvēlēties daļveida faktoru plānu, kurš ļauj veikt neatkarīgus galveno efektu novērtējumus. Daļveida faktoru plāns var tikt papildināts ar papildus mēģinājumiem vai arī papildināts līdz pilnam faktoriālajam plānam (1.5. att.), kur visi galvenie efekti un mijiedarbības var tikt novērtētas. Modeļos, kur ir daudz faktoru, bieži

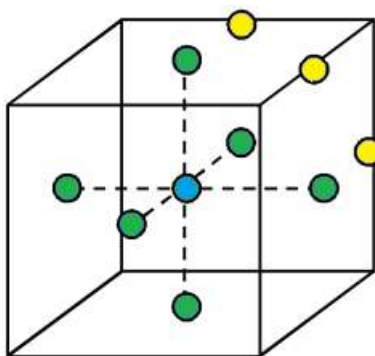
tiek pieņemts, ka galvenie efekti ir dominējoši un mijiedarbības efektu vērtības netiek ņemtas vērā.

2^d un 2^{d-r} plāni bieži tiek lietoti, lai noteiktu svarīgos faktoros. Galveno parametru novērtēšanai bieži tiek izmantoti Plackett – Burman plāni. Izmantojot šos eksperimenta plānus pietiek izmantot par vienu mēģinājumu vairāk nekā faktoru skaits, tādējādi nepieciešams minimāls mēģinājumu skaits. Plackett – Burman eksperimentu plāni ļauj novērtēt galvenos efektus, bet nevar novērtēt efektu mijiedarbību.



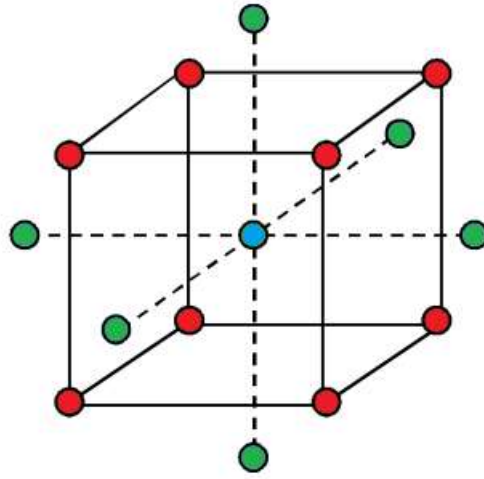
1.5. att. Pilnais faktoriālais 3^3 eksperimentu plāns

Praksē tiek izmantoti arī Koshal eksperimentu plāni (1.6. att.), kuri ir piemēroti jebkurai polinomiāla modeļa kārtai $d=1,2,\dots$. Koshal eksperimentu plāns otrās kārtas modelim ietver desmit eksperimentu mēģinājumus un ir iespējams noteikt desmit otrās kārtas modeļa koeficientus. Pa cik nepieciešami ir visi eksperimenta mēģinājumi, lai noteiktu parametrus, nepaliek datu modeļa precizitātes novērtēšanai. Lai iegūtu lineāru modeli, nepieciešami divi līmeņi katram faktoram.



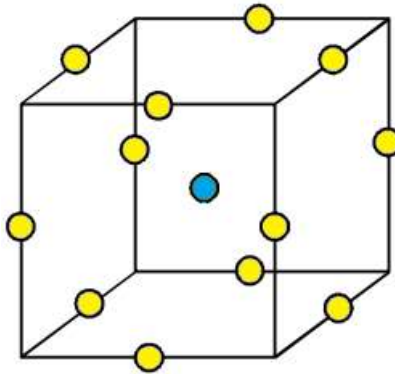
1.6. att. Koshal eksperimentu plāns

Visbiežāk otrās kārtas aproksimācijām, ar ierobežotu eksperimentālo mēģinājumu skaitu, tiek lietoti centrālie kompozītu eksperimentu plāni (1.7. att.). Centrālie kompozītu plāni ir divu līmeņu (2^d vai 2^{d-r}) faktoriālie eksperimentu plāni, papildināti ar centra un aksiālajiem punktiem. Attālums no centra līdz aksiālajam punktam un centra punktu skaits tiek izvēlēts tā, lai iegūtu dažādas eksperimenta plāna īpašības.



1.7. att. Centrālais kompozītu plāns (CCD)

Praksē tiek izmantoti arī Boks– Behnken eksperimentu plāni (1.8. att.), kuri sastāv no n centra mēģinājumiem un grupām ar 2^2 plāniem, kur katrā grupā citi faktori tiek pieņemti par konstantiem. Boks – Behnken eksperimentu plānā neviens mēģinājums neatrodas uz hiperkuba virsotnēm, tādēļ šie eksperimentu plāni nav laba izvēle gadījumos, kad eksperimentālās atbildes ekstrēma punktos ir svarīgas.



1.8. att. Boks – Behnken eksperimentu plāns

Lai novērtētu eksperimentu plānus tiek izmantoti dažādi kritēriji. Daži kritēriji koncentrējas uz modeļa parametru novērtējumu, citi koncentrējas uz prognozēšanu eksperimentālajā apgabalā. D – optimalitāte ir plaši izmantots kritērijs eksperimentu plānu novērtēšanai, kurš koncentrējas uz modeļu parametru novērtēšanu. Plāns tiek uzskatīts par D-optimālu, ja momentu matricas $|M|$ determinants tiek maksimizēts (1.7.).

$$|M| = \frac{|X^T X|}{n^p}, \quad (1.7.)$$

kur X – modeļa matrica;
 n – rindu skaits matricā,
 p – kolonnu skaits modelī.

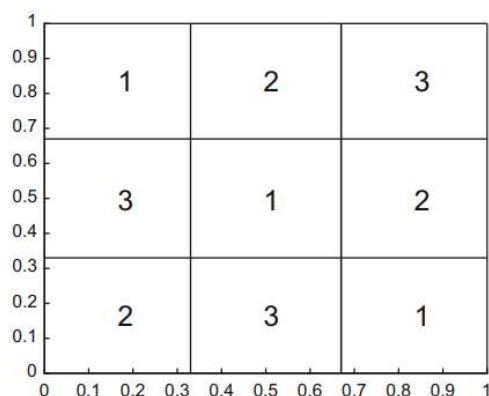
D – optimālo plānu veidošana ir optimizācijas uzdevums, kur tiek izvēlēta labākā eksperimenta plāna mēģinājuma kopa, lai maksimizētu $|X^T X|$. Lietotais algoritms bieži izvēlas

apakškopu no dotajām mēģinājumu kopām, kuras bieži ir pilnie faktoru plāni. D – optimalitāte tiek arī lietota, lai papildinātu esošu eksperimenta plānu ar papildus mēģinājumiem.

1.4.2. Latīņu hiperkuba plāni

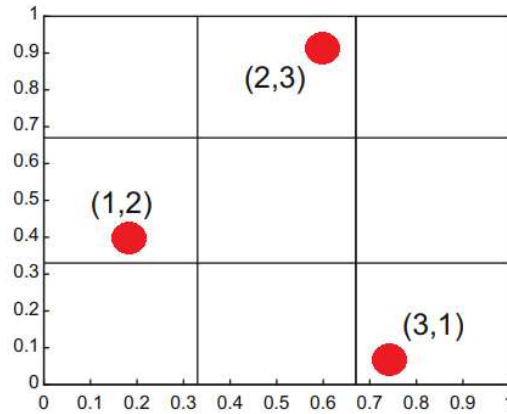
Klasiskos eksperimentus plānus lieto, lai samazinātu troksni fizikālajos eksperimentos, kā arī šie plāni izklidē mēģinājumus uz apgabala robežām un tikai dažus mēģinājumus iekļauj eksperimenta apgabala iekšpusē. Savukārt datoreksperimentos jāņem vērā, ka skaitliskie modeļi ir determinēti, dod vienu un to pašu rezultātu, pie vieniem un tiem pašiem ievades parametriem, pieņemot, ka nav trokšņa atbildē. Tas nozīmē, ka atkārtoti mēģinājumi datoreksperimentos nav nepieciešami. Bieži eksperimenta mainīgie tiek apskatīti plašā eksperimentālajā apgabalā, kā rezultātā iegūstami sarežģīti metamodeļi. Šādiem gadījumiem tiek izmantoti telpas aizpildes eksperimentu plāni, kuru mērķis ir izklidēt eksperimentālos mēģinājumus visā aprēķina apgabalā. Šāda pieeja ir vēlama gadījumos, kad metamodeļa forma nav zināma un interesējošais rezultāts var atrasties dažādos eksperimenta plāna apgabalos. Telpas aizpildes eksperimentu plāni pieļauj lielu eksperimenta plāna līmeņu skaitu, ar samērīgu eksperimentālo mēģinājumu skaitu.

Vieni no plaši lietotajiem telpas aizpildes plāniem ir Latīņu hiperkuba (LH) plāni. Pieņemot gadījumu, kur eksperimentālais apgabals ir uzdots vienības kvadrātā $[0,1]^2$, lai iegūtu LH plānu sastāvošu no n_s mēģinājumiem, katra ass $[0,1]$ tiek sadalīta vienādos n_s intervālos $[0, 1/n_s, \dots, (n_s-1)/n_s, 1]$. Šādi vienības kvadrāts tiek sadalīts n_s^2 vienāda izmēra kvadrātos. Kvadrāti tiek aizpildīti ar veseliem skaitļiem $1, 2, \dots, n_s$, tā lai katrs skaitlis reizā katrā rindā un kolonnā parādītos tikai vienu reizi (1.9. att.).



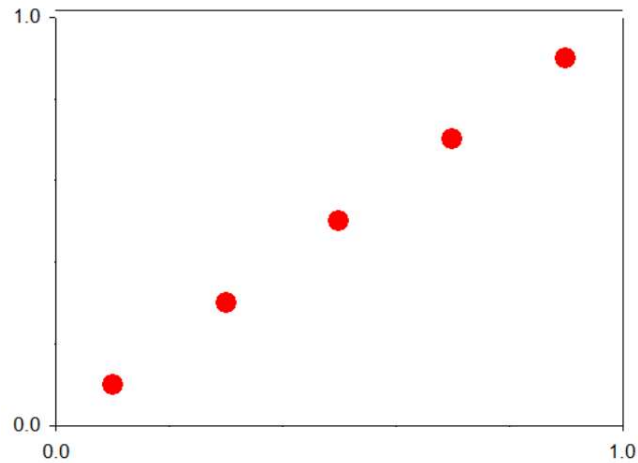
1.9. att. Latīņu 3x3 kvadrāts

Izvēloties vienu nejaušu skaitli, izvēlas gadījuma punktu katrā šūnā, kura satur šo skaitli, rezultātā iegūstot LH plānu izmērā n_s . No Latīņu 3x3 kvadrāta var iegūt LH plānu ar 3 mēģinājuma punktiem (1.10. att.).



1.10. att. Šūnas LH iztvērums (1,2), (2,3) un (3,1)

LH plāniem punkti ir sadalīti vienmērīgi katram ieejas parametram. LH iztvērumā var izmantot arī punktus, kuri ir vienmērīgi izkliedēt pa vienības kvadrāta diagonāli (1.11. att.). Lai arī šo punktu projekcijām ir vienmērīgais sadalījums pa mainīgo vērtībām, šis sadalījums netiek uzskatīts par vienmērīgu telpas aizpildes plānu.



1.11. att. LH plāns bez telpas aizpildes īpašībām

Gadījumam, kad $X=(X_1, \dots, X_d)$, kur X_1, \dots, X_d ir vienmērīgi izkliedētas komponentes LH iztvērumu var iegūt pēc sekojošas procedūras:

1. pieņem, ka katra X_i komponente ir vienmērīgi izkliedēta apgabālā $[0,1]$;
2. apgabals $[0,1]$ katrai komponentei X_k , $1 \leq k \leq d$ tiek sadalīts n_s intervālos. Visu šo intervālu iespējamo Dekarta reizinājumu kopa veido d -dimensionālās iztvēruma telpas sadalījumu n^d šūnās;
3. No n_s^d populācijas izvēlas n_s šūnas tā, lai katras šūnas centra projekcija uz d ass būtu vienmērīgi izvietotas. Pēc tam katrā izvēlētajā šūnā gadījuma veidā izvēlas punktu;
4. Pieņem, sadalījumu $F_k(\cdot)$ segmentā $[a_k, b_k]$, kur $1 \leq k \leq d$. Sadala k -to asi n_s daļās, katrai no kurām ir vienāda varbūtība, $1/n_s$, atbilstoši varbūtības sadalījumam $F_k(\cdot)$. Attiecīgi iegūst dalījuma punktus k -tai asij (1.8.):

$$F_k^{-1}\left(\frac{1}{n_s}\right), \dots, F_k^{-1}\left(\frac{n_s-1}{n_s}\right) \quad (1.8.)$$

5. Lai izvēlētos n_s no n_s^d izveidotajām šūnām, pieņem, ka $\Pi=(\Pi_{jk})$ ir $n_s \times d$ matrica ar kolonnām, kas sastāv no permutācijām $\{1, 2, \dots, n_s\}$, kuras ir gadījuma veidā izvēlētas no kopas ar visām iespējamajām permutācijām. Tad “apakšējā, kreisā stūra” koordinātas j -jai šūnai telpā R^d (1.9.):

$$F_k^{-1}(n_s^{-1}(\Pi_{jk} - 1)), k = 1, \dots, d, \quad j = 1, \dots, n_s, \quad (1.9.)$$

pie nosacījuma $F_k^{-1}(0)=0$

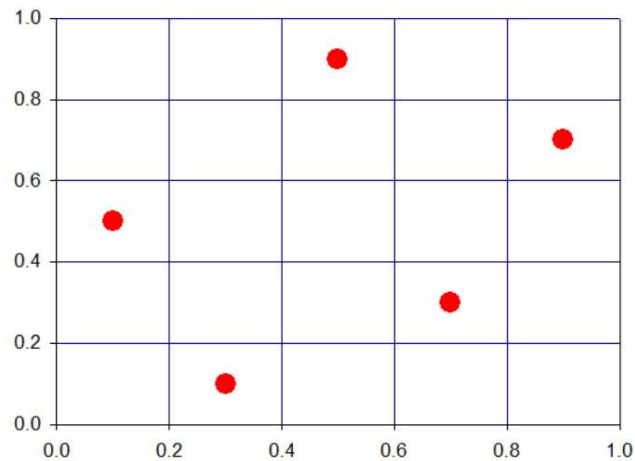
6. Pie $j=1, \dots, n_s$, pieņem, ka $k=1, \dots, d$ apzīmē vektora X_j k -to komponenti. Tad LH iztvēruma vērtības var definēt (1.10.):

$$X_{jk} = F_k^{-1}\left(\frac{1}{n_s}(\Pi_{jk} - 1 + U_{jk})\right), \quad (1.10.)$$

kur $\{U_{jk}\}$ ir neatkarīgi un vienmērīgi segmentā $[0,1]$ sadalīti gadījuma skaitļi, pie $j=1, \dots, n_s$ un $k=1, \dots, d$.

Kā piemēram, atbilstoši permutāciju matricai (1.11.) iegūst telpas aizpildes LH plānu (1.12. att.).

$$\Pi = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \quad (1.11.)$$



1.12. att. Telpas aizpildes LH eksperimentu plāns

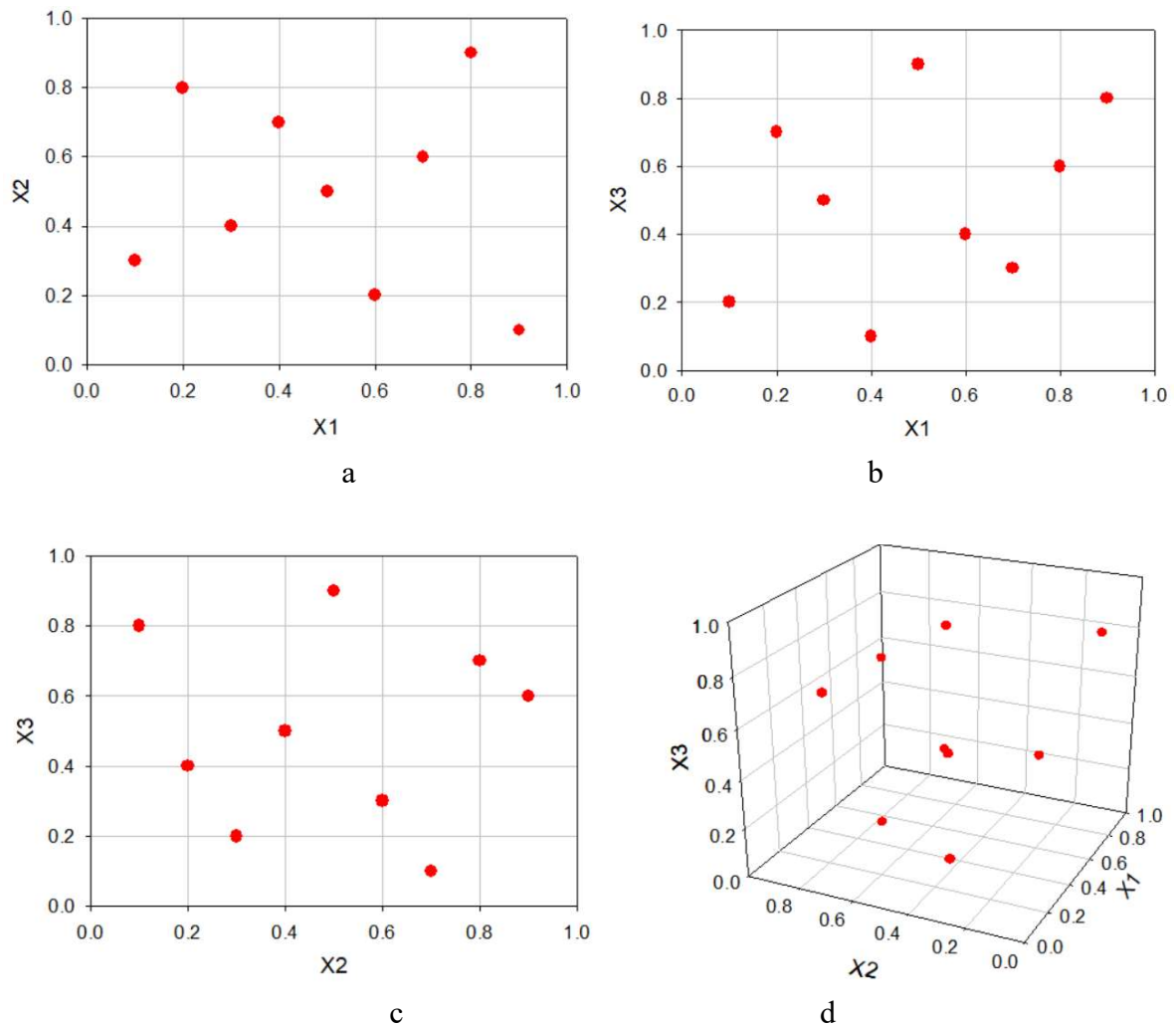
1.4.3. Latīņu hiperkuba plāni ar ortogonālajiem masīviem

Bieži, lai uzlabotu LH plānus tiek lietoti ortogonālie masīvi. $n_s \times d$ matrica O , kuras dati ir no kopas ar s simboliem tiek uzskatīta par ortogonālu masīvu ar stiprumu t ($t \leq d$), tā lai katra $n_s \times d$ apakšmatrica O , visas iespējamās s^t rindas parādās vienādu skaitu reižu. Ar $OA(n_s, d, s, t)$ tiek apzīmēta kopa ar visiem $n_s \times d$, kas saturot ierakstus ar s simboliem un stiprumu t . Ja apakšmatrica $O \in OA(n_s, d, s, t)$, skaits, cik reižu s^t rindas parādās $n_s \times t$ apakšmatricā, tiek apzīmēts ar λ . [14]

Vienkāršākajam ortogonālajam masīvam stiprums $t=1$. Jebkurai matricai, kur kolonnās ir veseli skaitļi $1, 2, \dots, s$, noteiktā secībā ir $OA(s, d, s, 1)$ (ar $\lambda=1$). Gadījumam, ja $s=5$ un $d=2$:

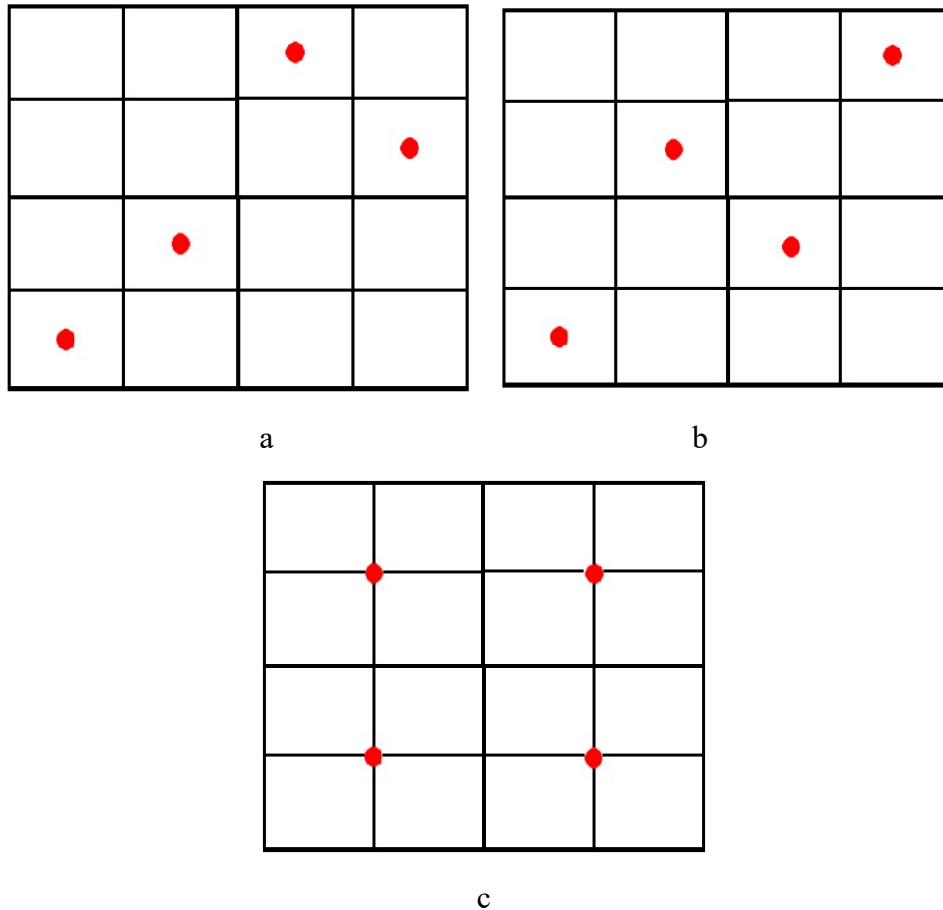
$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 2 \\ 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \text{ vai } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \\ 4 & 4 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

Abas matricas $OA(5,2,5,1)$ ir ortogonālie masīvi. Sarežģītāk ir izveidot ortogonālo masīvu ar stiprumu $t > 1$. Piemērs, LH plānam, kurš balstīts uz ortogonālajiem masīviem ar stiprumu $t > 1$ dots attēlā (1.13.). Daži no ortogonālajiem apgabaliem apkopoti 1. pielikumā. [8]



1.13. att. 2D projekcijas mērogotam uz ortogonālo masīvu bāzētam LH plānam: a – faktori x_1, x_2 ; b – faktori x_1, x_3 ; c – faktori x_2, x_3 ; d – faktori x_1, x_2 un x_3

Attēlā 1.14. dots salīdzinājums telpas aizpildes eksperimentu plāniem ar 2 faktoriem un 4 mēģinājumiem, izmantojot mediānas LH iztvērumu (1.14.a.), ortogonālais masīvs (1.14.b.), uz ortogonālā masīva bāzēts LH iztvērumš (1.14.c.). [9]



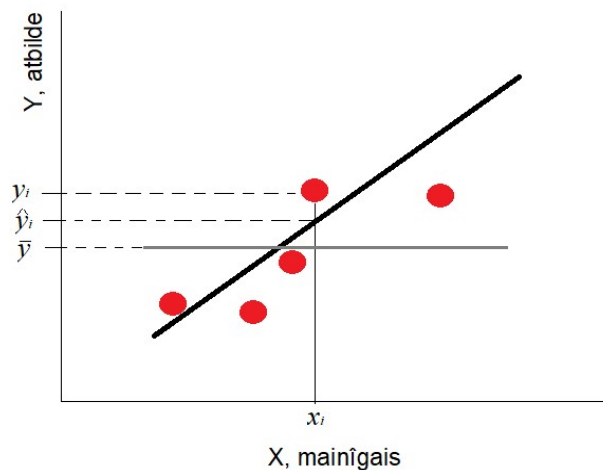
1.14. att. Telpas aizpildes eksperimentu plāni ar 2 faktoriem un 4 mēģinājumiem: a - mediānas LH iztvērums, b - ortogonālais masīvs, c - uz ortogonālā masīva bāzēts LH iztvērums

Pastāv arī citas telpas aizpildes metodes. Kad n punkti tiek izvēlēti telpā, tā lai minimālais attālums starp punktiem tiktu maksimizēts tiek iegūts *maximin* plāns. Mazam n punktu skaitam, šajā plānā punkti atradīsies ārpus plāna apgabala un plāna iekšpuse aizpildīsies pieaugot eksperimentālo punktu skaitam. Gadījumā, kad maksimālais attālums starp punktiem tiek minimizēts, tiek iegūts *minimax* plāns. Šajā gadījumā eksperimentālie punkti atradīsies eksperimenta apgabala iekšpusē. [15]

1.5. METAMODEĻA VALIDĀCIJA

Metamodeļa precizitāte ir atkarīga no metamodeļa veida, kā arī no datu kopas, kura izmantota metamodeļa izveidē, kvalitātes un kvantitātes. Izveidotā modeļa labumu (*goodness*) nevar aprakstīt tikai ar vienu parametru. Praksē tiek izmantoti dažādi parametri metamodeļa precizitātes novērtējumam un salīdzināšanai ar citiem metamodeļiem. Tāpat, lai novērtētu metamodeļa lietojamību, nepieciešams izvērtēt metamodeļa lietošanas mērķi. [9]

Pamatā metamodeļa precizitātes novērtējumam lieto modeļa atlikumus – starpība starp eksperimenta vērtību y_i un prognozēto vērtību motamodelī \hat{y}_i (1.15. att.).



1.15. att. Kļūdas aprēķinā lietotie raksturlielumi

Mazas atlikumu vērtības nozīmē, ka modelis atspoguļo datu kopu precīzāk, nekā gadījumā, ja atlikumi ir lieli. Izmantojot atlikumu vērtības var novērtēt modeļa kļūdu.

Bieži tiek lietots R^2 aproksimācijas precizitātes novērtējums. R^2 raksturo, cik labi metamodelis spēj uzņemt datu kopas mainīgumu (1.12.). [9]

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (1.12)$$

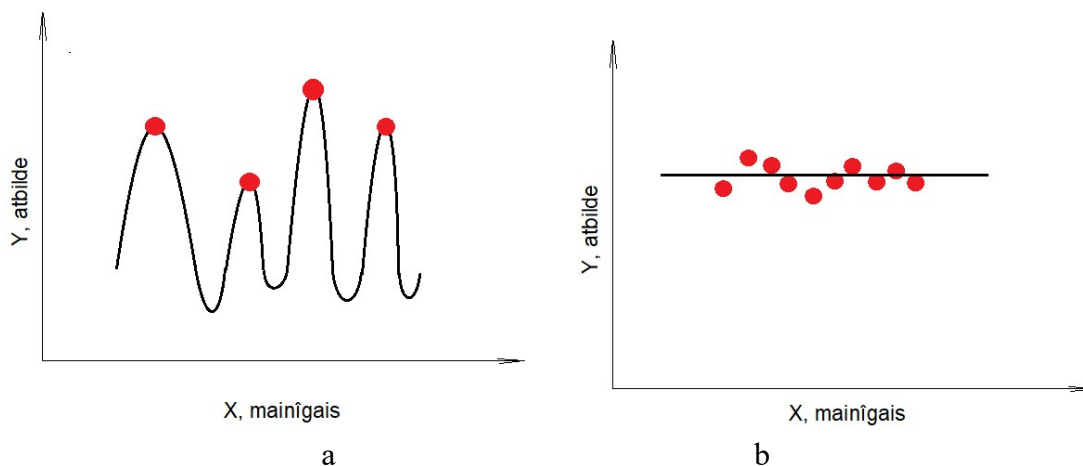
kur n – eksperimentālo mēģinājumu skaits;

\bar{y} – atbildes vidējā vērtība;

\hat{y}_i – prognozētā atbildes vērtība;

y_i – reālā atbildes vērtība.

Jo tuvāk R^2 ir vērtībai 1, jo labāka ir aproksimācija. Gadījumā, ja $R^2=1$, tad tiek iegūta perfekta atbilstība. Ļoti augsta R^2 vērtība var būt arī maldinoša, piemēram, tad ja modelī ir atbildes vērtības precīzi atrodas uz funkcijas ekstrēmumiem, kas nozīmē, ka modelim būs ļoti ierobežotas prognozes iespējas starp eksperimentālajiem punktiem (1.16.a.). Arī gadījumos, kad atbildes ir neatkarīgas no apskatītajiem faktoriem, piemēram, kad metamodelis ir vienāds ar mērījumu vidējām vērtībā, R^2 būs tuvs 0, arī pie ļoti precīziem modeļiem (1.16.b.). [8]



1.16. att. Metamodeli: a – $R^2=1$, b – $R^2=0$

Daži metamodeļi interpolē (piemēram, Kriginga metode) datu kopu, kā rezultātā modelim nav atlikumu un $R^2=1$. Šādi modeļi ir piemērojami gadījumiem, kad ir determinēta simulācija bez gadījuma kļūdas vai trokšņa atbildēs. Bet šādiem interpolācijas modeļiem nav garantijas, ka prognozētā atbilde starp eksperimentālajiem punktiem būs labāka, kā citiem modeļiem. Dažos gadījumos skaitlisko eksperimentu rezultātos ir novērojams trokšnis, un tādēļ modeļiem, kuri nav bāzēti uz interpolācijas metodi, var būt priekšrocības. [5]

Ņemot vērā, ka ar R^2 nav pietiekams metamodeļa precizitātes raksturojošs parametrs, tiek izmantoti papildus eksperimentālie punkti, kuri nav izmantoti, lai izveidotu metamodeli un novērtēta kļūda šajos punktos. Šajos validācijas punktos kļūdas novērtējumam var izmantot maksimālo absolūto kļūdu (*MAE* - *maximum absolute error*) (1.13.), vidējo absolūto kļūdu (*AAE* - *average absolute error*) (1.14.), vidējo absolūto kļūdu procentos (*MAPE* - *mean absolute percentage error*) (1.15.), vidējo kvadrātisko kļūdu (*MSE* - *mean squared error*) (1.16.) un kvadrātsakni no vidējās kvadrātiskās kļūdas (*RMSE* - *root mean squared error*) (1.17.).

$$MAE = \max|y_i - \hat{y}_i|, \quad i = 1, \dots, m \quad (1.13.)$$

$$AAE = \frac{\sum_{i=1}^m |y_i - \hat{y}_i|}{m} \quad (1.14.)$$

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^m \frac{|y_i - \hat{y}_i|}{y_i}}{m} 100\% \quad (1.15.)$$

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2}{m} \quad (1.16.)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2}{m}} \quad (1.17.)$$

Jo zemākas ir kļūdas vērtības, jo precīzāks ir iegūtais metamodelis. Kopējā modeļa precizitāti var novērtēt izmantojot *AAE*, *MAPE*, *MSE* un *RMSE* vērtības, bet metamodeļa lokālo precizitāti var novērtēt ar *MAE*. *MAPE* novērtējums ļauj gadījumos, ja datu kopa satur gan zemas vērtības, gan augstas vērtības modeļa atbildēs, ņemt līdzvērtīgi vērā nelielu kļūdu pie mazas atbildes vērtības un lielu kļūdu pie lielas atbildes vērtības. Ja metamodeļa precizitāti novērtē izmanto kļūdu vērtības, tad ir svarīgi, lai validācijas punkti ir vienmērīgi izkliedēti apskatāmajā apgabalā. Tāpat ir svarīgi, lai validācijas punkti neatrastos pārāk tuvu sakritības punktiem, jo tas dotu pārāk optimistisku metamodeļa novērtējumu. [16]

Metamodeļu kvalitāti var novērtēt, tos salīdzinot ar citiem metamodeļiem jeb izmantojot krosvalidāciju. Krosvalidācijas gadījumā tiek salīdzināti interpolācijas metamodeļi ar metamodeļiem, kuri iegūti bez interpolācijas. Šajā pieejā viena un tā pati datu kopa tiek izmantota, lai iegūtu un validētu metamodeli. Gadījumos, kad ir sarežģītas datorsimulācijas, ieteicams ir izmantot visus datus, lai izveidotu metamodeli un nav ieteicams atnest kādu eksperimentālo vērtību, lai to izmantotu modeļa validācijai. [9]

p-fold krosvalidācijā datu kopa *n*, kura sastāv no ieejas uz atbildes vērtību pāriem, tiek sadalīta *p* atsevišķās apakškopās. Metamodelis tiek *p* reizes novērtēts, katru reizi atstājot ārā vienu no apakškopām. Neizmantojot apakškopa tiek izmantota, lai novērtētu kļūdu.

Izmantota tiek arī krosvalidācija ar viena punkta izlaidumu (*leave – one – out*). Šajā metodē sagaidāmā prognozes kļūda tiek novērtēta, izpildot n aproksimācijas punktus, kuri sakrīt ar eksperimenta plāna punktiem, pie tam $i - tais$ plāna punkts $i-jā$ aproksimācijā netiek ņemts vērā. Tiek izrēķināta vidējā kvadrātiskā atšķirība starp aproksimācijā iegūtajiem un nomērītajiem rezultātiem (1.18.). [5]

$$\sigma_x = \frac{1}{2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (\hat{y}_{-i}(x_i - y_i)^2)} \quad (1.18.)$$

Aproksimācijas novērtējumam izmantots tiek arī krosvalidācijas kļūdas novērtējums $\sigma_{x\ rel}$, kas raksturo, cik liela ir kļūda salīdzinājumā ar atbildes funkcijas standartnovirzi no vidējās vērtības eksperimenta punktos (1.19.).

$$\sigma_{x\ rel} = 100\% \frac{\sigma_x}{\sigma_{exp}} = 100\% \frac{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_{-i}(x_i - y_i)^2)}}{\sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (1.19.)$$

1.6. SECINĀJUMI

1. Analizēti, izpētīti un tālākai pielietošanai (šajā darbā) pilnveidoti praksē visbiežāk pielietotie eksperimentu plāni, kā arī veikts to salīdzinājums.
2. Kā galvenos eksperimentu plānus granulārā materiāla skaitliskajai modelēšanai tiek rekomendēts pielietot LH un D-optimālos eksperimentu plānus.
3. Apkopoti raksturlielumi, kuri tiek izmantoti iegūto metamodeļu validācijai (R^2 un krosvalidācijas kļūda).

2. MEHĀNISKO SISTĒMU KONSTRUKCIJAS ELEMENTU OPTIMIZĀCIJA, IEVĒROJOT NENOTEIKTĪBU

2.1. OPTIMIZĀCIJAS PIEEJAS

Lai definētu konstrukcijas optimizācijas problēmu, nepieciešams aprakstīt mērķa funkciju, mainīgos ieejas parametrus. Mērķa funkcija $f(x)$ apraksta sistēmas atbildi, kuru nepieciešams minimizēt vai maksimizēt. Optimizējamie sistēmas parametri var būt, piemēram, sistēmas stingums vai tilpums. Ieejas mainīgie faktori x apraksta konstrukciju, piemēram, formu, savukārt vērtības y apraksta sistēmas atbildes vērtības, piemēram, spriegums, deformācija vai pārvietojumi. Atbildes vērtības ir atkarīgas no ieejas faktoriem, aprakstīta ar funkciju $y(x)$, turklāt atbildes funkcija ir pakļauta ieejas faktoru un atbildes vērtību ierobežojumiem, lai optimizāciju veiktu nepieciešamajā virzienā. [17]

Ar funkciju $g(y)$ var aprakstīt, piemēram, pārvietojumu noteiktā virzienā. Šī funkcija var tikt izmantota, kā ierobežojums optimizācijas uzdevumam, kur parasti tiek definēts, ka $g(y) \leq 0$. Apskatot gadījumu, kur ar funkciju $g(y)$ apraksta pārvietojuma vektoru $g(u(x))$, izmantojot GEM, lai iegūtu atbildes funkciju, nepieciešams noteikt mezglu pārvietojumus (2.1.). [17]

$$u(x) = K(x)^{-1}f(x) \quad (2.1.)$$

kur K – stinguma matrica;
 f – slodzes vektors.

Šajā gadījumā optimizācijas uzdevums izsaka (2.2.):

$$\begin{cases} \min(x), & f(x) \\ g(u(x)) \leq 0 \end{cases} \quad (2.2.)$$

Vienādojums (2.1) parasti tiek atrisināts atvasinot f un g atkarībā no x . Šajā gadījumā x apraksta ģeometrisku parametru. Optimizācijas problēmas tiek klasificētas atkarībā no tā, kādas ģeometriskās iezīmes tiek aprakstītas ar x .

Optimizācijas problēmas tiek iedalītas trīs grupās:

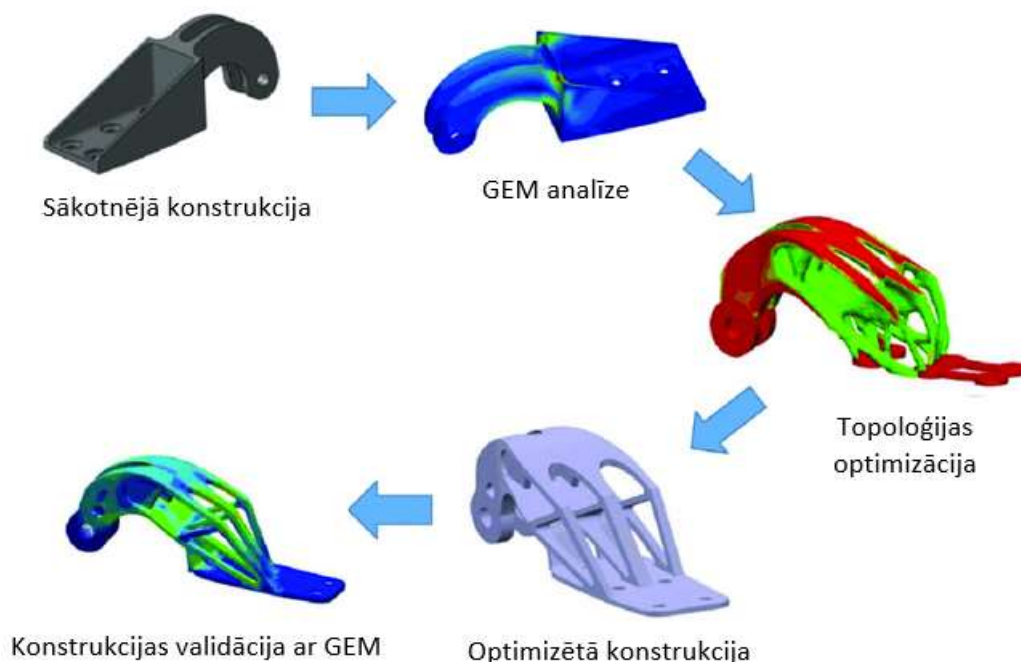
- izmēra optimizācija – faktors x apraksta konstrukcijas biezumu. Optimālais biezums parasti minimizē kādu fizikālu lielumu, piemēram, deformācijas enerģiju vai izlieci, izpildot līdzsvara ierobežojumus;
- formas optimizācija – faktors x apraksta stāvokļa vienādojuma robežnosacījumus. Šajā gadījumā robeža apskatītajam apgabalam x var būt mainīgs, tā lai minimizētu, kādu fizikālu lielumu;
- topoloģijas optimizācija – parametrs x apraksta apgabala savienojamību. Piemēram, tiek aprakstīts materiāla blīvuma sadalījums apskatītajā apgabalā. [17]

2.2. TOPOLOĢIJAS OPTIMIZĀCIJA

Topoloģijas optimizācijas problēmu var formulēt ar pieciem soļiem:

1. Tiek definēts optimizācijas problēmas uzdevums: šajā solī tiek noteikts optimizācijas mērķis, kuram jāizpildās optimizācijas rezultātā.

2. Datu analīze: šajā solī tiek ievākti un apkopoti dati par optimizējamo sistēmu.
3. Mainīgo faktoru definēšana: šajā solī tiek aprakstīti sistēmas mainīgie faktori.
4. Optimizācijas kritērija identifikācija: tiek definēts kritērijs, lai novērtētu un apturētu optimizāciju. Kritēriji ir mērķa funkcijas, kuras nepieciešams maksimizēt vai minimizēt.
5. Ierobežojumu definēšana: šajā solī tiek definēti optimizāciju ierobežojošie kritēriji. [18]



2.1. att. Topoloģijas optimizācijas shēma [19]

Topoloģijas optimizācijas gadījumā tiek meklēts optimāls materiāla izvietojums (2.1. att). Tiek meklēta optimāla apakškopa $\Omega_m \in \Omega$, kur Ω ir apskatāmais apgabals. Mainīgais parametrs x šajā gadījumā apraksta tilpuma vektoru ρ , kurš sastāv no elementiem ρ_e . Stinguma tensors E var tikt aprakstīts izmantojot ρ vienādojumā un definējot tilpuma ierobežojumus (2.3.)

$$\int_{\Omega} \rho d\Omega = (\Omega_m) \leq V \quad (2.3.)$$

kur V – sākotnējais tilpums.

Elements tiek uzskatīts par aizpildītu gadījumā, ja $\rho_e=1$, savukārt gadījumos, kad $\rho_e=0$ elements tiek uzskatīts par tukšu. Vienādojumu (2.3.) nepieciešams formulēt, kā nepārtrauktu funkciju, tā lai blīvuma funkcijas vērtības būtu robežās no 0 līdz 1. Lai risinātu integrālo uzdevumu cietiem, izotropiem materiāliem, visbiežāk tiek izmantota soda metode. Blīvuma funkcija šādā gadījumā tiek uzdota ar vienādojumu (2.4.).

$$E = \rho^p E^0, \quad p \in [\rho_{min}, 1], \quad p > 1 \quad (2.4.)$$

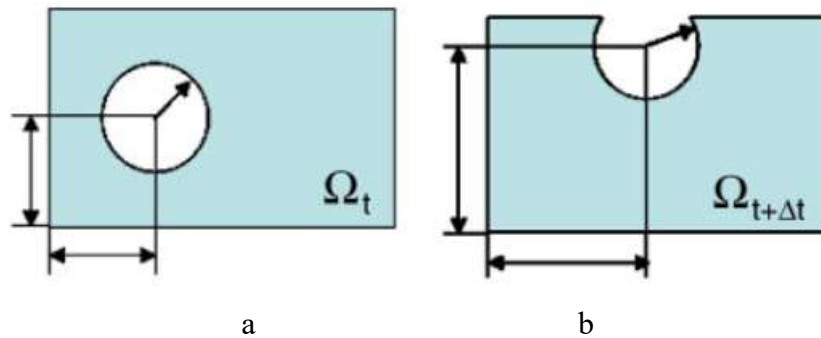
kur p – soda vērtība.

Soda faktors p , kurš attiecināms uz blīvumu ar vērtībām starp 0 un 1, liek šo elementu vērtībām tiekties uz robežvērtībām 1 vai 0. ρ_{min} ir mazākā blīvuma vērtība, lai izvairītos no singularitātes. Materiāliem, kuriem Puasona koeficients $\nu=0.3$, tiek rekomendēts izmantot vērtību $p \geq 3$. [20]

2.3. FORMAS OPTIMIZĀCIJA

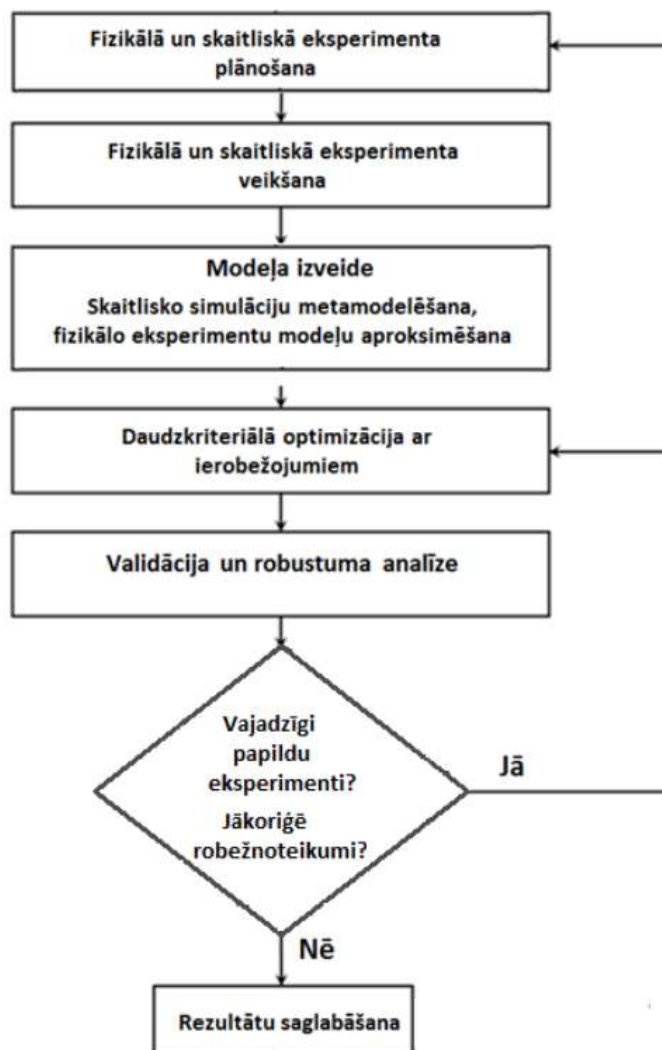
Parametriska forma tiek definēta, izmantojot galīgu, parasti nelielu, ģeometrisku parametru kopu – izmērus. Parasti šie izmēri ietver – rādījumus, attālumus, leņķus un citus ģeometriski svarīgus formas raksturlielumus. Lielākā daļa mūsdienu CAD programmas atspoguļo formu parametriski. Parametriskās formas optimizācijas gaitā tiek meklēta mainīgo faktoru ietekmē izmainītā forma, lai minimizētu vai maksimizētu kādu definētu mērķa funkciju.

Parametriskas formas nesniedz informāciju par ģeometriju vai topoloģiju uz formas robežām. Robežas ir definētas ar pieļaujamajām parametru vērtībām. Parametriskajā formas optimizācijā, pie katras izmaiņas formas parametros, nepieciešams pārvērtēt atbilstošo robežu attēlojumu. [21] Plaši pielietota metode, lai atrisinātu šīs problēmas, ir telpas apgabala ierobežošana ar formām, kurā ir identiska parametrizācija un topoloģija (2.2. att.). [22]



2.2. att. Parametriskā formas optimizācija: a – forma ir aprakstīta ar trīs izmēriem, kuri definē formas ierobežojumus; b – izmaiņas parametru vērtībās, kuras rezultējas savādākā objekta topoloģijā [23]

Formas optimizācija sastāv no vairākiem soļiem, sākot no eksperimenta plānošanas līdz modeļa validācijai un optimālās formas iegūšanai (2.3.att.).



2.3. att. Uz metamodelēšanas pieejas bāzēta optimizācijas blokshēma

2.3.1. Daudzkriteriāla optimizācija

Mērķa funkcija var tikt definēta izmantojot vairākus uzdevumus, tad tiek risināts daudzkriteriāla vai vektoru optimizācijas problēma (2.5.).

$$\min f(f_1(x, y), f_2(x, y) \dots f_n(x, y)) \quad (2.5.)$$

kur n – mērķa funkciju skaits.

Vienkāršākā pieeja daudzkriteriālas optimizācijas uzdevuma risināšanai ir uzdevumu risināt, kā viena kritērija optimizējas problēmu. Šajā risinājumā viena no mērķa funkcijām tiek minimizēta, parasti, svarīgākā, un pārējās tiek uzskatītas kā ierobežojumi. Cita pieeja paredz mērķa funkciju definēt kā kombināciju no parametriem. Šajā metodē var izmantot svērtos koeficientus, lai raksturotu parametru ietekmi uz sistēmas atbildi. [24]

Ņemot vērā, ka visas mērķa funkcijas tiek minimizētas attiecībā pret x un y , globālais optimums nav noteikts. Mērķi var tikt formulēti, kā skalāras mērķa funkcijas izmantojot svarīgumu (2.6.). [17]

$$f = \sum_i f_i \omega_i \quad (2.6.)$$

kur i – mērķa funkciju skaits.

Savukārt kopējā svarīguma summa ir vienāda ar viens (2.7.):

$$\sum_i \omega_i = 1 \quad (2.7.)$$

Variējot svarīguma vērtības, var iegūt dažādus Pareto optimālos punktus, kur šie risinājumi ir unikāli attiecībā pret konkrēto svarīguma vērtību. Dažādu Pareto optimālo punktu kopa dod Pareto sadalījumu, kur neviens no parametriem nav uzlabojams, nepasliktinot citu. [17]

2.4. OPTIMIZĀCIJA IETVEROT NENOTEIKTĪBU

Veicot procesa vai produkta optimizāciju nereti nākas saskarties ar nenoteiktību ieejas faktoros. Viens no optimizācijas veidiem, ietverot nenoteiktību, ir robustā formas optimizācija. Robustās optimizācijas gadījumā tiek risināta optimizācijas problēma, kur eksperimenta datos ir nenoteiktība un tā nenoteiktības kopai U . [25]

Optimizācijas problēmu ietverot nenoteiktību var formulēt, pieņemot, ka visiem noteiktību saturošiem datiem, jāpieder nenoteiktības kopai U (2.7.):

$$\min_{x_0, x} \{x_0: f_0(x, \zeta) \leq x_0, \quad f_i(x, \zeta) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \quad \forall \zeta \in U\} \quad (2.7.)$$

kur x – parametru vektors;
 f_0 – mērķa funkcija;
 f_1, \dots, f_m – ierobežojumi.

Katram x un x_0 ir jāizpilda ierobežojums $f_0(x, \zeta) \leq x_0, \forall \zeta \in U$, kur x_0 ir parametrs, kuru nepieciešams minimizēt. Atbilstoši optimālajam vektoram \bar{x} tiek iegūta mērķa funkcijas vērtība (2.8.).

$$x_0 = \max_{\zeta \in U} f_0(\bar{x}, \zeta) \quad (2.8.)$$

Robustās formas optimizācijai ir plašs praktisks pielietojums formas un topoloģijas optimizācijā, gadījumos, kad sistēmā nav zināmi visi darbojošies spēki un tie var mainīties gadījuma veidā. [26]

2.5. SECINĀJUMI

1. Formas optimizācija, kā parametriskās optimizācijas metodes paveids, ļauj atrast optimālos parametrus lielām, determinētām sistēmām, pat vairāku miljonu brīvības pakāpju (DOF) sistēmās.
2. Apskatot kompleksas sistēmas ar vairākiem optimizācijas parametriem, izmantojama daudzkritēriālā optimizācijas pieeja, vienu parametru optimizējot un pārējos uzskatot par ierobežojumiem.
3. Gadījumos, kad sistēmas atbildi ietekmē gadījuma lielumi, praksē pielietojama robustās formas optimizācijas metode.

3. DISKRĒTO ELEMENTU METODES SAGATAVOŠANA UN PIELIETOJUMS MEHĀNISKO ELEMENTU FORMAS OPTIMIZĀCIJAI

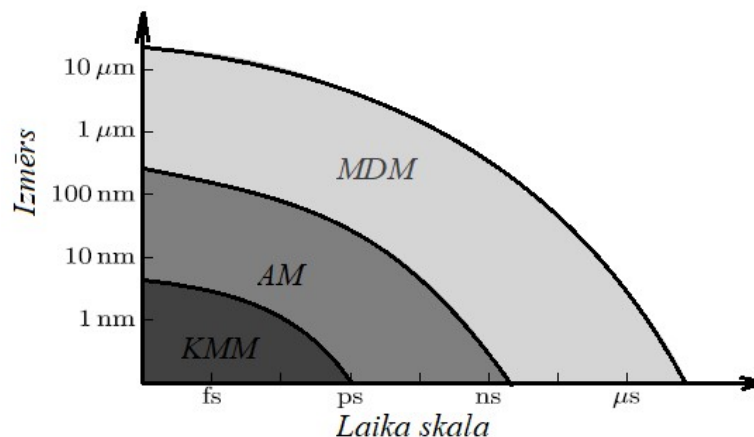
3.1. IEVADS

Diskrēto elementu metode (DEM) ir skaitliska metode, kurā tiek ņemta vērā savstarpējā mijiedarbība starp diskrētām daļiņām, kuras atrodas kontaktā un ļauj novērtēt savstarpējo mijiedarbības spēku. Metodes pamatā ir virzes un rotācijas kustības vienādojumi katrai daļiņai [27].

Diskrētās metodes tiek klasificētas trijās klasēs atkarībā no apskatāmā modeļa izmēra (3.1. att.): KMM (kvantu mehānikas metodes), AM (atomu metodes) un MDM (mezoskopiskā diskrētā metode).

KMM un AM tiek lietotas ļoti maza mēroga sistēmu analizēšanai, kuras nevar aprakstīt kā nepārtrauktas sistēmas. Šīs metodes nav piemērotas sistēmām, kuru izmērs ir lielāks nekā starpatomu izmērs. [28]

MDM tiek izmantota, lai apskatītu problēmas mezoskopiskā mērogā. Šajā mērogā ietilpst lielākā daļa nepārtraukto un plūstošo materiālu problēmas.



3.1. att. Skaitlisko metožu izmantošana atkarībā no izmēra un laika skalas mēroga [28]

DEM daļiņu savstarpējā mijiedarbība pamatā tiek aprakstīta ar lineāru viskoelastīgu modeli (Voigta modelis), kurš sevī ietver rites un bīdes berzi. Sarežģītākos gadījumos tiek izmantoti arī modeļi ar plastisko deformāciju. Šajos modeļos spēka komponente normāles virzienā tiek rēķināta atbilstoši Herca kontakta teorijai [29]. Savukārt tangenciālie spēki tiek definēti atbilstoši Mindlin un *Mindlin – Deresiewicz* modeļiem [30]. DEM modeļos tiek izmantots Kulona berzes modelis. Vienādojumi arī ietver slāpēšanas komponenti normāles virzienā, gan tangenciālajā virzienā. Modeļa slāpēšanās koeficients tiek izteikts caur daļiņu atlēciena koeficientu (3.1.).

$$e = -\frac{v_{1f}-v_{2f}}{v_{1i}-v_{2i}} = -\frac{v_f}{v_i}, \quad (3.1.)$$

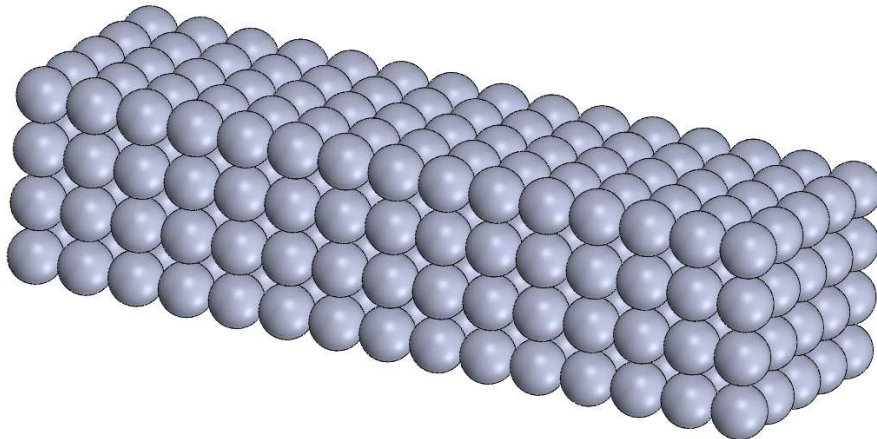
kur v_{1f}, v_{2f} – daļiņu ātrumi pēc sadursmes;
 v_{1i}, v_{2i} – daļiņu ātrumi pirms sadursmes;
 v_f - relatīvais ātrums pēc sadursmes;

v_i – relatīvais ātrums pirms sadursmes.

3.2. DISKRĒTO METOŽU MODELĒŠANAS PIEEJAS

3.2.1. Nepārtrauktu materiālu modelēšana

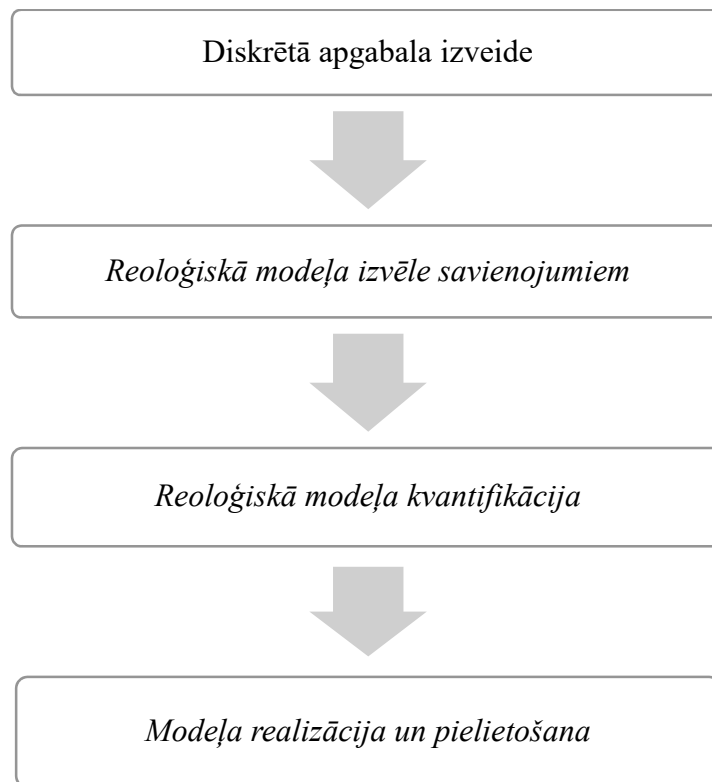
Nepārtrauktu materiālu modelēšanai (3.2. att.) visbiežāk tiek izmantota GEM. GEM ir sarežģīti modelēt materiāla plīsumus un pārtraukumu veidošanos, tādēļ šādus modeļus bieži apskata izmantojot DEM, modelējot nepārtrauktu materiālu, to definējot kā daļiņu kopu. [28]



3.2. att. Nepārtraukta materiāla 3D modelis

Lai kvantitatīvi raksturotu un modelētu nepārtrauktu materiālu, pamatā jāizpilda sekojoši soļi (3.3. att.):

1. Jāizveido diskrets apgabals dotajam sistēmas izmēram un jāizvēlas daļiņu izmērs;
2. Jāizvēlas atbilstošākais reoloģiskais modelis, kas vislabāk ļauj kvalitatīvi modelēt paredzamo mehānisko sistēmas uzvedību;
3. Jāveic reoloģisko parametru kvantitatīva novērtēšana. Nereti šos parametrus nav iespējams noteikt no analītiskām sakarībām. Bieži nepieciešams veikt simulācijas, lai noteiktu reoloģiskos parametrus. Šo procesu nepārtrauktu materiāla modelēšanā sauc par kalibrāciju;
4. Izveidotā modeļa pielietošana. Modelis visbiežāk tiek veidots, lai analizētu dažādas zinātniskas un inženiertehnikas problēmas. [28]



3.3. att. Nepārtraukta materiāla DEM modelēšanas pieejas blokshēma

Skaitliskā modelēšana nepārtrauktajiem materiāliem balstās uz integrēšanas metodēm un uz plaisāšanas un trieciena modeļu iekļaušanu simulācijā. [31] Praksē tiek izmantoti dažādi aprēķinu modeļi, piemēram, Verleta ātruma modelis (*Verlet velocity*), Runge – Kutta metode un citi. [32] Modeļiem ir līdzīga efektivitāte, bet atšķiras rēķināšanas mašīnlaiks. Izmantojot Verleta ātruma metodi, diskrēto elementu koordinātes un ātrumu var noteikt pēc vienādojumiem 3.2. un 3.3. [32]

$$x(t + dt) = x(t) + dt\dot{x}(t) + \frac{dt^2}{2} \ddot{x}t \ , \quad (3.2.)$$

$$\dot{x}(t + dt) = \dot{x}(t) + \frac{dt}{2} (\ddot{x}(t) + \ddot{x}(t + dt)) \ , \quad (3.3.)$$

kur t – laiks;
 dt – integrēšanas laika solis;
 $x(t)$ – lineārais pārvietojums;
 $\dot{x}(t)$ – lineārais ātrums;
 $\ddot{x}(t)$ – lineārais paātrinājums.

3.2.2. Granulāra materiāla plūsmas modelēšana ar diskrētiem elementiem

DEM modelēšana sniedz informāciju par granulārā materiāla dinamiku – daļiņu trajektoriju, mijiedarbības spēkiem, ko izmantojot fizikālos eksperimentus praktiski nav iespējams analizēt.

Praksē tiek izmantotas divas DEM pieejas: mīksto daļiņu (*soft – particles*), un cieto daļiņu (*hard – particles*). Mīksto daļiņu pieeja ir viena no pirmajām izmantotajām pieejām granulāro materiālu dinamikas simulācijās. Šīs pieejas pamatā ir daļiņu deformāciju ietveršana, kuras izmantojot tiek noteikti, elastības un berzes spēki, kuri darbojas starp daļiņām. Daļiņu kustības aprakstīšanai tiek izmantoti Ņūtona kustības likumi. Mīksto daļiņu pieejai raksturīgs, ka šajos

modeļos var apskatīt vairāku daļiņu vienlaicīgu kontaktu, kas ir svarīgs gadījums, kad tiek modelēta kvazistatiska sistēma. [33]

Cieto daļiņu modeļu simulācijās tiek apskatītas secīgas sadursmes starp divām daļiņām. Šī metode tiek visbiežāk izmantota granulāra materiāla plūsmas modelēšanai (3.4. att.). [34]



3.4.att. Granulārā materiāla mijiedarbība ar rotējošu bunkuru – DEM simulācija [35]

Granulārā materiāla plūsmu var apskatīt arī kā nepārtrauktu materiālu, kuram ir šķidrums īpašības. Šādām sistēmām var izveidot modeļus, kuri balstās uz “lielo daļiņu” metodi. Izmantojot šo metodi, apskatāmais apgabals tiek sadalīts šūnās, kur nepārtrauktais materiāls tiek uzskatīts par diskretu - sastāvošu no daļiņu kopas ar konstantu masu, kuras pārvietojas caur izveidoto Eilera režģi. [36]

3.3. GRANULĀRO DAĻIŅU MODELĒŠANA

3.3.1. Daļiņu kinemātika

Lielās daļiņu sistēmās, komponentes ($i=1,3$) virzes un rotācijas kustības paātrinājums nosakāms izmantojot vienādojumus (3.4.) un (3.5.) [37]:

$$\frac{dv_i}{dt} = \frac{\sum F_{ci}}{m_i} + g_i, \quad (3.4.)$$

$$\frac{d\omega_i}{dt} = \frac{\sum F_{ti}R}{I}, \quad (3.5.)$$

kur F_c – uz daļiņas darbojošais kontakta spēks;
 $F_{ti}R$ – spēka moments no kontakta spēka tangenciālās komponentes;
 g – gravitācijas paātrinājums;
 v – lineārais ātrums;
 ω – leņķiskais ātrums;
 I – inerces moments.

Pēc vienādojuma (3.5.) integrēšanas, izmantojot nelielu laika soli, iespējams atrast kustībā esošas daļiņas jauno virzes (3.6.) un rotācijas kustības ātrumu (3.7.):

$$v'_i = v_i + \frac{dv_i}{dt} \Delta t \text{ un } \omega'_i = \omega_i + \frac{d\omega_i}{dt} \Delta t, \quad (3.6.)$$

$$x'_i = x_i + v'_i \Delta t \text{ un } \theta'_i = \theta_i + \omega'_i \Delta t, \quad (3.7.)$$

kur x_i – daļiņas koordināte virzes kustībā;
 θ_i – daļiņas koordināte rotācijas kustībā;
 Δt – modelēšanas laika solis.

Kad ir atrasts daļiņas pozīcija un ātrums pēc aprēķina laika soļa, ir iespējas noteikt jauno daļiņu mijiedarbības spēku. Jaunajā pozīcijā ir nepieciešams noteikt daļiņas, starp kurām izveidojušies kontakti, kā arī jānosaka starp kurām daļiņām mijiedarbības vairs nav. Divas sfēriskas daļiņas (A un B) atrodas kontaktā pie nosacījuma, ja attālums starp daļiņu centriem ir mazāks nekā šo daļiņu rādiusu summa (3.8.) [37].

$$\alpha = R_A + R_B - D, \quad (3.8.)$$

kur α – daļiņu mijiedarbības dziļums;
 D – attālums starp daļiņu centriem.

Ja divu daļiņu virzes un rotācijas kustības ātrumu definē, kā v_i^A , ω_i^A un v_i^B , ω_i^B , tad relatīvo daļiņu mijiedarbības dziļuma izmaiņu var izteikt izmantojot vienādojumu (3.9.):

$$\Delta\alpha = (v_i^B - v_i^A)n_i\Delta t, \quad (3.9.)$$

kur n – vienības vektors vērsts virzienā no daļiņas A uz daļiņu B .

Savukārt, pārvietojuma tangenciālā izmaiņa nosakāma izmantojot vienādojumu (3.10.):

$$\Delta\delta_i = (v_i^B - v_i^A)\Delta t - \Delta\alpha n_i - (\omega_{i+1}^A n_{i+2} - \omega_{i+2}^A n_{i+1})R_A\Delta t - (\omega_{i+1}^B n_{i+2} - \omega_{i+2}^B n_{i+1})R_B\Delta t, \quad (3.10.)$$

3.3.2. Mijiedarbības spēki

Aprēķinot relatīvo pārvietojuma pieaugumu daļiņu mijiedarbības punktā ir iespējams noteikt jaunās mijiedarbības reakcijas spēku vērtības. Normāles spēku iespējams noteikt izmantojot vienādojumu (3.11.) [37]:

$$\Delta F'_n = F_n + k_n\Delta\alpha, \quad (3.11.)$$

Sarežģītāk ir noteikt tangenciālos spēkus. Daļiņu mijiedarbības laikā plakne, kurā notiek kontakts patstāvīgi pārvietojas rotācijas kustībā, tādēļ ir nepieciešams arī pārorientēt tangenciālo spēku un tangenciālo pārvietojumu virzienu tā, lai tie ir perpendikulāri jaunajam normāles spēka virzienam, pirms tangenciālo spēku un pārvietojumu vērtības tiek atjaunotas. Mijiedarbības plaknes rotācijas kustību iespējams aprakstīt ar vienādojumu (3.12.) [38].

$$\Omega_i = \left((v_{i+2}^B - v_{i+2}^A)\Delta t - \Delta\alpha n_{i+2} \right) \frac{n_{i+1}}{D} - \left((v_{i+1}^B - v_{i+1}^A)\Delta t - \Delta\alpha n_{i+1} \right) \frac{n_{i+2}}{D} \quad (3.12.)$$

Tangenciālo spēku un pārvietojumu virziens tiek noteikti izmantojot vienādojumu (3.13.):

$$\begin{cases} F'_{ti} = \Omega_{i+1}F_{t(i+2)} - \Omega_{i+2}F_{t(i+1)} \\ \delta'_i = \Omega_{i+1}\delta_{t(i+2)} - \Omega_{i+2}\delta_{t(i+1)} \end{cases} \quad (3.13.)$$

kur F_{ii} – tangenciālais spēks pirms plaknes rotācijas;

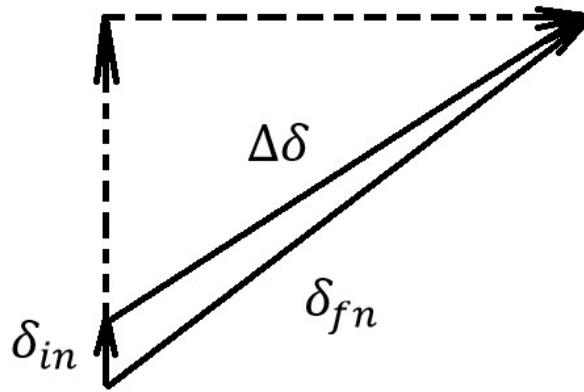
δ_i – tangenciālais pārvietojums pirms plaknes rotācijas.

Savukārt tangenciālo spēku un pārvietojumu vērtību aprēķināšanai tiek izmantots vienādojums (3.14.):

$$\begin{cases} F_t = \sqrt{(F_{ti}F_{ti})} \\ \delta = \sqrt{(\delta_i\delta_i)} \end{cases} \quad (3.14.)$$

Tangenciālā pārvietojuma pieauguma virziens, pēc vienādojuma (3.14.) nav koaksiāls (3.5. att.) ar iepriekšējo tangenciālo pārvietojumu. Jaunais tangenciālais pārvietojums tiek iegūts, izmantojot vektoru summu (3.15.) [39].

$$\Delta\delta_i^{fn} = \delta_i^{in} + \Delta\delta_i, \quad (3.15.)$$



3.5. att. Pārvietojumu starpība Dekarta koordinātu sistēmā

Precīzāk tangenciālos pārvietojumus iespējams aprēķināt izmantojot lokālās cilindriskās koordinātes (3.6. att.). Šajā modelī ir normāles pārvietojums, kurš rada normāles reakcijas spēku un radiālais tangenciālais pārvietojums, kas rada tangenciālo reakcijas spēku un rotācijas pārvietojumu, kuram atbilst mijiedarbības spēka moments. Attiecīgi tangenciālā spēka jaunā vērtība tiek aprēķināta izmantojot vienādojuma (3.16.):

$$F_i^{fn} = F_t^{in} + k_t\Delta\delta_r, \quad (3.16.)$$

izmantojot skalāro lielumu (3.17.):

$$\Delta\delta_r = \delta^{fn} - \delta^{in}, \quad (3.17.)$$

Tangenciālā spēka komponente tiek aprēķināta izmantojot vienādojumu (3.18.):

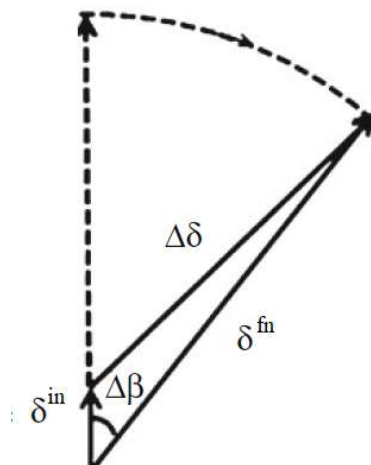
$$F_{ti}^{fn} = F_t^{fn} \frac{\delta_i^{fn}}{|\delta^{fn}|}, \quad (3.18.)$$

Jaunais tangenciālais spēks tiek salīdzināts ar slīdes kritēriju. Ja slīdes kritērijs tiek pārsniegts, tad tangenciālais spēks tiek definēts kā robežvērtība (3.19.)

$$F_t = \mu F_n, \quad (3.19.)$$

Nekoaksiālitātes rezultātā kontaktā rodas rotācijas pārvietojuma pieaugums, kuru raksturo leņķis $\Delta\beta$. Neskatoties uz to, nelielās kontakta virsmas dēļ, rezultējošais mijiedarbības spēku

moments aprēķinu modeļos tiek ignorēts. Stingums normāles un tangenciālajā virzienā tiek raksturots balstoties uz konkrētajā situācijā izmantotā mijiedarbības modeļa [39].



3.6. att. Pārvietojumi lokālajās cilindra koordinātēs

3.3.3. Slāpēšanas spēki

Lielākā daļa DEM modelēšanas pieejas neietver slāpēšanu kā daļu no mijiedarbības spēka. Slāpēšanas spēki netiek definēti, kā mijiedarbības spēki, bet tiek pievienoti normāles (3.20) un tangenciālā virziena (3.21.) mijiedarbības spēkam, lai kompensētu līdzsvara spēku un spēka momentu, kas darbojas daļiņas kontakta punktā. Spēka aprēķinā tiek izmantota ekvivalentā daļiņu masa (3.22.). [40]

$$F_{nd} = 2\beta\sqrt{m'k_n}\frac{\Delta\alpha}{\Delta t}, \quad (3.20.)$$

$$F_{td} = 2\beta\sqrt{m'k_t}\frac{\Delta\delta_r}{\Delta t}, \quad (3.21.)$$

$$\frac{1}{m'} = \frac{1}{m_A} + \frac{1}{m_B}, \quad (3.22.)$$

kur m_A un m_B – daļiņas A un B masa;

β – koeficients 0.01- 0.03.

3.3.4. Laika soļa izvēle DEM

Daļiņa kustības laikā var sadurties ar blakus esošajām daļiņām vai konstrukcijas elementiem. Daļiņu kustība ir atkarīga arī no daļiņām, kas atrodas relatīvi tālu no tuvākajām “kaimiņu” daļiņām, viļņu izplatības dēļ. Šīs problēmas risināšanai tiek izmantots, atbilstoši situācijai piemērots, mazs aprēķina laika solis, lai viena laika soļa ietvarā vilnis var pārvietoties tikai starp daļiņām, kas ar to atrodas kontaktā [37].

Gadījumos, kad tiek izmantots lineāras atsperes kontakta modelis, kritiskā laika soļa lielums ir atkarīgs no mijiedarbības stinguma un daļiņu blīvuma attiecības. Šādos modeļos kritiskā laika soļa izmērs tiek izvēlēts izvērtējot mazāko daļiņu izmēru modelī. Kritisko laika soli nelineāras atsperes modeļos var noteikt izmantojot vienādojumu (3.23.) [37]:

$$\Delta t_c = \frac{\pi R_{min}}{v_R} = \frac{\pi R_{min}}{\lambda} \sqrt{\frac{\rho}{G}}, \quad (3.23.)$$

kur R_{min} – mazākās daļiņas rādiuss;
 ρ – daļiņas blīvums;
 G – bīdes modulis;
 v_R – viļņa ātrums;

Parametrs λ aprēķināms izmantojot vienādojumus (3.24.) un (3.25.):

$$(2 - \lambda^2)^4 = 16(1 - \lambda^2) \left[1 - \lambda^2 \left(\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \right) \right], \quad (3.24.)$$

$$\lambda = 0.8766 + 0.1631\nu \quad (3.25.)$$

kur ν – daļiņas Puasona koeficients.

3.3.5. Ģeometrija modelēšana

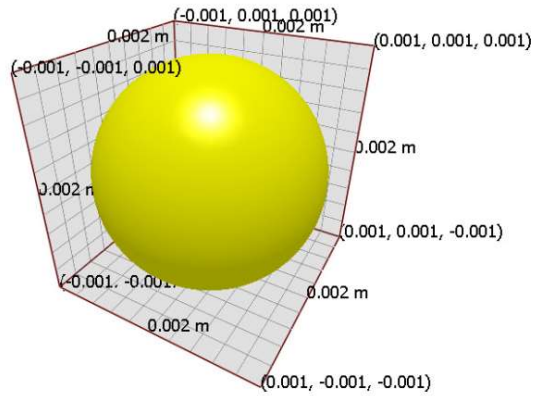
Dabā sastopamas ir dažādas formas granulārās daļiņas. Visbiežāk šīs daļiņas ir neregulārās formas, kā piemēram, smilts daļiņas (3.7. att.).



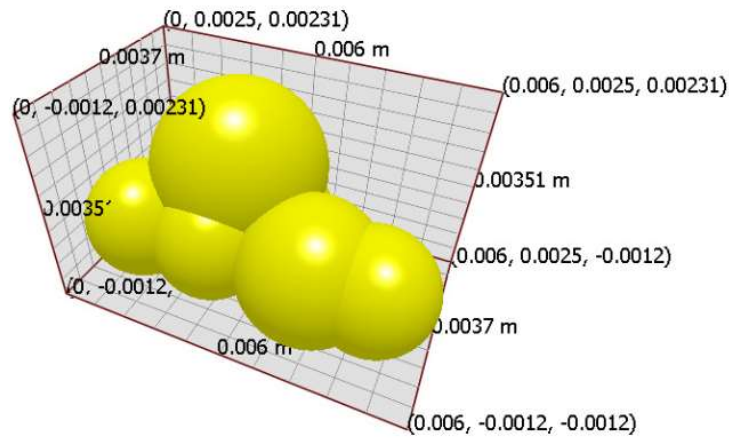
3.7. att. Smilts daļiņas [41]

Skaitliskā modelēšana ar neregulāras formas daļiņām ir sarežģīta un saistīta ar laukietilpīgiem aprēķiniem, tādēļ bieži, iespēju robežās granulārā materiāla daļiņas tiek vienkāršotas, izmantojot sfēriskus elementus (3.8.att.).

Modelēšanas gadījumos ar sarežģītājiem daļiņu modeļiem tiek izmantotas savā starpā savienotas sfēras (sfēru kopas) (3.9. att.), ar kurām tuvināti iespējams aprakstīt neregulāro daļiņu formu. [40]



3.8. att. Sfēriskas daļiņas modelis EDEM



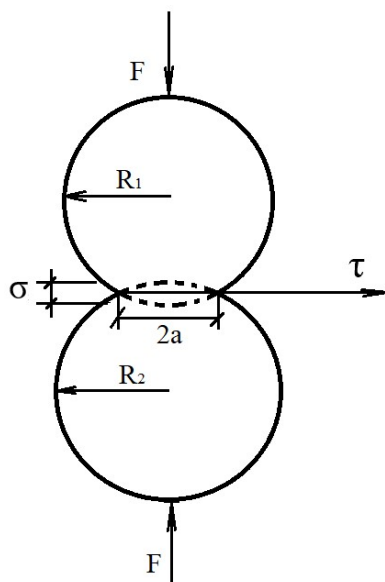
3.9. att. Neregulāras formas daļiņa aizstāta ar sfēru kopu

Modelējot daļiņu maisījumu, kur daļiņu izmēram ir būtiska atšķirība, simulācijas gaitā lielo daļiņu ietekmē smalkās daļiņas var uzvesties haotiski. Šādas situācijas var rasties gadījumos, ja lielo daļiņu ātrums ir daudzkārt lielāks par smalko daļiņu ātrumu vai arī izvēlēta laika soļa dēļ, kurš ir par lielu. DEM šī parādība tiek risināta ierobežojot maksimālo ātrumu lielajām daļiņām, vai arī izslēdzot šīs daļiņas no simulācijas, modeļa nestabilitātes gadījumā. [40]

3.4. MIJIEDARBĪBAS SPĒKI UN KONTAKTA MODEĻI

3.4.1. Herca – Mindlina modelis (bez berzes)

Herca – Mindlina kontakta modelis ir viens no visbiežāk lietotajiem kontakta modeļiem DEM aprēķinos, jo šis kontakta modelis nodrošina pietiekami precīzus aprēķina rezultātus. Šajā kontakta modelī normālais spēks ir bāzēts uz Herca kontakta teoriju [42], savukārt tangenciālais spēks ir bāzēts uz Mindlina – Deresiewicz modeļa. Gan normālais, gan tangenciālais spēks ietver slāpēšanas komponenti, kuras raksturošanai izmanto atlēciena koeficientu e .



3.10.att. Herca kontakta modelis [43]

Tangenciālā berzes spēka definēšanai tiek izmantots Kulona berzes modelis, bet rites berze tiek aizstāta ar no kontakta neatkarīgu, konstantu griezes momenta modeli. Kontakta normāles spēks aprēķināms kā funkcija no kontakta dziļuma (3.26.).

$$F_n = \frac{4}{3} E' \sqrt{R'} \sigma_n^{\frac{3}{2}}, \quad (3.26.)$$

kur F_n – spēks normāles virzienā;
 E' – ekvivalentais Junga Modulis;
 R' – ekvivalentais rādiuss;
 σ_n – kontakta dziļums.

Ekvivalentais Junga modulis (3.27.) un ekvivalentais rādiuss (3.28.) tiek definēts kā:

$$\frac{1}{E'} = \frac{(1-\nu_i^2)}{E_i} + \frac{(1-\nu_j^2)}{E_j}, \quad (3.27.)$$

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j}, \quad (3.28.)$$

kur E_i, E_j – daļiņu Junga modulis;
 ν_i, ν_j - daļiņu Puasona koeficients;
 R_i, R_j – daļiņu kontakta rādiuss.

Slāpēšanas spēks normāles virzienā nosakāms izmantojot vienādojumu (3.29.):

$$F_n^d = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_n m'} v_n^{rel}, \quad (3.29.)$$

kur v_n^{rel} – relatīvā ātruma normāles komponente.

Normāles spēka izteikšanai tiek izmantota ekvivalentā masa (3.30.).

$$m' = \left(\frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j} \right)^{-1}, \quad (3.30.)$$

Savukārt parametri β (3.31.) un S_n (3.32.) (stingums normāles virzienā) tiek aprakstīti ar sekojošiem vienādojumiem:

$$\beta = \frac{\ln e}{\sqrt{\ln^2 e + \pi^2}} \quad (3.31.)$$

$$S_n = 2E' \sqrt{R' \delta_n} \quad (3.32.)$$

Tangenciālais spēks $F_t(x)$ (3.33.) ir atkarīgs no tangenciālā pārklāšanās dziļuma δ_t un stingumu tangenciālā virzienā $S_t(x)$ (3.34.).

$$F_t = -S_t \delta_t \quad (3.33.)$$

$$S_t = 8G' \sqrt{R' \delta_n} \quad (3.34.)$$

kur G' – ekvivalentais bīdes modulis.

Slāpēšanas spēku tangenciālajā virzienā nosaka izmantojot vienādojumu (3.35.):

$$F_t^d = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \beta \sqrt{S_t m'} v_t^{rel}, \quad (3.35.)$$

kur v_t^{rel} – relatīvā ātruma tangenciālā komponente;

Aprēķinos, kuros būtiska loma ir rites berzei tā tiek iekļauta pieliekot griezes momentu virsmām, kas atrodas kontaktā (3.36.). [44]

$$\tau_i = -\mu_r F_n R_i \omega_i \quad (3.36.)$$

kur μ_r – rites berzes koeficients;

R_i – attālums no kontakta punkta līdz masas centram;

ω_i – leņķiskais ātrums kontakta punktā;

3.4.2. Herca – Mindlina modelis ar rites berzi atkarībā no relatīvā ātruma

Šis kontakta modelis atšķiras no klasiskā Herca – Mindlina kontakta modeļa ar veidu, kā tiek definēta rites berze. Šajā modelī rites berze ir atkarīga no relatīvā rotācijas kustības ātruma elementiem, kuri atrodas kontaktā [44].

Aprēķinu modeļos rites berze tiek ietverta kā pielikts konstants griezes moments daļiņu kontakta punktā. Griezes moments ir atkarīgs no abu kontaktā esošo daļiņu relatīvā rotācijas ātruma (3.37.) un (3.38.).

$$\vec{\tau}_i = -\mu_r F_n R' \hat{\omega}_{rel} \quad (3.37.)$$

$$\vec{\tau}_j = \vec{\tau}_i \quad (3.38.)$$

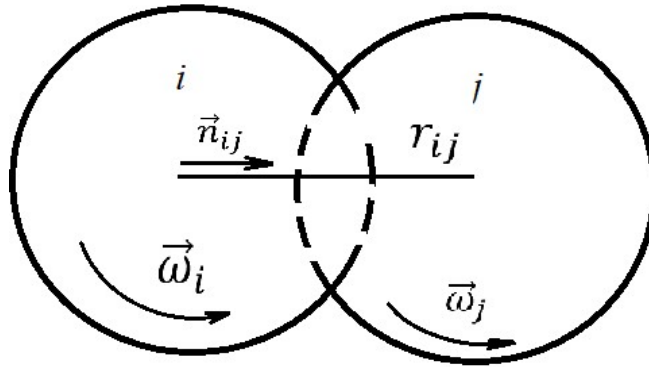
kur μ_r – rites berzes koeficients;

R' – kontaktā esošo daļiņu relatīvais rādiuss;

Relatīvā rotācijas ātruma vienības vektors (3.39.) tiek aprēķināts izmantojot vienādojumu:

$$\hat{\omega}_{rel} = \frac{\hat{n}_{ij} \times \hat{v}_{ij}}{v_{t_{ij}}}, \quad (3.39.)$$

kur n_{ij} ir vienības vektors, kurš vērsts no daļiņas i kontakta virzienā (3.11. att.).



3.11. att. Vienības vektors modelī ar rites berzi

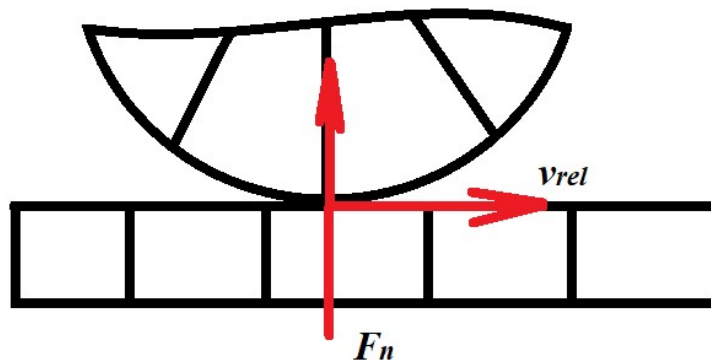
Ātruma vektors tangenciālajā virzienā daļiņas – daļiņas kontakta modeļiem (3.40.) un daļiņas – ģeometrijas kontakta modeļiem (3.41.) tiek rēķināti izmantojot sekojošus vienādojumus:

$$\vec{v}_{t_{ij}} = -\frac{1}{2}(\vec{\omega}_i + \vec{\omega}_j) \times \vec{r}_{ij} \quad (3.40.)$$

$$\vec{v}_{t_{ij}} = -R_i \vec{\omega}_i \times \hat{n}_{ij} \quad (3.41.)$$

3.4.3. Herca – Mindlina modelis ar Archarda nodilumu

Herca – Mindlina kontakta modelis ar *Archarda* nodilumu (3.12. att.) papildina standarta Herca – Mindlina modeli ietverot nodiluma dziļumu konstrukcijas virsmām.



3.12. att. Kontakta modelis ar Archarda nodilumu

Modelī tiek izmantota princips, ka materiāla apjoms (3.42.), kas samazinās nodiluma rezultāta ir proporcionāls berzes darbam, ko veic daļiņas pārvietojoties pa virsmu.

$$Q = W F_n d_t \quad (3.42.)$$

kur Q – materiāla samazināšanās apjoms;
 d_t – tangenciālais pārvietojums;

W – nodiluma konstante.

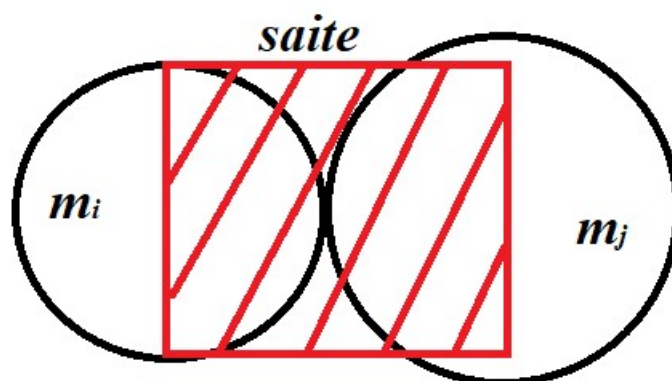
Nodiluma konstante nosakāma izmantojot vienādojumu (3.43.):

$$W = \frac{K}{H}, \quad (3.43.)$$

kur K – bezdimensiju konstante;
 H – mīkstākās virsmas cietība;

3.4.4. Herca – Mindlina modelis ar saitēm

Herca – Mindlina modelis (3.13.) ar saitēm var tikt izmantots, lai definētu daļiņu savienojumus ar galīga izmēra saitēm. Šis savienojums var izturēt tangenciālu un normāles virziena kustību līdz tiek sasniegts maksimālais normāles un tangenciālais bīdes spriegums, kuru sasniedzot, savienojums pārtrūkst. Šāds modelis tiek izmantots, lai modelētu betona un akmens struktūras.



3.13. att. Herca – Mindlina kontakta modelis ar saiti

Skaitliskajā modelēšanā daļiņas tiek sasaistītas laika intervālā – Δt , līdz tiek sasniegts laika moments t_b , daļiņas mijiedarbojas pēc standarta Herca – Mindlina kontakta modeļa. Pēc daļiņu savienošanās normāles un tangenciālie spēku (3.44.) un (3.45.), momentu (3.46.) un (3.47.), kas darbojas uz daļiņām, vērtība tiek pieņemta vienāda ar nulli un tiek pielāgota pakāpeniski, katrā laika solī. Lielumi A (3.48.) un J (3.49.) atkarīgi no daļiņu rādiusa R .

$$\delta F_n = -v_n S_n A \delta t \quad (3.44.)$$

$$\delta F_t = -v_t S_t A \delta t \quad (3.45.)$$

$$\delta M_n = -\omega_n S_t J \delta t \quad (3.46.)$$

$$\delta M_t = -\omega_t S_n \frac{J}{2} \delta t \quad (3.47.)$$

$$A = \pi R_b^2 \quad (3.48.)$$

$$J = \frac{1}{2} \pi R_b^4 \quad (3.49.)$$

kur R_b – savienojuma rādiuss;
 $S_{n,t}$ – normāles un tangenciālais stingums;
 δt – laika solis;

$v_{n,t}$ – normāles un tangenciālais ātrums;
 $\omega_{n,t}$ – normāles un tangenciālais leņķiskais ātrums.

Savienojums pārtrūkst, kad normāles un tangenciālie bīdes spriegumi pārsniedz sākotnēji definētas sprieguma robežvērtības $\sigma_{max}(x)$ (3.50.) un $\tau_{max}(x)$ (3.51.).

$$\sigma_{max} < -\frac{F_n}{A} + \frac{2M_t}{J} R_b \quad (3.50.)$$

$$\tau_{max} < -\frac{F_t}{A} + \frac{M_n}{J} R_b \quad (3.51.)$$

Skaitliskajā modelēšanā savienojuma rādiusam ir jābūt lielākam nekā daļiņu rādiusam, jo savienojumi var darboties arī tad, ja daļiņas neatrodas fiziskā kontaktā. Šis kontakta modelis tiek pielietots tikai gadījumiem, kad tiek apskatīta daļiņu savstarpējā mijiedarbība.

3.4.5. Herca – Mindlina kontakta modelis ar siltumvadīšanu

Skaitliskajā granulāro materiālu modelēšanā dominē siltuma vadīšana konvekcijas ceļā un siltuma vadīšana starp maisījuma daļiņām un konstrukciju var tikt neņemta vērā. Bet blīviem materiāliem, nereti siltumvadīstspējai starp daļiņām ir būtiska loma. Siltuma plūsma starp daļiņām tiek aprakstīta izmantojot vienādojumu (3.52.):

$$Q_{p1p2} = h_c \Delta T_{p1p2} \quad (3.52.)$$

Daļiņu kontakta laukums ir iekļauts siltumvadīstspējas koeficientā h_c (3.53.).

$$h_c = \frac{4k_{p1}k_{p2}}{k_{p1}+k_{p2}} \left(\frac{3F_N r'}{4E'} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.53.)$$

kur F_N – spēks normāles virzienā;
 r' – daļiņu vidējais rādiuss;
 E' - relatīvais Junga modulis daļiņām.

Pēc tam, kad tiek iegūti siltuma plūsmas rezultāti, temperatūras izmaiņa laikā tiek aprēķināta izmantojot vienādojumu (3.54.):

$$m_p C_p \frac{dT}{dt} = \sum Q_h \quad (3.54.)$$

kur m_p – daļiņu masa;
 C_p – daļiņas īpatnējā siltumietilpība;
 T - daļiņas temperatūra.

3.4.6. Herca - Mindlina kontakta modelis ar JKR kohēziju

Herca – Mindlina kontakta modelis ar JKR (*Johnson – Kendall – Roberts*) kohēziju ir kontakta modelis, kas ietver Van der Valsa spēku ietekmi kontakta zonā un ļauj modelēt stipri adhezīvas sistēmas, kā sausus pulverus vai mitrus materiālus. Šajā kontakta modelī normālais elastīgais kontakta spēks ir bāzēts uz *JKR* teoriju.

JKR modelī normāles spēks (3.55.) ir atkarīgs no pārklāšanās dziļumu δ (3.56.) un virsmas enerģijas γ .

$$F_{JKR} = -4\sqrt{\pi\gamma E'} a^{\frac{3}{2}} + \frac{4E'}{3R'} a^3 \quad (3.55.)$$

$$\delta = \frac{a^2}{R'} - \sqrt{\frac{4\pi\gamma a}{E'}} \quad (3.56.)$$

Šajā modelī kohēzijas spēki darbojas arī tad, ja daļiņas nav fiziskā kontaktā. Maksimālais attālums starp daļiņām (3.57.), kamēr darbojas saišu spēki tiek izteikts ar sekojošu vienādojumu:

$$\delta_c = -\sqrt{\frac{4\pi\gamma a_c}{E'}} + \frac{a_c^2}{R'} \quad (3.57.)$$

kur a_c tiek izteikts izmantojot ekvivalento daļiņu rādiusu R' un ekvivalento Junga moduli E' (3.58.):

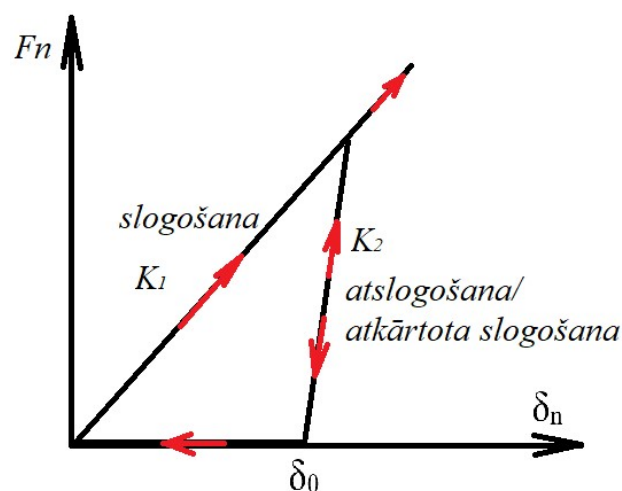
$$a_c = \left(\frac{9\pi R'^2}{2E'} \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.58.)$$

Gadījumā, kad $\delta < \delta_c$ spēks modelī atgriežas pie nulles vērtības. Maksimālais kohēzijas spēks parādās, kad daļiņas nav fiziskā kontaktā un attālums ir mazāks par δ_c . Maksimālo kohēzijas spēku var izteikt ar vienādojumu (3.59.):

$$F = -\frac{3}{2}\pi\gamma R' \quad (3.59.)$$

3.4.7. Histerēzes atsperes kontakta modelis

Histerēzes atsperes kontakta modelis (3.14. att.) ļauj ietvert kontakta modelī īpašības no plastiskās deformācijas. Tādējādi daļiņām ir elastīgas īpašības līdz noteiktai sprieguma robežvērtībai. Kad sprieguma robežvērtība tiek pārsniegta, daļiņām sākas plastiskā deformācija. Rezultātā tiek iegūtas daļiņas ar lielu pārklāšanās dziļumu, bez pārmērīgi lielu spēku iedarbības, tādējādi ļaujot modelēt saspiežamus materiālus.



3.14. att. Histerēzes atsperes kontakta modelis

Šajā modelī atslogošanās laikā spēks atgriežas nulles vērtībā pirms pārvietojums atgriežas sākuma punktā. Parametrs δ_0 atspoguļo paliekošo pārklāšanos plastiskās deformācijas ietekmē

– saplacināšanās kontakta apgabalā. Precīza atrašanās vieta katram iepriekšējam kontakta punktam netiek fiksēta, tādēļ daļiņas pēc kontakta zaudēšanas tiek uzskatītas par nedeformētām.

Normāles spēks slogošanas (3.60.), atkārtotas slogošanas (3.61.) un atslogošanas posmiem (3.62.) nosakāmi izmantojot slogošanas K_1 , atslogošanas stingumu K_2 un pārklāšanās dziļumu δ_n , kā arī paliekošo deformāciju δ_0 .

$$F_n = -K_1 \delta_n; \quad (K_1 \delta_n < K_2 (\delta_n - \delta_0)) \quad (3.60.)$$

$$F_n = -K_2 (\delta_n - \delta_0); \quad (\delta_n > \delta_0) \quad (3.61.)$$

$$F_n = 0; \quad (\delta_n \leq \delta_0) \quad (3.62.)$$

Slogošanas stingums (3.63.) tiek izteikts izmantojot materiāla tecēšanas robežu katram materiālam, kas atrodas kontaktā (Y_1 un Y_2).

$$K_1 = 5R' \min(Y_1, Y_2) \quad (3.63.)$$

Izmantojot stinguma koeficientus var definēt atlēciena koeficientu (3.64.).

$$e = \sqrt{\frac{K_1}{K_2}} \quad (3.64.)$$

Skaitliskajā modelēšanā paliekošais pārklāšanās dziļums tiek pārrēķināts katrā laika solī slogošanas (3.65.), atkārtotas slogošanas (3.66.) un atslogošanas gadījumam (3.67.).

$$\delta_0 = \delta_n \left(1 - \frac{K_1}{K_2}\right); \quad (K_1 \delta_n < K_2 (\delta_n - \delta_0)) \quad (3.65.)$$

$$\delta_0 = \delta_0; \quad (\delta_n > \delta_0) \quad (3.66.)$$

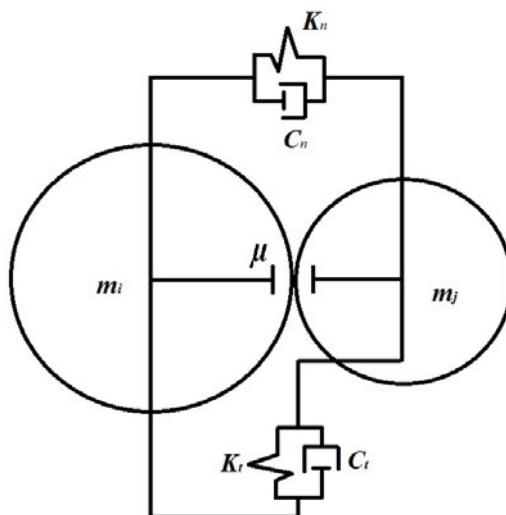
$$\delta_0 = \delta_n; \quad (\delta_n \leq \delta_0) \quad (3.67.)$$

3.4.8. Lineāras atsperes modelis ar slāpēšanu

Lineārās atsperes modelis (3.15. att.) sastāv no sistēmas, kur atsperai paralēli darbojas arī demferis ar slāpēšanas koeficientu c [45]. Līdz ar to normāles spēku, kas darbojas starp divām daļiņām iespējams izteikt ar vienādojumu (3.67.):

$$F_N = k\delta + c\dot{\delta}, \quad (3.67.)$$

kur δ – pārklāšanās dziļums;
 $\dot{\delta}$ – pārklāšanās ātrums;
 k – lineāras atsperes stinguma koeficients;
 c – slāpēšanas koeficients.



3.15. att. Lineāras atsperes kontakta modelis ietverot slāpēšanu [46]

Atsperes stinguma koeficientu un slāpēšanas koeficientu nosaka balstoties uz materiāla īpašībām un kinemātiskajiem ierobežojumiem. Bieži izmantota metode ir maksimālās deformācijas enerģijas noteikšana (3.68.).

$$k = \frac{16}{15} \sqrt{R'} E' \left(\frac{15mV^2}{16\sqrt{R'} E'} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (3.68.)$$

kur V – trieciena ātrums.

Slāpēšanas koeficients ir saistīts ar atlēciena koeficientu e (3.69.). Atlēciena koeficients tiek pieņemts konstants, neatkarīgi no trieciena ātruma.

$$e = \sqrt{\frac{4mk}{1 + \left(\frac{\pi}{1n}\right)^2}} \quad (3.69.)$$

Šajā modelī tangenciālais spēks tiek noteikts izmantojot vienādojumu, kurā iekļauta berze (3.70.).

$$F_T = \min(k_T \delta + c_T \dot{\delta} + \mu F_N) \quad (3.70.)$$

kur k_t – tangenciālais atsperes stingums;
 c_t – tangenciālais slāpēšanas koeficients;
 μ - berzes koeficients.

3.5. DEM SKAITLISKĀ MODELĒŠANA

Veicot DEM skaitlisko modelēšanu, lietotājam jādefinē sistēmas ģeometrija, kā arī mehāniskās īpašības, sākuma nosacījumi un daļiņu sākotnējās koordinātes. Atkarībā no daļiņu īpašībām tiek izvēlēts mijiedarbības modelis. Tāpat sistēmai, pēc vajadzības, nepieciešams definēt sloģojuma nosacījumus. [47]

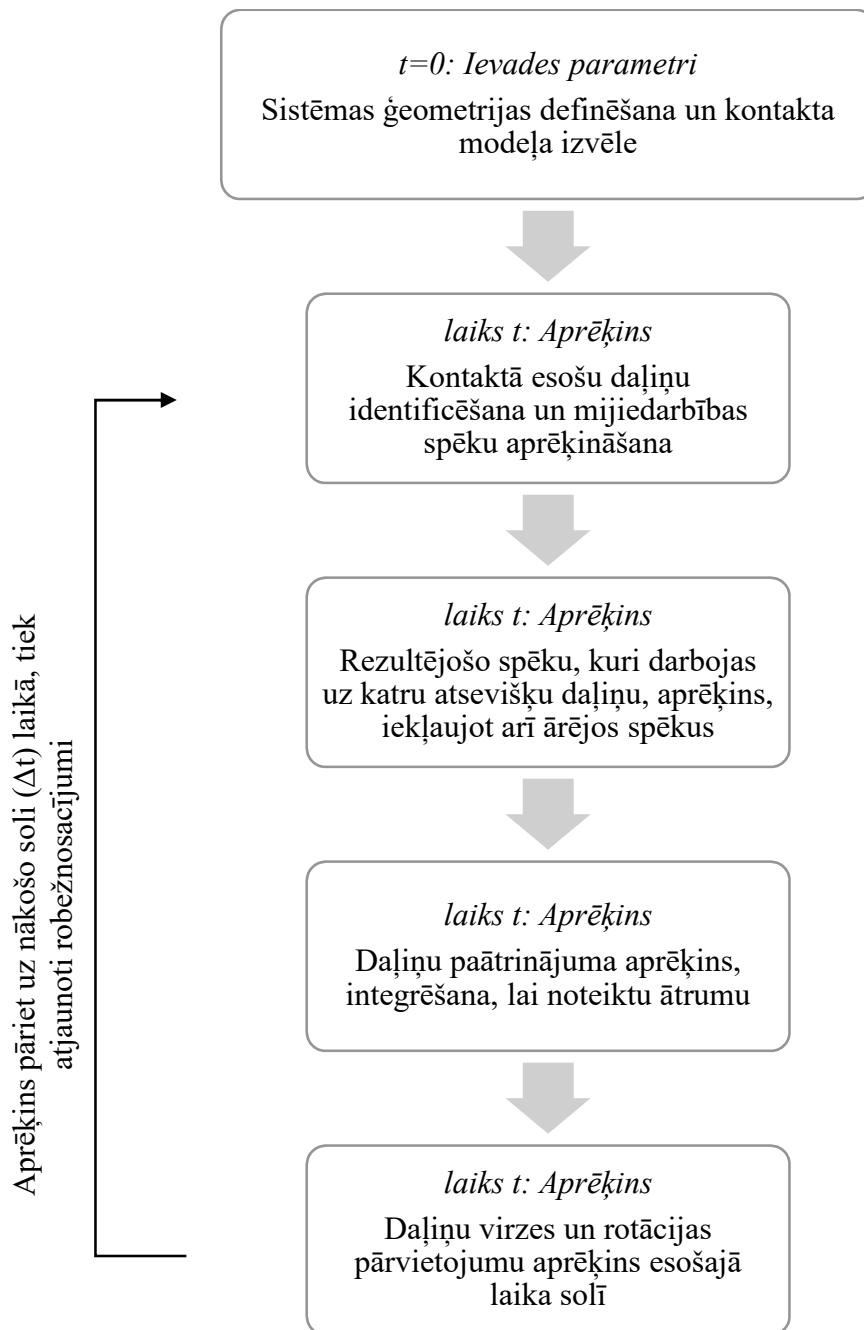
Kad sistēmas ievades parametri ir definēti, tālāk tiek veikta simulācija, konkrētam laika soļu skaitam. Katrā aprēķina laika solī tiek noteiktas daļiņas, starp kurām notiek mijiedarbība. Daļiņu mijiedarbības spēks atkarīgs no attāluma starp daļiņām, kuras atrodas kontaktā. Nosakot daļiņu mijiedarbības spēkus, iespējams noteikt rezultējošo spēku un griezes momentu, kurš

darbojas uz katru daļiņu. Virzes kustība tiek noteikta izmantojot rezultējošo spēku, kas darbojas uz daļiņu, savukārt rotācijas kustībai tiek izmantots rezultējošais spēka moments. Zinot daļiņas inerces momentu, iespējams aprēķināt virzes un rotācijas kustības paātrinājumu. Virzes un rotācijas kustības pārvietojumu nosaka integrējot laikā daļiņu ātrumu. Kad ir noteikts daļiņu pārvietojums virzes un rotācijas kustībā, sākoties nākošajam laika solim, tiek atjaunotas daļiņu jaunās koordinātes. DEM skaitliskās modelēšanas secība apkopota 3.16. att. [47]

Simulācijas laikā sākotnēji tiek noteikts daļiņu ātrums un pārvietojuma izmaiņa tiek noteikta izmantojot daļiņu līdzsvara vienādojumus. Pēc tam tiek atjaunota sistēmas ģeometrija un tiek noteikti mijiedarbības spēki katrā jaunajā kontaktā. Mijiedarbības spēka tangenciālā komponente vienmēr ierosina daļiņas griezes momentu un daudzos gadījumos arī mijiedarbības normāles spēks arī rada griezes momentu.

DEM skaitliskā modelēšana tiek bāzēta uz sekojošiem pieņēmumiem par modelējamo sistēmu:

1. Daļiņas ir cietas un nedeformējamās, tām piemīt nemainīga masa un inerces moments;
2. Daļiņas var pārvietoties neatkarīgi viena no otras un tām ir virzes un rotācijas kustība;
3. Aprēķinu programma automātiski nosaka jaunus kontaktus starp daļiņām;
4. Daļiņu kontakts veidojas bezgalīgi mazā laukuma vienībā un katrs kontakts rodas tikai starp divām daļiņām;
5. Kontakta punktā daļiņas var pārklāties viena ar otru un šis pārklāšanās dziļums ir uzskatāms, kā deformācija starp reālām daļiņām, kontakta gadījumā. Katras daļiņas deformācija kontakta punktā tiek uzskatīta par relatīvi mazu;
6. Mijiedarbības spiedes spēks, kas darbojas uz daļiņu, ir nosakāms zinot daļiņu pārklāšanās vērtību;
7. Kontakta punktā daļiņām ir iespējas pārnest spiedes un stiepes spēkus kontakta normāles virzienā, kā arī tangenciālā virzienā, kas perpendikulārs normāles spēkam;
8. Daļiņu mijiedarbības elastības spēku iespējams noteikt, ņemot vērā daļiņu savstarpējo attālumu. Gadījumā, kad elastības spēks pārsniedz maksimālo stiepes robežu konkrētajam kontaktam, daļiņas var pārvietoties prom viena no otras un kontakts starp daļiņām vairs nepastāv un netiek ņemts vērā rēķinot mijiedarbības spēkus;
9. Skaitliskajai modelēšanai laika solis jāizvēlas tā, lai tas būtu pietiekami mazs – daļiņas viena laika soļa ietvarā ietekmē tikai sev apkārt esošās daļiņas; [48]



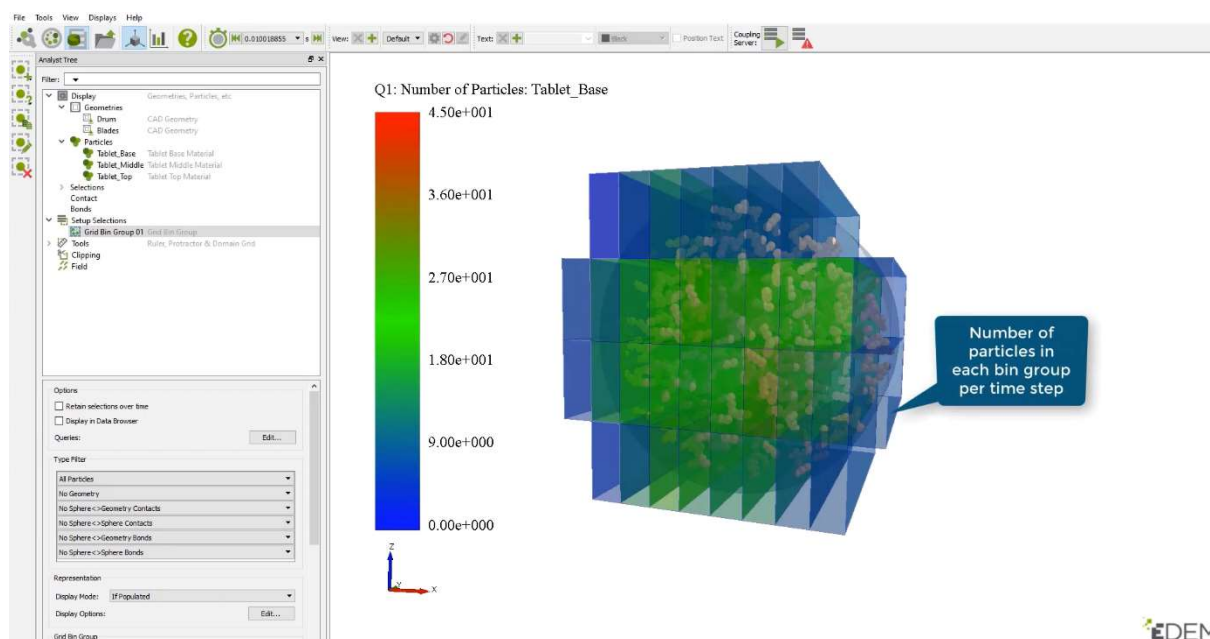
3.16.att. DEM modelēšanas blokshēma [47]

3.6. DEM PROGRAMMATŪRU APSKATS

DEM plaši tiek izmantota rūpniecībā, medicīnā un citās jomās, kur svarīgi modelēt procesus ar granulētiem materiāliem. Praksē pieejamas dažādas programmas, kuras balstās uz DEM pieeju. Programmatūrām, kuras balstās uz DEM attīstoties, šobrīd ir pieejamas gan atvērtās pirmkoda programmas gan komerciālās programmas.

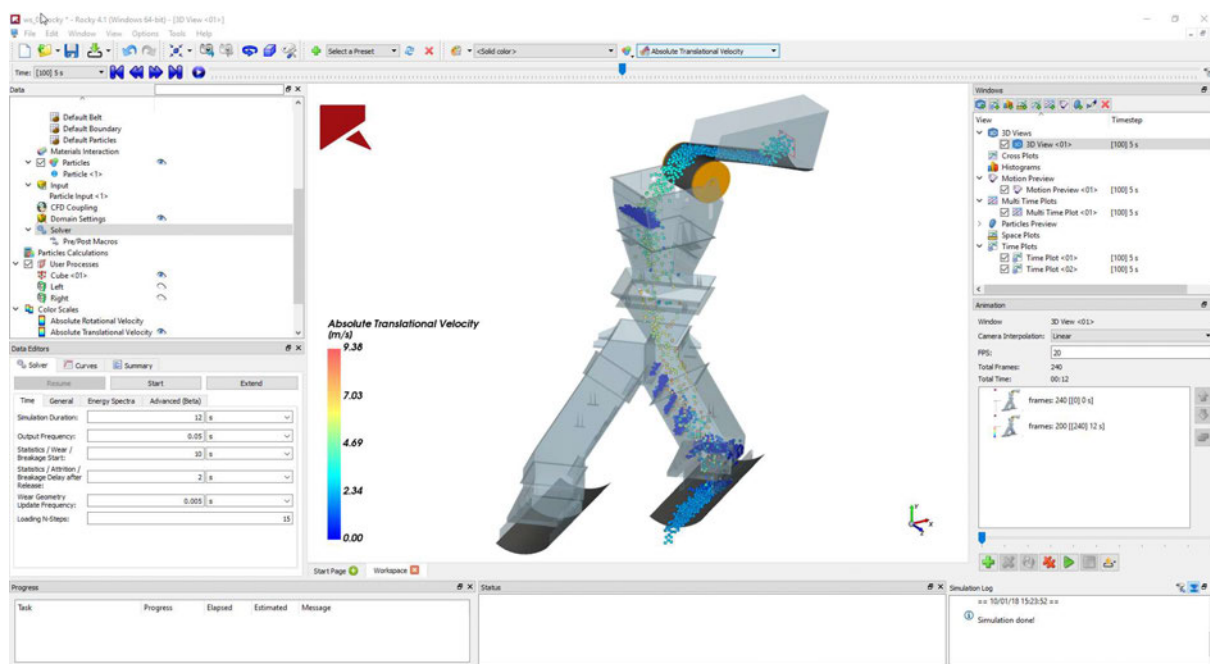
Atvērtā pirmkoda programma *KRATOS Multiphysics* ļauj modelēt dažādus procesus, piemēram, slodžu aprēķini izmantojot GEM, objektu un plūsmas mijiedarbība, siltuma aprēķini, kā arī granulēto materiālu mijiedarbību izmantojot DEM [49]. Savukārt *LIGGGHTS* ir atvērtā pirmkoda programma, piemērota granulēto materiālu mijiedarbības analizēšanai un granulāro materiālu siltumapmaiņas aprēķiniem. [50]

Viena no populārākajām komerciālajām DEM programmām ir Altair EDEM (3.17.att.). EDEM programmatūra ļauj analizēt granulāro materiālu mijiedarbību. Programma tiek izmantota ogļu, minerālu, augsnes, šķiedru, graudu, zāļu, pulveru un citu veida materiālu modelēšanai. Programmā pieejamas “ko-simulācijas” granuālā materiāla mijiedarbībai ar ģeometriju, plūsmu, izmantojot programmas – ANSYS, ADAMS un citas. [51]



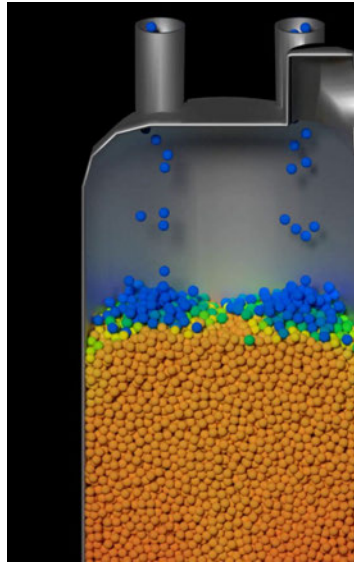
3.17. att. EDEM lietotāja interfeiss [51]

Plaši izmantota uz DEM balstīta programma ir ROCKY DEM (3.18. att.). ROCKY DEM ir piemērota granulārā materiāla modelēšanai ar neregulāras formas daļiņām un plašu izmēra diapazonu. Programma ļauj modelēt deformējamas daļiņas, daļiņu mijiedarbību ar ģeometriju, iespējams modelēt plūsuma procesu kā arī “ko-simulācijas” ar ANSYS Workbench, iespējama vienvirziena vai abu virzienu simulācijas ar ANSYS Fluent. [52]



3.18. att. ROCKY DEM lietotāja interfeiss [52]

Viena no populārām atvērtā koda programmā DEM modelēšanā ir MFiX – DEM un MFiX – CGP (*Coarse Grain Particle*). Programma MFiX – DEM piemērota granulārā materiāla daļiņu un fluīda plūsmas mijiedarbības analīzei, savukārt MFiX – CGP paredzēta lielu izmēru daļiņu plūsmas analīzei (3.19. att.). [53]



3.19. att. MFiX-DEM granulārā materiāla plūsmas modelēšana

3.7. SECINĀJUMI

1. Granulārā materiāla plūsmas izpētē un fizikālo eksperimentu analīzē ieteicams lietot programmas, bāzētas uz DEM.
2. Mehānisku sistēmu elementu mijiedarbību analīzē, optimizācijā un sintēzē ieteicams lietot Herca – Mindlina kontakta modeli.
3. DEM procesu modelēšanai priekšrocības ir programmai EDEM. Tā ļauj veikt gaisa plūsmas un granulārā materiāla mijiedarbības analīzi, izmantojot *ko*-simulācijas.

4. GRANULĀRĀ MATERIĀLA SEGREGĀCIJAS KOMPLEKSIE PĒTĪJUMI

4.1. SEGREGĀCIJAS VEIDI

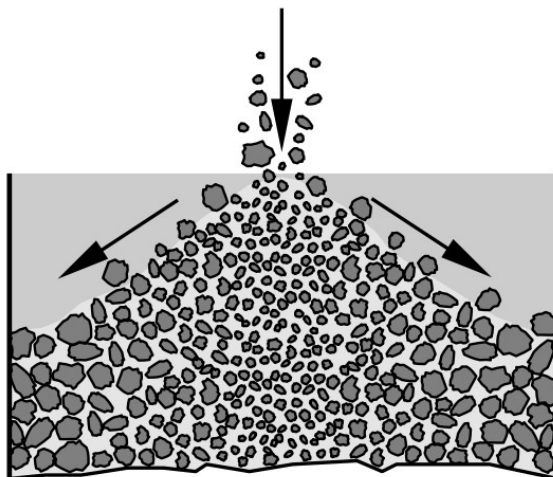
Pārkraujot un veicot dažādas darbības ar granulārajiem materiāliem bieži parādās segregācijas efekti materiāla maisījumā. Bieži segregācija materiālā nav pieļaujama, jo tā var radīt nekvalitatīvu galaproduktu, vai pat sprādzien bīstamību, piemēram, minerālmēsļu pārkraušanas laikā. Savukārt reizēm segregācija tiek izmantota materiāla šķirošanai un vēlamo plūsmas parametru iegūšanai. Segregācija materiālā var notikt dažādu apstākļu dēļ, tādēļ izšķir dažādus segregācijas modeļus – segregācija pēc daļiņu izmēra, blīvuma, formas vai virsmas īpašību dēļ. [54]

Birstošā materiālā segregācija parasti tiek iedalīta trīs veidos – sijāšana, putekļu veidošanās un fluidizācija. [55] Dažkārt maisījumos parādās vairāki segregācijas modeļi vienlaicīgi.

Sijāšanas gadījumā maisījuma smalkās daļiņas birst cauri rupjajām daļiņām – notiek sijāšanās (4.1. att.). Lai maisījumā veidotos sijāšanās, jāizpildās šādiem nosacījumiem:

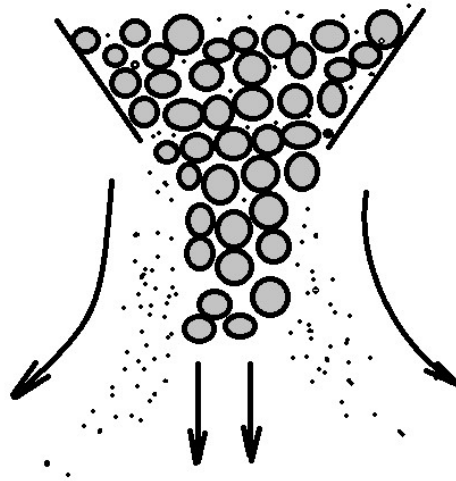
- Daļiņu izmēru attiecība (lielās pret mazajām) maisījumā ir vismaz 2:1;
- Vidējais daļiņu izmērs maisījumā ir vismaz 500 μm ;
- Materiāls ir brīvi plūstošs;
- Jānotiek savstarpējai daļiņu mijiedarbībai.

Būtiska ietekme uz sijāšanos ir daļiņu proporcijai maisījumā. Ja maisījumā ir mazs procents smalko daļiņu, šīs daļiņas koncentrēsies kaudzes virspusē. Maisījums ar augstu mazo daļiņu koncentrāciju, daļa no šīm daļiņām sasniedz kaudzes apakšu, savukārt, ja lielo daļiņu apjoms maisījumā ir ļoti mazs, tad lielākā daļa smalko daļiņu nonāk kaudzes apakšā. [56]



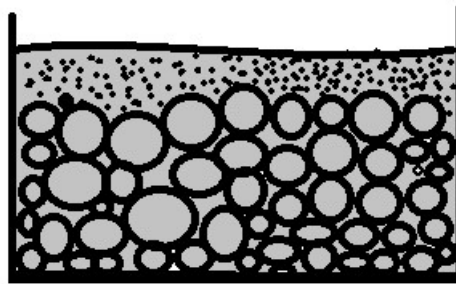
4.1. att. Daļiņu segregācija sijāšanās gadījumā [56]

Segregācija putekļu daļiņu formā (4.2. att.) veidojas gadījumos, kad daļiņas pakļautas gaisa plūsmai bunkurā. Putekļu veidošanās process ir grūti prognozējams un modelējams.



4.2. att. Granulārā materiāla segregācija putekļu daļiņām atdaloties no plūsmas. [56]

Fluidizācija veidojas granulārajos materiālos, kur lielākas vai blīvākas daļiņas birst cauri smalkajām daļiņām. Rezultātā veidojas slāņaina segregācija (4.3. att.), kur maisījuma virspusē nonāk smalkās daļiņas. Praksē ir arī citi segregācijas mehānismi, bet tie izpaužas retāk. [57]



4.3. att. Materiāla noslāņošanās

4.2. VERTIKĀLU SVĀRSTĪBU IEROSINĀTA SEGREGĀCIJA

Gadījumā, kad granulārs materiāls tiek pakļauts svārstībām, bieži novērojams, ka maisījuma lielākās daļiņas nonāk maisījuma virspusē. [58] Šis efekts bieži tiek dēvēts par “Brazīlijas riekstu efektu” [59]. Vertikālu svārstību gadījumā, pieaugoša paātrinājuma fāzē, mazās daļiņas tiecas nokļūt zem lielajām daļiņām, tādējādi pietuvinot lielās daļiņas maisījuma virspusei (4.4. att.). Šāds process galvenokārt tiek novērots gadījumā, ja maisījumā ir relatīvi liela atšķirība starp daļiņu izmēriem. [60]

Katrā svārstību ciklā, lielā daļiņa, ar rādiusu R nonāk līdzsvara stāvoklī, virs koniska cauruma, veidojot leņķi α , kas vienāds ar nobiruma leņķi mazajām daļiņām. Brīdī, kad sistēma ir pakļauta svārstībām (4.5. att.), lielās daļiņas pārvietojas uz augšu un atstāj brīvu vietu mazajām daļiņām tilpumā V_1 , no kura tās iebirst tilpumā V_2 (4.6. att.). Līdz ar to lielās daļiņas pozīcija vertikālā virzienā pieaug par vērtību δ un aprēķināma izmantojot vienādojumu (4.1.) [61]:

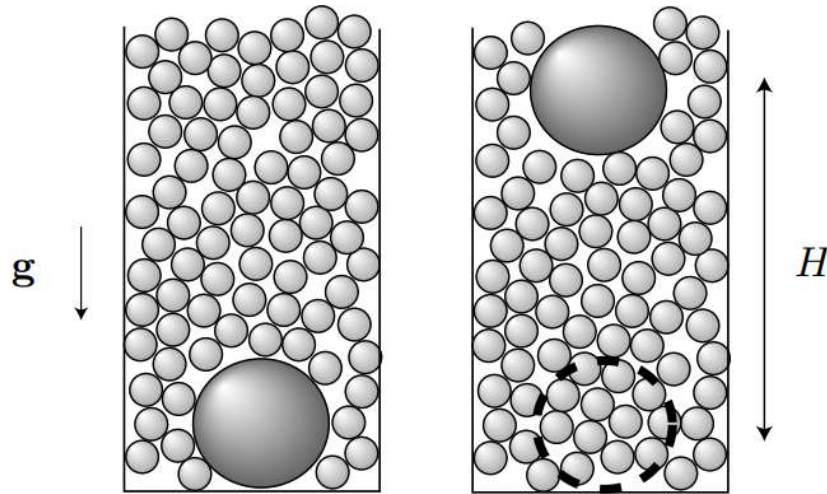
$$\delta = \frac{1 - (1 - c^4 \alpha)^{\frac{1}{3}}}{\cos \alpha} R \quad (4.1.)$$

Savukārt tilpums, kuru sākotnēji aizņem mazās daļiņas nosakāms izmantojot vienādojumu (4.2.):

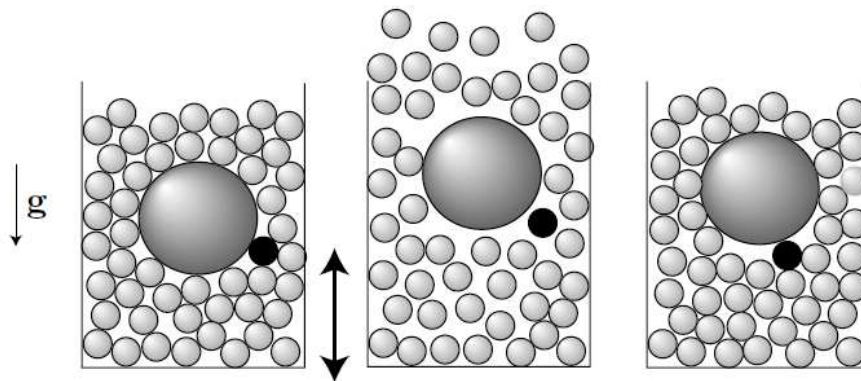
$$V_1 = \int_0^{R \cos \alpha} \pi \left[\frac{1}{\tan^2 \alpha} \left(\frac{R}{\cos \alpha} - z \right)^2 - (R^2 - z^2) \right] dz = \pi \frac{R^3 \cos^3 \alpha}{3 \sin^3 \alpha} \quad (4.2.)$$

Tilpumu, ko daļiņas aizņem pēc nobiruma aprēķina izmantojot vienādojumu (4.3.):

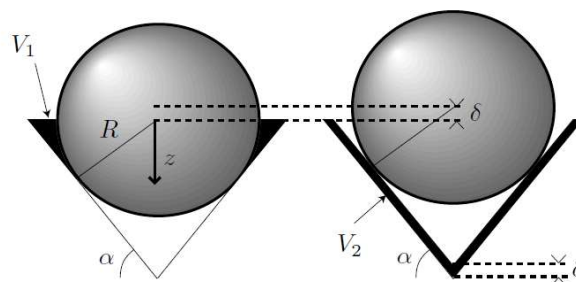
$$V_2 = \frac{\pi}{3 \tan^2 \alpha} \left[\frac{R^3}{\cos^3 \alpha} - \left(\frac{R}{\cos \alpha} - \delta \right)^3 \right] = \frac{\pi \delta}{3 \sin^2 \alpha} (3R^2 - 3R\delta \cos \alpha + \delta^2 \cos^2 \alpha) \quad (4.3.)$$



4.4. att. Lielās daļiņas pacelšanās maisījuma virspusē, svārstību ietekmē [61]



4.5. att. Segregācijas process vertikālo svārstību ietekmē [61]

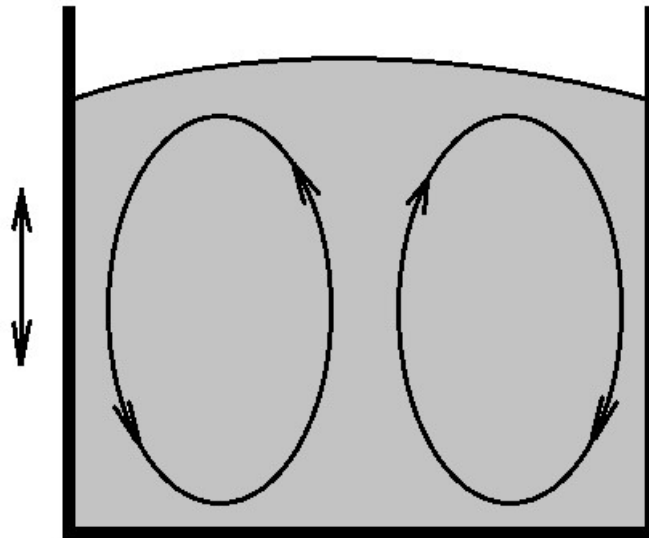


4.6. att. Lielās daļiņas pārvietojums vienā svārstību ciklā [61]

Vertikālais pārvietojums ir proporcionāls lielo daļiņu rādiusam R un samazinās, kad nobiruma leņķis pieaug. Šī sakarība piemērojama gadījumiem, kad rādiusu attiecība Δ starp lielajām un mazajām maisījuma daļiņām ir liela. Kad attiecība ir maza, segregācijas efektivitāte δ/R mainās atkarībā no Δ un nav pilnībā izpētīta. [62]

Svārstības ierosina daļiņu segregāciju tvertnē arī to konvektīvas kustības rezultātā. Gadījumos, kad tvertnei ir salīdzinoši līdzenas virsmas, svārstības ierosina daļiņu rotācijas

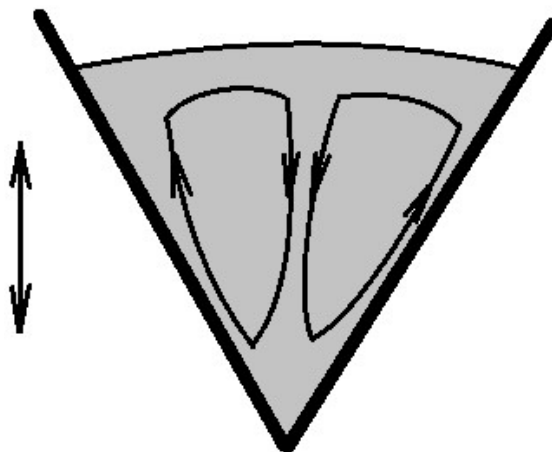
kustību maisījumā – daļiņas, kas atrodas tvertnes centrā pārvietojas un maisījuma virspusi, savukārt daļiņas, kas atrodas tvertnes malās pārvietojas lejup (4.7. att.) [63]



4.7. att. Konvekcijas tipa materiāla plūsma svārstību ietekmē

Daļiņu kustība lejup ir ierobežota ar plānu daļiņu slāni pie tvertnes sienas. Ja materiāla maisījumā nonāk lielās daļiņas, tās pārvietojas augšup kopā ar pārējām daļiņām, bet nokļūstot virspusē, tās vairs nenonāk smalkajos daļiņu slāņos, kas kustas lejup. Līdz ar to lielās daļiņas uzkrājas virspusē. Šādā segregācijas modeli segregācija ir stipri atkarīga no berzes starp tvertnes sienu un granulārajām daļiņām.

Izmantojot konusveida tvertni, iespējams mainīt plūsmas virzienu – daļiņas kustas lejup plūsmas centrā, savukārt augšup pie tvertnes sienām. Šādā gadījumā lielās daļiņas var pārvietoties lejup un nonākt tvertnes apakšā (4.8. att.). [63]



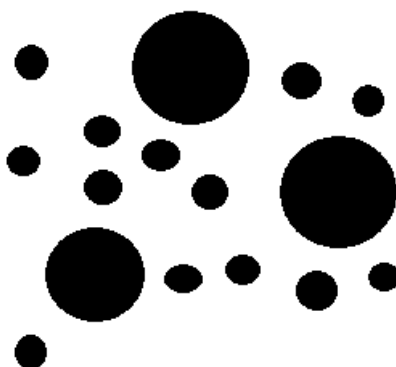
4.8. att. Materiāla plūsma konusā svārstību ietekmē

Abi aprakstītie segregācijas mehānismi svārstību ietekmē darbojas vienlaicīgi, līdz ar to precīzu to ietekmi uz materiāla segregāciju ir grūti nosakāma. Gadījumos, kad lielo un mazo daļiņu blīvums maisījumā atšķiras, inerces ietekmei ir būtiska loma. Šādās sistēmās var novērot

dažādus plūsmas efektus, piemēram, lielās daļiņas var nogrimt tvertnē ar blīvākām mazajām daļiņām, kas rada pretēju efektu klasiskajiem segregācijas modeļiem, pēc daļiņu izmēra. [64]

4.3. HORIZONTĀLU SVĀRSTĪBU IEROSINĀTA SEGREGĀCIJA

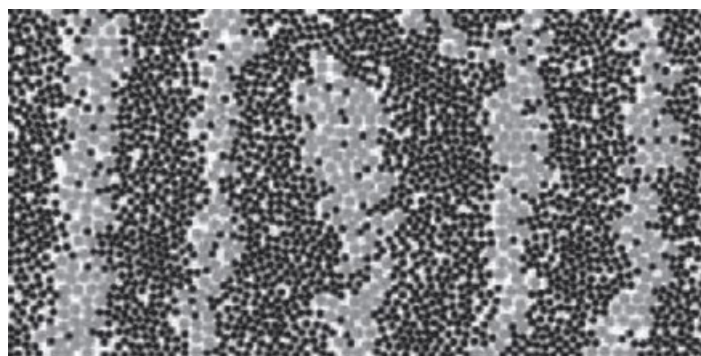
Gadījumos, kad daļiņu slānis tiek pakļauts apļveida svārstībām horizontālā virzienā (4.9. att.), maisījumā var novērot daļiņu saplūšanu – lielās daļiņas veido kopas, kurām apkārt izkārtojas maisījuma smalkās daļiņas.



4.9. att. Lielo daļiņu kopas maisījumā, kas pakļaut horizontālām svārstībām

Šāda parādība tiek novērota arī Brauna kustības sistēmās un var tikt izskaidrota, pielīdzinot to termodinamiskai sistēmai. Smalkajām daļiņām pieejamais tilpums (sistēmas entropija) ir lielāka, kad lielās daļiņas atrodas tuvu viena otrai, jo neietvertais tilpums ap lielajām granulām samazinās.

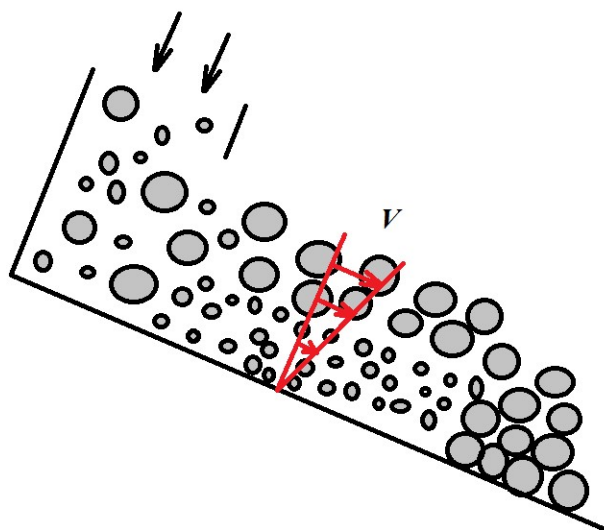
Segregāciju horizontālajā virzienā var novērot arī gadījumos, ja daļiņām ir vienāds izmērs, bet atšķirīgas berzes koeficienti pret tvertnes apakšējo virsmu. Šādā gadījumā, kad maisījumā ir daļiņas ar atšķirīgu berzes koeficientu, maisījumā veidojas materiāla joslas, kuras ir perpendikulāras svārstību virzienam (4.10. att.)



4.10. att. Daļiņu segregācija joslās atšķirīga berzes koeficienta ietekmē [65]

4.4. SEGREGĀCIJA GRANULĀRĀ MATERIĀLA PLŪSMĀ PA SLĪPU PLAKNI

Segregācija ir arī novērojama granulārā materiāla plūsmā pa slīpām virsmām. Granulāram materiāla maisījumam, kas sastāv no rupjām un smalkām daļiņām, plūstot pa slīpu virsmu, novērojams, ka lielās daļiņas strauji nonāk plūsmas virspusē (4.11. att.). Šāda plūsmas formēšanās tiek dēvēta par “kinētisko sijāšanos”. [66]



4.11. att. Segregācija materiālam birstot pa slīpu virsmu

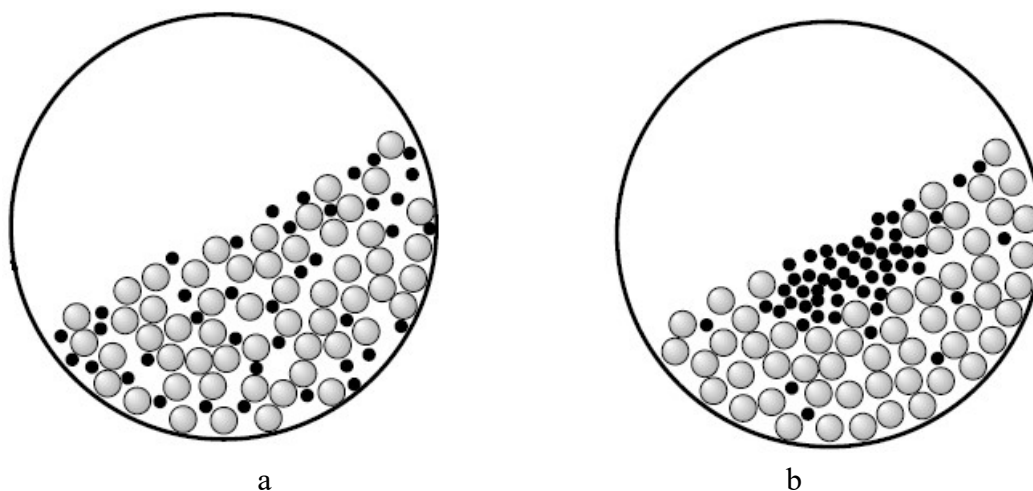
Materiālam birstot pa slīpu virsmu veidojas spraugas, kurās daļiņas no augšējiem plūsmas slāņiem var iebirt iekšā. Lielās daļiņas var iebirt tikai atbilstoša izmēra spraugās, bet mazās daļiņas spēj aizpildīt maza izmēra spraugas. Šāda modeļa asimetrija izskaidro materiāla segregāciju, birstot pa slīpu plakni. Gadījumos, kad lielās daļiņas ir ļoti smagas, tās nereti nosēžas plūsmas apakšā, dēļ to salīdzinoši lielās masas. [67]

4.5. SEGREGĀCIJA ROTĒJOŠĀ CILINDRĀ

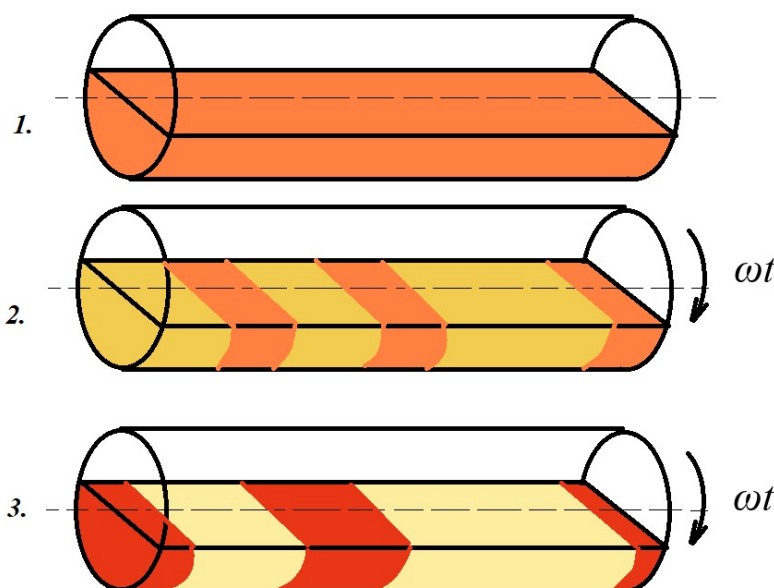
Segregācijas pētīšanai bieži tiek izmantots rotējošs cilindrs, kurš piepildīts ar granulārā materiāla maisījumu. Rotējot cilindru ar granulāro materiālu, novērojams, ka maisījuma smalkās daļiņas strauji pārvietojas uz cilindra centru (4.12. att.). [68]

Segregācijas mehānisms šādā sistēmā ir līdzīgs, kā formējoties materiāla kaudzei – materiālam plūstot, lielās daļiņas nokļūst plūsmas virspusē. Lielajām daļiņām plūstot pa virsu smalko daļiņu slānim, tām ir relatīvi mazāka berze, tādējādi tām ir mazāka iespēja, ka tās apstāsies pirms sasniegta cilindra apakša. Šādā mehānismā noslāņošanās rodas, ja lielās daļiņas ir raupjas vai izteikti neregulāras. Šādā rotējošā cilindrā veidojas mainīgas, atsevišķas daļiņu kopas radiālā virzienā (4.13. att.). [69] [70]

Segregācija veidojas arī aksiālā virzienā, bet lai tā formētos, ir nepieciešami ievērojami ilgāks laiks. Daļiņu kopām, kas veidojas segregācijas rezultātā piemīt izteikta dinamika, kopas var svārstīties, saplūst vairākas kopas kopā vai kļūt lielākas, atkarīgā no konkrētās situācijas. [71]



4.12. att. Radiālā segregācija rotējošā cilindrā: a – pirms rotācijas kustības; b – rotācijas kustības laikā



4.13. att. Aksiālā segregācija rotējošā cilindrā: a – pirms rotācijas; b – rotācija kustības laikā; c – pieaugot rotācijas kustības laikam pieaug materiāla segregācija

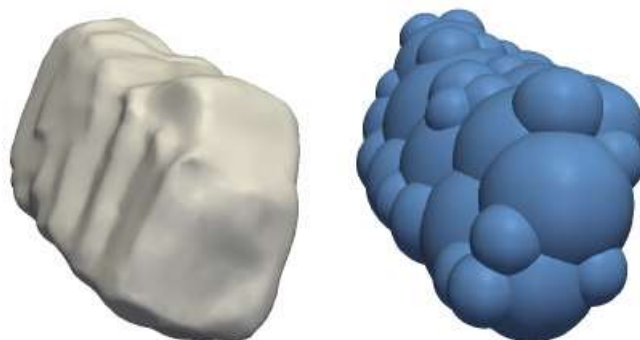
4.6. NENOTEIKTĪBA GRANULĀRĀ MATERIĀLA PARAMETROS

Granulārie materiāli ir sarežģītas sistēmas ar lielu daļiņu skaitu, kur daļiņas ir dažādu izmēru, formas un materiāla. Dažādos apstākļos granulāriem materiāliem piemīt šķidrums vai gāzes īpašības. Lai izpētītu un analizētu granulārā materiāla uzvedību arvien plašāk tiek lietotas skaitliskās metodes granulārā materiāla simulēšanai [72]. Straujā datoraprēķinu jaudas attīstība, ļauj analizēt komplicētus modeļus ar lielu brīvības pakāpju skaitu. Šobrīd, granulārā materiāla dinamikas izpētei, visplašāk izmanto DEM.

4.6.1. Daļiņu formas un izmēra nenoteiktība

Lai arī datoraprēķinu iespējas ir pieaugušas, granulārā materiāla modelēšana joprojām ir sarežģīts process. Viens no iemesliem, kādēļ skaitliskā modelēšana ir sarežģīta, ir granulārā materiāla formas īpašības. Visbiežāk granulārajam materiālam ir sarežģīta formas un viens maisījums sastāv no dažādas formas daļiņām. Praksē visbiežāk tiek izmantotas sfēriskas daļiņas granulārā materiāla modelēšanā, izmantojot DEM. Lai precīzāk aprakstītu granulārā materiāla uzvedību, sarežģītākas formas daļiņu izmantošana ir svarīga.

Viena no pieejām sarežģītas formas granulārā materiāla modelēšanā ir sfērisku daļiņu kopas izmantošana (4.14. att.). Daļiņas savā starpā var tikt savienotas izmantojot stinguma un slāpēšanas elementus [73], vai arī kompleksais modelis var tikt uzskatīts par cietu nedeformējamu ķermeni [74].



4.14. att. Granulāra materiāla daļiņas diskretizācija ar dažāda izmēra sfēriskiem elementiem [75]

Nereti modelējamo daļiņu apakšformām nav jābūt sfēriskām, bet, kā piemēram, tās var būt arī trijstūra veida, kuras ērti pielietojamas daļiņu ar asām malām modelēšanā [76]. Ovālas formas granulāro daļiņu modelēšanai praksē tiek izmantotas arkveida formas [77].

Citas pieejas paredz neregulāras formas daļiņu aprakstīšanu ar to reālo formu, bet modeļa mijiedarbība tiek aprakstīta ar analītiskām sakarībām. Šādas analītiskas metodes pieeja tiek izmantota eliptiskām daļiņām [78] un daudzskaldņiem [79].

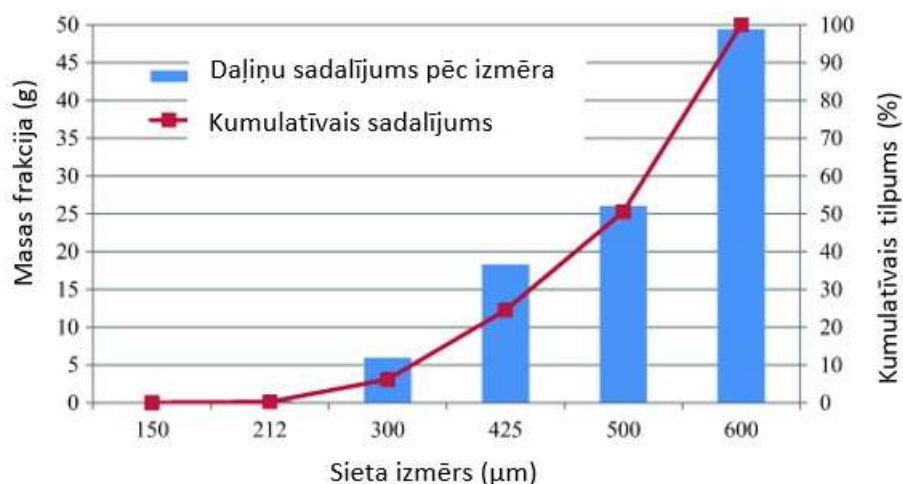
Lai arī praksē tiek izmantotas dažādas daļiņu modelēšanas pieejas, lielākais izaicinājums granulārā materiāla modelēšanā ir aprēķinu laiks un daļiņu formas sarežģītība.

Granulāra materiāla izmēra sadalījuma analīzei izmanto eksperimentālu sijāšanas metodi. Sijāšanas iekārta (4.15. att.) sastāv no viena zem otra izvietotiem sietiem, ar dažādiem režģa izmēriem, tādējādi iegūstot datus par granulārā materiāla maisījuma daļiņu izmēriem.



4.15. att. Granulārā materiāla sijāšanas eksperimentālā iekārta [80]

Sijājot materiālu pa frakcijām, tiek iegūts kopējais daļiņu sadalījums maisījumā pēc to izmēra (4.16. att.).



4.16. att. Kvarca smilts daļiņu izmēra sadalījums [81]

Daliņu izmēra sadalījuma raksturošanai izmanto šādus parametrus:

- vidējā vērtība – vidējā aritmētiskā vērtība daļiņu sadalījumam;
- mediāna – vidējā vērtība datu kopai, kura sakārtota pēc lieluma. Ja datu kopai ir nepāra skaita vērtības, tad mediāna ir vidējā aritmētiskā starp divām vērtībām apgabala vidū;
- moda – vērtība vai vērtību kopa, kura visbiežāk parādās datos, visbiežākie novērojumi;
- standartnovirze – kvadrātsakne no vidējās kvadrātiskās novirzes no vidējās vērtības datu kopai;
- slīpums – datu simetrijas raksturlielums.

4.6.2. Nenoteiktība granulārā materiāla mehāniskajās īpašībās

Granulārā materiāla mehāniskās īpašības ietekmē dažādi parametri, kā daļiņu izmērs, daļiņu blīvums maisījumā, daļiņu forma u.c.

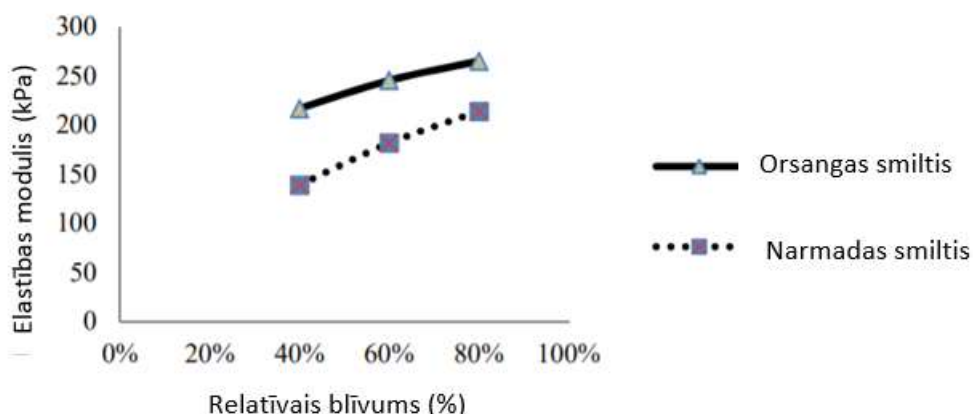
Tabulā 4.1. apkopotas Elastības moduļa un Junga moduļa vērtības smiltīm pie dažādiem apstākļiem [82].

Tabula 4.1.

Smiltis mehāniskās īpašības

	Elastības modulis E (kPa)	Puasona koeficients ν
Dūņaina smiltis	5000 – 20000	0.3 – 0.4
Blīvas smiltis	50000 – 81000	0.1 – 1.0
Smiltis ar granti	50000 – 150000	0.1 – 1.0

Granulārā materiāla mehāniskās īpašības ir atkarīgas no materiāla blīvuma, piemēram, attēlā 4.17. redzams Elastības moduļa izmaiņa attiecībā pret relatīvo blīvumu divu veidu smiltīm.



4.17. att. Elastības moduļa izmaiņa atkarībā no relatīvā blīvuma [82]

Granulārā materiāla bīdes modulis G ir atkarīgs no granulārā materiāla sastāva, pēc daļiņu izmēra un materiāla blīvuma. Literatūrā tiek izmantotas dažādas metodes, kā noteikt bīdes moduli G , piemēram, izmantojot analītisku vienādojumu (4.4.) [83].

$$G_{max} = A \frac{(a-e)^2}{1+e} (p_{atm})^{1-n} p^n \quad (4.4.)$$

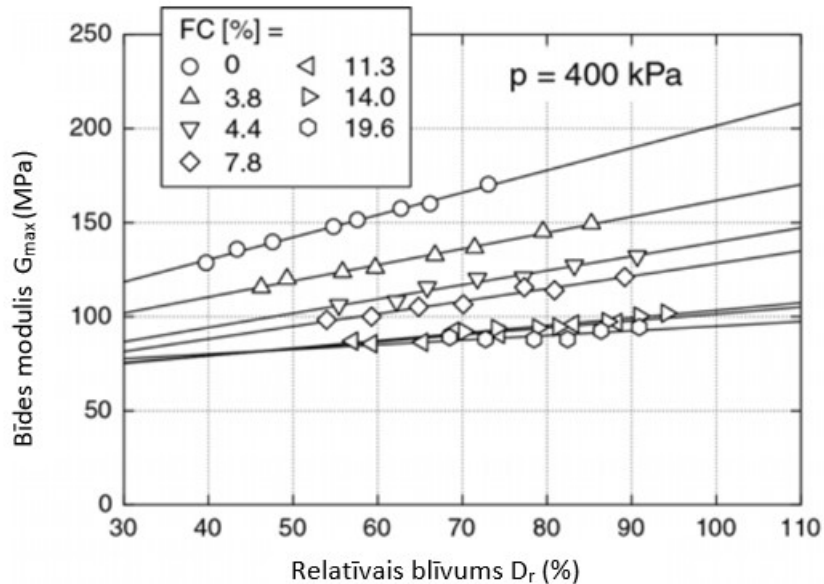
kur e – aizpildījuma attiecība;

p – vidējais spiediens, Pa;

p_{atm} – atmosfēras spiediens, Pa;

koeficienti $A=690$, $a=2.17$ un $n=0.5$ sfēriskām daļiņām un $A=320$, $a=2.97$ un $n=0.5$ neregulārām daļiņām.

Dažādu autoru pētījumi rāda, ka bīdes moduļa vērtības ir atkarīgas no smalko daļiņu masas attiecības maisījumā, kā arī relatīvā blīvuma (4.18. att.).



4.18. att. Bīdes modulis atkarībā no smalko daļiņu relatīvā blīvuma $FC\%$ (*fine content*) [84]

4.6. SECINĀJUMI

1. Segregācija ir atkarīga no vairākiem parametriem, kā piemēram, daļiņu mehāniskās īpašības, formas un izmēra, tādēļ nepieciešams ievērot šo parametru nenoteiktības ietekmi uz segregāciju.
2. Neregulāru daļiņu modelēšana ir ļoti laikietilpīga, jo sistēma sasniedz lielu brīvības pakāpju skaitu (t.i. vairākus miljonus $>10^6$). Tādēļ, tālāk šajā darbā granulārā materiālā aprakstīšanai izmantotas sfēriskas formas daļiņas.
3. Daļiņu segregācija tiek analizēta granulārā materiāla plūsmā un pēc mijiedarbības ar dažādi orientētām plaknēm.
4. Dažādi segregācijas efekti pastiprinās sistēmās, kuras pakļautas svārstībām. Šajā darbā, tālāk, izmantotas vertikālas svārstības, lai panāktu daļiņu radiālo segregāciju bunkura izplūdē.

5. PĀRKRAUŠANAS BUNKURA FORMAS OPTIMIZĀCIJA, IEVĒROJOT NENOTEIKTĪBU UN RADIĀLĀS SEGREGĀCIJAS ANALĪZE

5.1. BUNKURA KONSTRUKCIJA

Atkarībā no beramā materiāla veida un apjoma tiek izmantoti dažāda veida bunkuri, tie atšķiras arī no pielietojuma veida – uzglabāšana, žāvēšana, pārkraušana u.c. Zinot granulārā materiāla īpašības tiek izvēlēti optimālie parametri bunkura konstrukcijai: ieplūdes, izplūdes diametrs D , konusa leņķis α , sienas berzes koeficients μ (materiāla izvēle) (5.1. att). [85]

Konstruktīvie parametri visbiežāk tiek izvēlēti tādi, lai granulārais materiāls veidotu masas plūsmu bunkurā, kur daļiņas vienmērīgi visā bunkura tilpumā tiecas uz bunkura izeju, neveidojot arkas vai citus nosprostojumus [86]. Kā būtiskākie bunkura raksturlielumi tiek lietoti bunkura caurplūdes diametrs (5.1.) [87].

$$D = \left(2 + \frac{\alpha}{60}\right) \frac{\sigma_c}{\rho g}, \quad (5.1.)$$

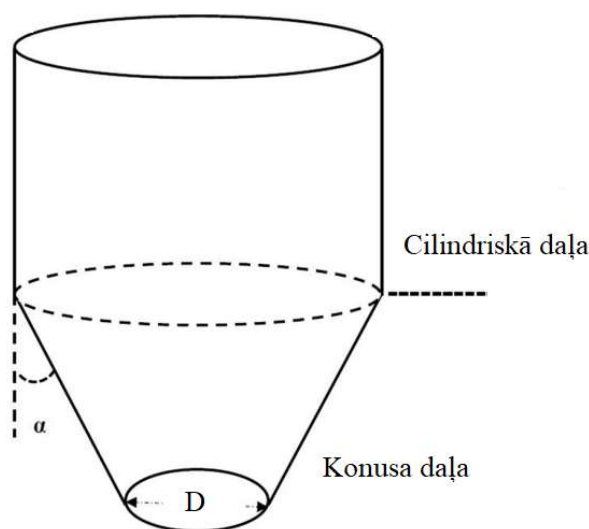
kur D – izplūdes diametrs;

α – leņķis starp vertikāli un bunkura konusa sienu izplūdes zonā;

σ_c – kritiskais spriegums;

ρ – granulārā materiāla blīvums.

Par kritisko spriegumu σ_c tiek uzskatīta vērtība, pie kuras maksimālais bīdes spriegums, kuram maisījums ir pakļauts, ir vienāds ar daļiņu maksimāli pieļaujamo spriegumu. [87]



5.1. att. Bunkura konstruktīvie parametri

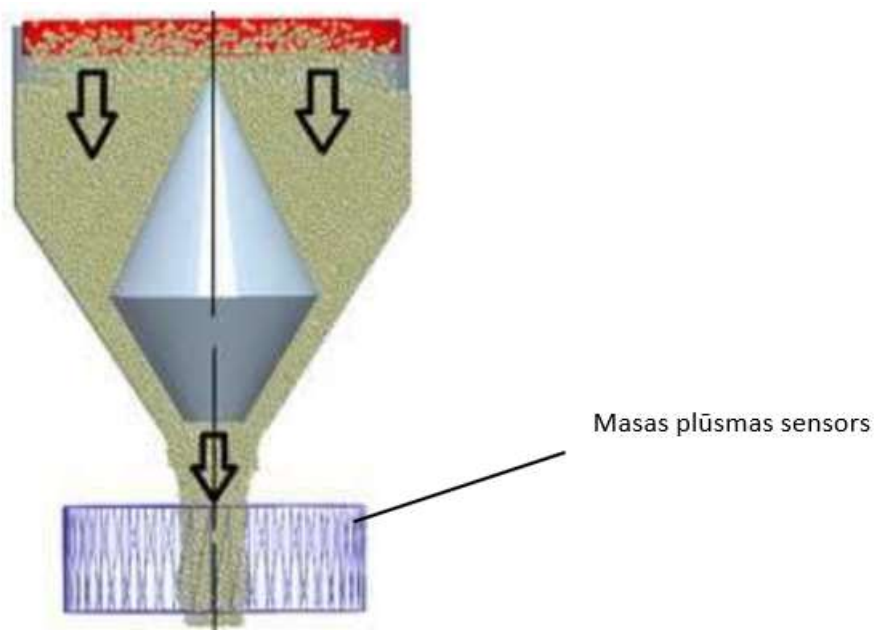
Tiek apskatīts bunkurs, kas paredzēts beramo materiālu pārkraušanai un putekļu mazināšanai, pārkraušanas laikā. Konstrukcija sastāv no bunkura, kas nostiprināts atsperēs pie nekustīga rāmja un bunkura centrā fiksētā pozīcijā atrodas pludiņš. Materiālam iebirstot bunkurā atsperes nostiepjās un bunkura izplūdes diametrs palielinās ļaujot materiālam izplūst, līdz ar to bunkura izplūdes diametrs ir atkarīgs no materiāla daudzuma bunkurā. Iekšējais pludiņš nodrošina plūsmas apturēšanu pirms materiāla izplūdes (5.2.att.). [88]



5.2. att. DSH pārkraušanas bunkurs [89]

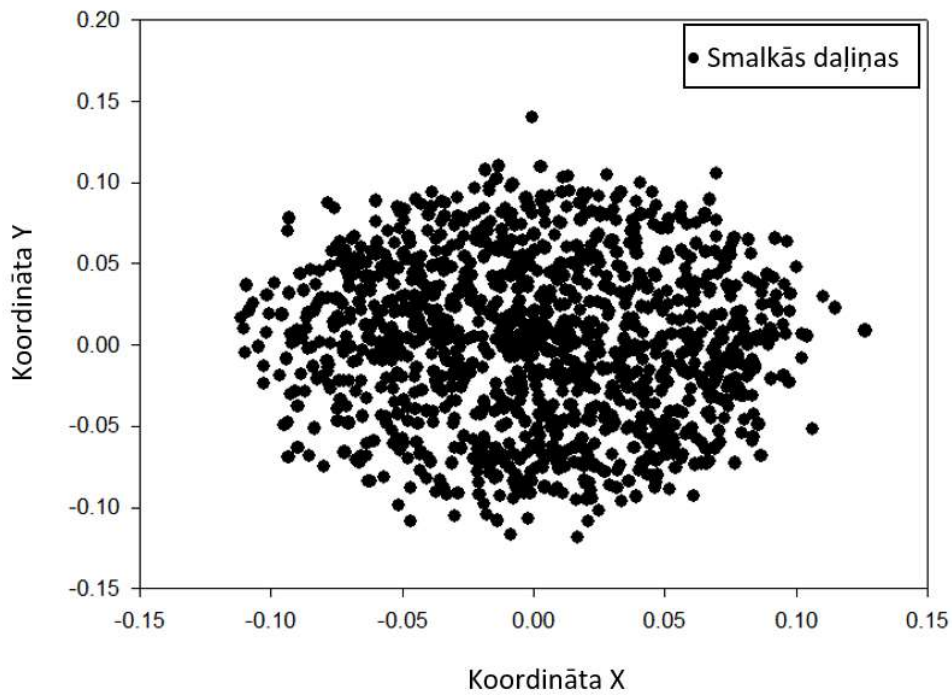
5.2. RADIĀLĀS SEGREGĀCIJAS ANALĪZE

Bunkura iztukšošanās laikā nereti novērojama putekļu veidošanās jeb smalko granulāro daļiņu nonākšana plūsmas ārpusē. Lai novērtētu putekļu veidošanos skaitliski, tiek izveidots DEM modelis (5.3. att.) ar masas plūsmas sensoru bunkura izplūdē, kurā tiek reģistrēts daļiņu attālums no plūsmas centra. Plūsmas sensors veidots cilindrisks, lai varētu reģistrēt daļiņu sadalījumu radiālajā virzienā pēc iespējas lielākam daļiņu skaitam.

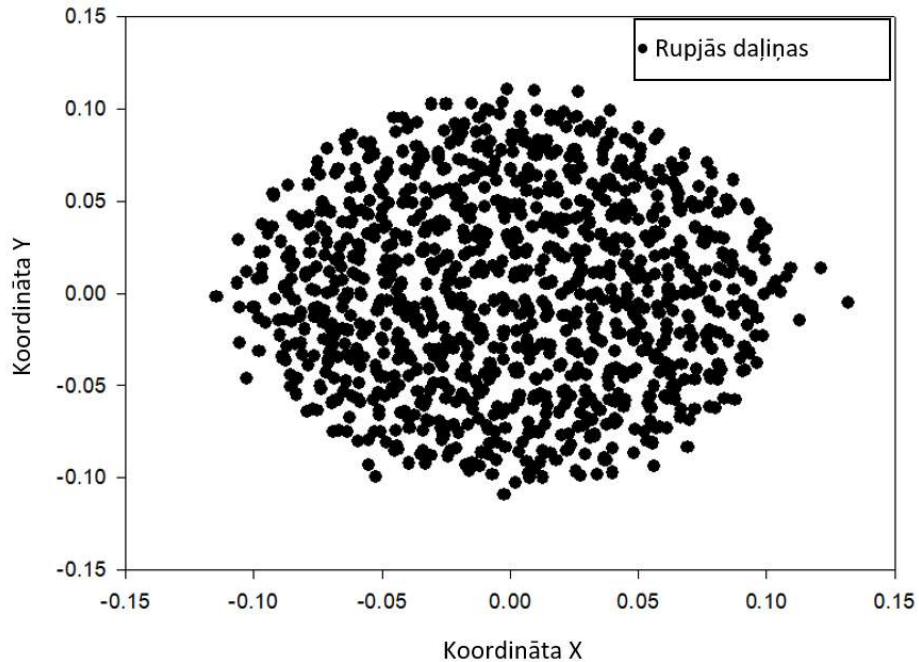


5.3. att. DEM modelis

Sākotnējos skaitliskajos modeļos tiek izmantots granulārā materiāla maisījums, kas sastāv no divām dažāda izmēra daļiņām izmēros – $d_1=0.4$ mm un $d_2=2$ mm. Attiecīgi masas plūsmas sensorā tiek reģistrēts daļiņu d_1 (5.4. att.) un d_2 (5.5. att.) attālums no plūsmas centra.



5.4. att. Smalko d_1 (putekļu) daļiņu radiālā pozīcija bunkura izplūdē



5.5. att. Rupjo d_2 daļiņu radiālā pozīcija bunkura izplūdē

5.6. att. Ekrānattēls no segregācijas analīzes programmas

Segregācijas analīzei izveidota programma, ar kuras palīdzību tiek rēķināts daļiņu varbūtības blīvuma funkcija punktos, kuri vienmērīgi izkliedēti visā apskatāmajā apgabalā. Programmā tiek analizēti dati no failiem, kuri satur smalko un rupjo daļiņu koordinātu datus (5.6. att. 1.). Tiek noteikts daļiņu minimālais attālums no plūsmas centra (5.6.att 2.) un maksimālais attālums no plūsmas centra (5.6. att. 3.), daļiņu izkļiedes vidējā vērtība (5.6. att. 4.), standartnovirze (5.6. att. 5.) un sadalījuma slīpums (5.6. att. 6.).

Radiālās segregācijas pamatā tiek izmantota smalko un rupjo daļiņu varbūtības blīvuma funkcija (5.2.) apgabala $R_{min} \dots R_{max}$ punktos, kas vienmērīgi izkliedēti visā apskatāmajā plaknē. Kā galvenie segregācijas parametru raksturlielumi tiek lietota daļiņu izkļiedes vidējā vērtība (5.3.), standartnovirze (5.4.), kura iegūta no dispersijas (5.5.).

$$P(R_{min} \leq R \leq R_{max}) = \int_{R_{min}}^{R_{max}} f(R) dR, \quad (5.2.)$$

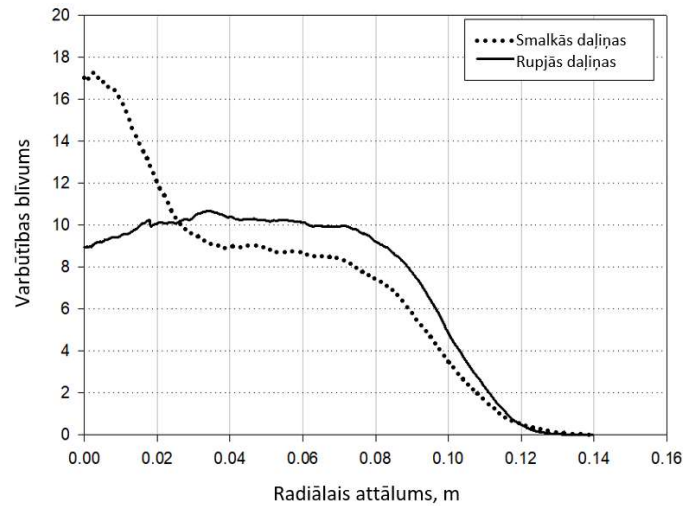
$$R_{mean} = \int_{R_{min}}^{R_{max}} R f(R) dR, \quad (5.3.)$$

$$R_{STD} = \sqrt{D^2}, \quad (5.4.)$$

$$D^2 = \int_{R_{min}}^{R_{max}} (R - R_{mean})^2 f(R) dR, \quad (5.5.)$$

kur R – radiālais attālums no masas centra.

Analizēto daļiņu varbūtības blīvumu radiālajā attālumā no plūsmas centra iespējams iegūt grafisku varbūtības blīvuma sadalījumu smalkajām un rupjajām daļiņām (5.7. att.). Iegūtajā sadalījumā redzams, ka mazo daļiņu varbūtības blīvums plūsmas centrā ir ievērojami augstāks nekā lielajām daļiņām.



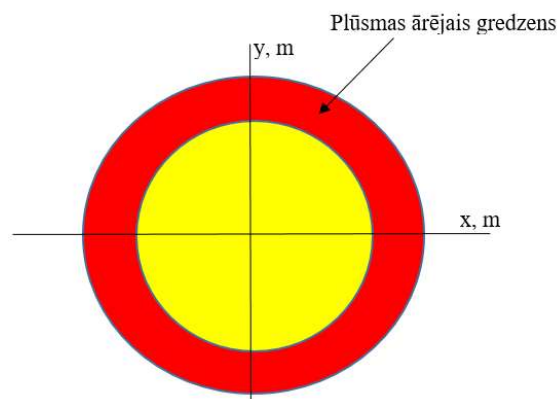
5.7. att. Daļiņu varbūtības blīvuma sadalījums

Kā segregācijas raksturlielums tiek izmantots mazo un lielo daļiņu varbūtības blīvuma vidējo vērtību attiecība (5.5.). Attiecīgi, jo tuvāk $R=1$, jo maisījums ir viendabīgāks un segregācija mazāk novērojama.

$$\frac{R1_{mean}}{R2_{mean}} = R, \quad (5.5.)$$

kur $R1_{mean}$ – varbūtības blīvuma sadalījuma vidējā vērtība smalkajām daļiņām;
 $R2_{mean}$ – varbūtības blīvuma sadalījuma vidējā vērtība rupjajām daļiņām.

Varbūtības blīvuma attiecība R raksturo segregācijas pakāpi visā apskatāmajā apgabalā, līdz ar to, attiecība pilnīgi neatspoguļo iespējamo putēšanu apskatāmajā modelī. Lai precīzāk atspoguļotu daļiņu segregāciju plūsmas ārpusē, atsevišķi tiek apskatīta smalko un rupjo daļiņu masas attiecība tikai plūsmas ārējā daļā (5.8. att.), kura tiek izvēlēta procentuāli no kopējās plūsmas (5.6. att.7.).

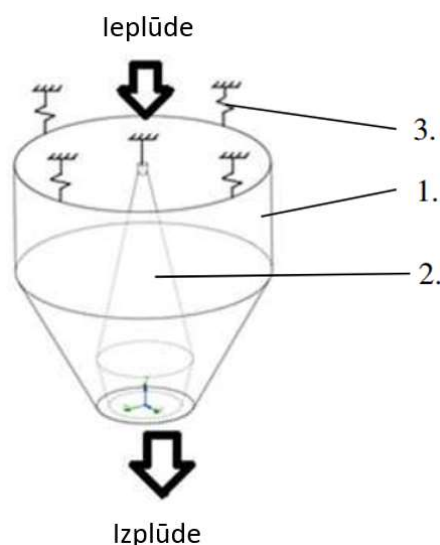


5.8. att. Segregācijas analīzes apgabals

5.3. GRANULĀRO DAĻIŅU KUSTĪBAS IEROSINĀTĀS GAISA PLŪSMAS ANALĪZE

Granulārā materiāla plūsma bunkurā ir atkarīga no daudziem parametriem. Būtisku ietekmi uz granulāro materiāla plūsmu rada granulārā materiāla daļiņu kustības ierosinātā gaisa plūsma. Kad bunkurs tiek piepildīts ar granulārā materiāla daļiņām, daļiņu kustība ierosina gaisa plūsmu

apkārtējā vidē [90]. Lai noteiktu ierosinātās gaisa plūsmas ietekmi uz granulārā materiāla segregāciju bunkura izplūdē, tiek izmantots bunkura 3D modelis ar iekšējo pludiņu (5.9. att.).

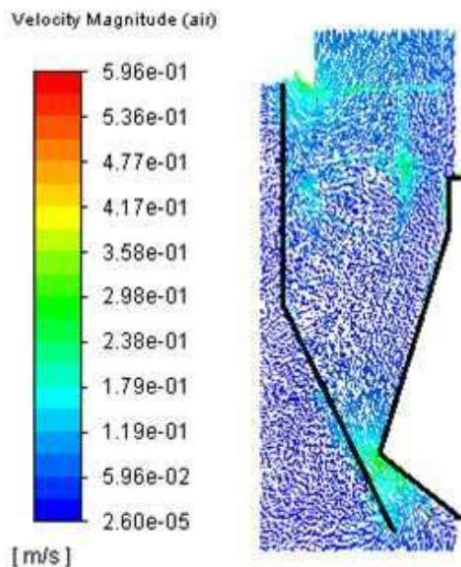


5.9. att. Skaitliskā modeļa shēma. 1. – bunkurs, 2. – pludiņš, 3. – atsperes

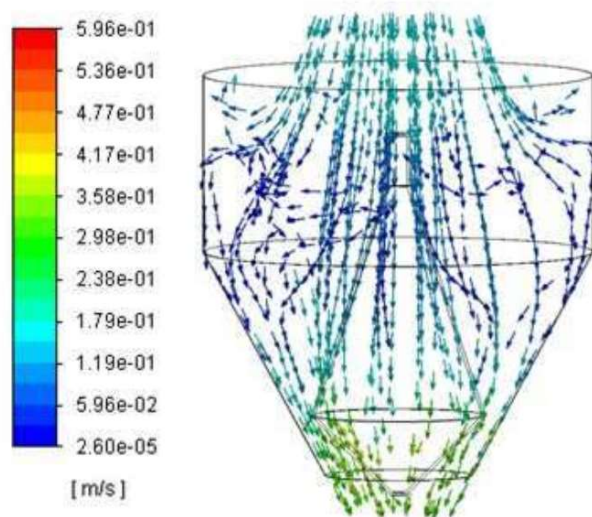
Birstošā granulārā materiāla plūsmas daļiņas ierosina gaisa kustību daļiņu un fluīdu mijiedarbības rezultāta. Ierosinātās gaisa plūsmas analīze ir sarežģīts process gan fizikālajos, gan skaitliskajos eksperimentos. Daļiņu plūsmu ietekmē daudz dažādu faktoru, piemēram, sistēmas ģeometrija, mehāniskās īpašības, daļiņu īpašības, eksploatācijas apstākļi, kā arī ierosinātā gaisa plūsma [91]. Praksē tiek lietotas dažādas metodes, lai analizētu daļiņu kustības ierosinātu gaisa plūsmu, piemēram, fotofiksāciju, kas ļauj reģistrēt dažādas plūsmas režīmus [92]. Mūsdienās plaši tiek lietoti datoraprēķini - *Computational Fluid Dynamics* (CFD) un *Discrete Element Method* (DEM) kombinētās simulācijas [93].

Daļiņu kustības ierosinātā gaisa plūsma palielinās, palielinoties granulārā materiāla plūsmas ātrumam un palielinot bērsanas augstumu. Savukārt daļiņu izmērs ietekmē materiāla plūsmas izkliedi bunkura izplūdē [94].

Lai noteiktu ierosinātās gaisa plūsmas ietekmi uz materiāla segregāciju bunkura izplūdē, ir izveidots 2D bunkura modelis un ar Ansys Fluent veikta CFD – DEM simulācija. Granulārais materiāls tiek definēts kā vairāku dažādu izmēru sfērisku daļiņu maisījums. Skaitliskās simulācijas rezultātā tiek iegūts daļiņu kustības ierosinātā gaisa plūsmas sadalījums bunkura konstrukcijā. Spraugā starp pludiņu un bunkura konusu ir novērojams būtisks gaisa plūsmas ātruma pieaugums (5.10. att.). Iegūtais gaisa plūsmas ātruma sadalījums tiek izmantots DEM 3D modelī, kā granulārā materiāla plūsmai pielikts gaisa plūsmas vektoru lauks (5.11. att.).



5.10. att. Daļiņu kustības ierosinātās gaisa plūsmas ātruma sadalījums 2D modelī



5.11. att. Daļiņu kustības ierosinātās gaisa plūsmas ātruma sadalījums 3D modelī

Būtiska ietekme uz granulārā materiāla plūsmu ir gaisa pretestības spēkam. Lielākai daļai beramo materiālu daļiņām ir neregulārā forma, kas būtiski ietekmē gaisa pretestības vērtību. Lai vienkāršotu skaitlisko modeli, aprēķinos tiek izmantotas tikai sfēriskas daļiņas. Aerodinamiskais spēks, kas darbojas uz vienu atsevišķu daļiņu, var tikt aprēķināts izmantojot vienādojumu (5.6). [95].

$$C_d = \frac{F_d}{\left(\frac{1}{2}\rho_a v^2\right)(\pi R)^2}, \quad (5.6.)$$

kur C_d – gaisa pretestības koeficients,
 F_d – gaisa pretestības spēks;
 ρ_a – gaisa blīvums;
 R – sfēriskas daļiņas rādiuss;
 v – daļiņas ātrums.

Izmantojot Stoksa plūsmas vienādojumu, plūsmas pretestības koeficients sfēriskas formas daļiņai tiek iegūts vienādojumā (5.7.):

$$C_d = \frac{24}{Re}, \quad (5.7.)$$

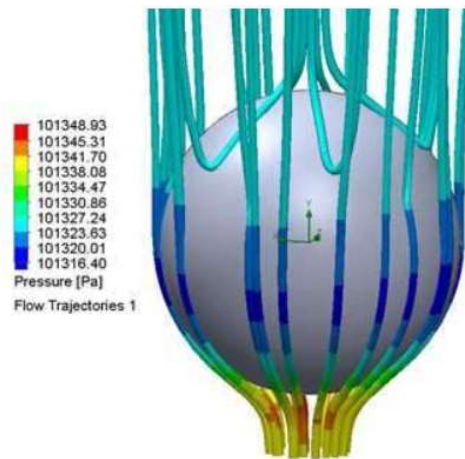
kur Re – Reynoldsa skaitlis.

Gaisa pretestības spēks, kas darbojas uz vienu atsevišķu daļiņu, var tikt izteikts ar vienādojumu (5.8.) [94]:

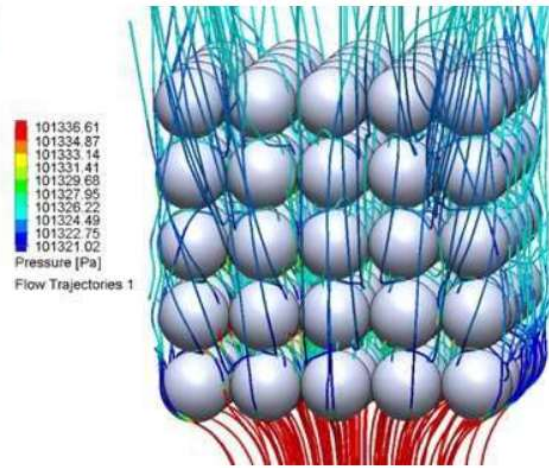
$$F_d = C_d \frac{1}{2} \rho_a (v_a - v_p)^2 \frac{1}{4} \pi d_p^2 = C_d \frac{1}{2} \rho_a (v_a - v_p)^2 S, \quad (5.8.)$$

kur v_a – gaisa plūsmas ātrums;
 v_p – daļiņas ātrums;
 ρ_a – gaisa blīvums;
 d_p – daļiņas diametrs;
 S – daļiņas šķērsriezuma laukums.

Blīvā granulārā materiāla plūsmā gaisa plūsmas spiediena sadalījums uz daļiņām ārējā plūsmas gredzenā, daļiņu plūsmas virzienā ir augstāks, nekā uz daļiņu slāņiem plūsmas iekšpusē (5.12. att.). Tādējādi arī gaisa pretestības spēks nav vienāds uz visām atsevišķām daļiņām (5.13.att.) granulārājā materiāla plūsmā.

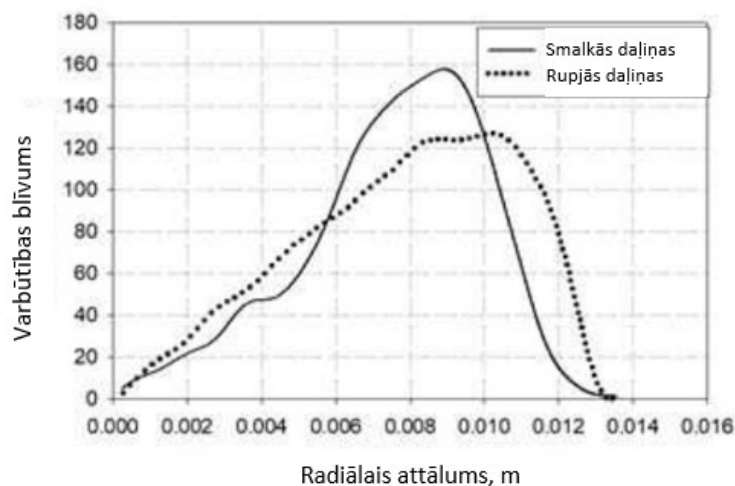


5.12. att. Spiediena sadalījums uz vienu atsevišķu daļiņu

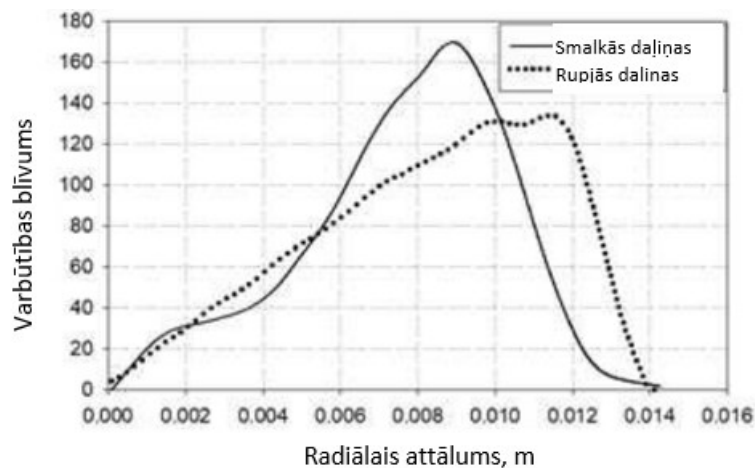


5.13. att. Spiediena sadalījums uz granulārā materiāla plūsmu

Skaitliskie modeļi rāda, ka gaisa pretestība ietekmē daļiņu radiālo attālumu granulārajā materiāla plūsmā. Modelī bez gaisa pretestības daļiņas pēc savstarpējās mijiedarbības pārvietojas radiālajā virzienā par 7% tālāk (5.14. att.), nekā modelī ar gaisa pretestību (5.15. att.). Daļiņu segregācijas attiecība abos modeļos ir līdzīga un tuvu 1 (modelī ar gaisa pretestību $R=1.019$, modelī bez gaisa pretestības $R=0.977$), kas norāda, ka rezultējošā segregācija abos modeļos nav izteikta.

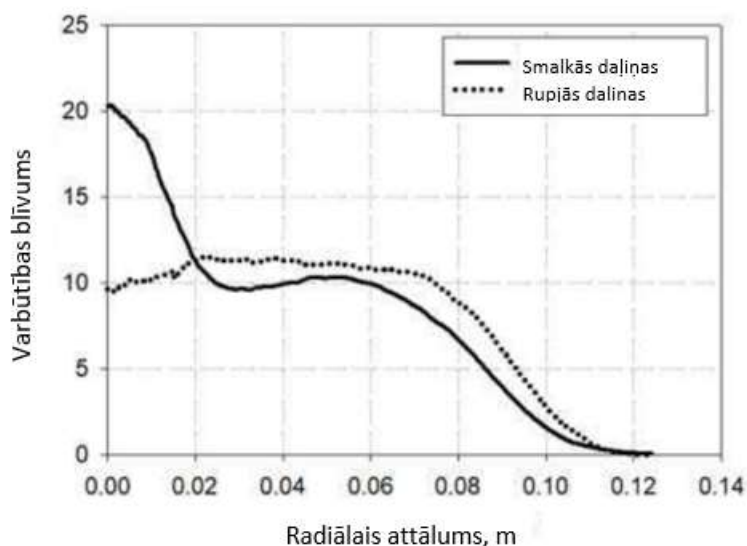


5.14. att. Daļiņu varbūtības blīvuma sadalījums modelī ar gaisa pretestību

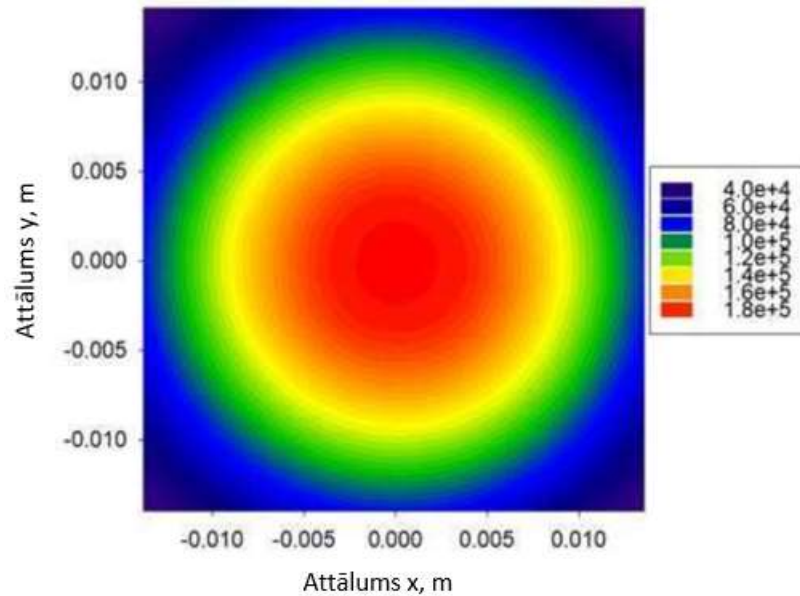


5.15. att. Daļiņu varbūtības blīvuma sadalījums modelī bez gaisa pretestības

Skaitliskās modelēšanas rezultāti parāda, ka modelī ar daļiņu kustības ierosināto gaisa plūsmu smalko daļiņu un kopējais daļiņu blīvums pieaug plūsmas centrā (5.16. att. un 5.17.att.). Lielās daļiņas ierosina gaisa plūsmu spraugā starp pludiņu un bunkura sienu, un mazās daļiņas tiek ierautas plūsmā. Iegūtā segregācijas attiecība $R=0.83$, kas norāda uz to, ka daļiņu kustības ierosinātajai gaisa plūsmai ir būtiska ietekme uz daļiņu segregāciju bunkura izplūdē.



5.16. att. Daļiņu varbūtības blīvuma sadalījums modelī ar daļiņu kustības ierosinātu gaisa plūsmu



5.17. att. Kopējais varbūtības blīvums daļiņām bunkura izplūdē

5.4. Granulārā materiāla caurplūdes analīze pie vertikālām bunkura svārstībām

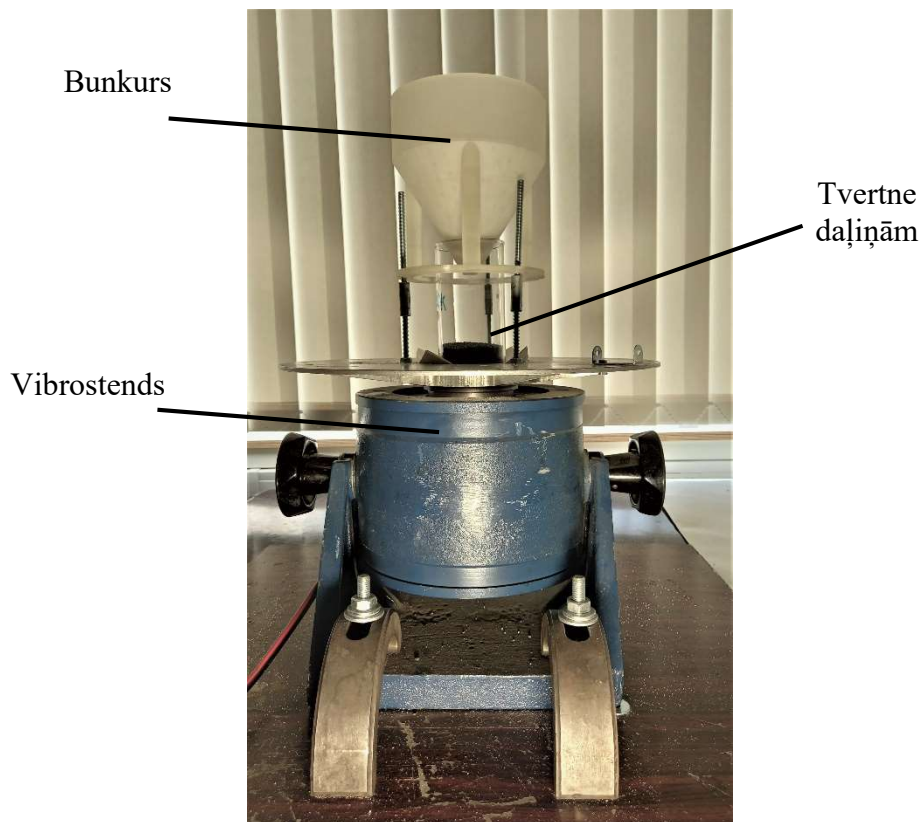
Vibrācijas bieži tiek izmantotas, lai nodrošinātu plūsmas nenosprostošanos bunkurā. Daudzos gadījumos bunkura iztukšošanās laikā veidojas tuneļveida granulārā materiāla plūsma, daļiņām pielīpot pie bunkura sienām. Iedarbojoties uz bunkuru ar horizontālām svārstībām iespējams palielināt bunkura caurplūdi, jo plūsmas tips no tuneļveida plūsmas mainās uz apgriezto tuneļveida plūsmu, kur materiāls, kas atrodas tuvāk bunkura sienām no bunkura izplūst ātrāk [96]. Iedarbojoties uz bunkuru ar vertikālām svārstībām, bunkura caurplūde samazinās atkarībā no svārstību paātrinājuma (5.9.) [97]:

$$\Gamma = \frac{a\omega^2}{g}, \quad (5.9.)$$

kur Γ – bezdimensiju paātrinājums;
 a – svārstību amplitūda, m;
 g – gravitācijas paātrinājums, m/s².

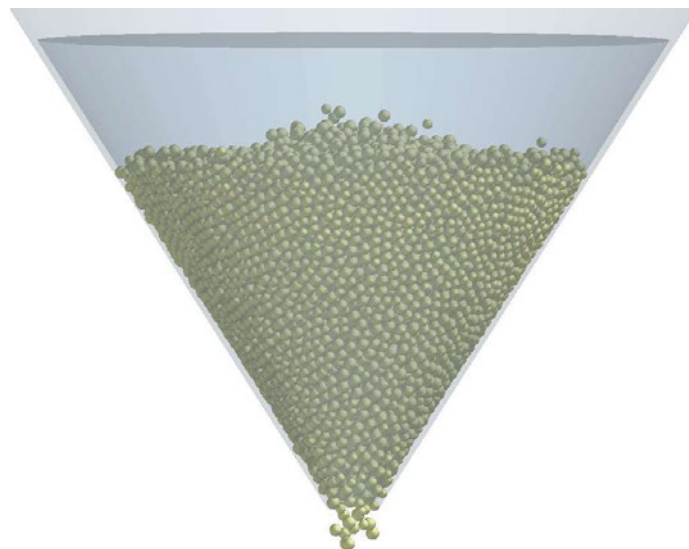
Lai analizētu caurplūdes atkarību no bunkuram pieliktajām vertikālām svārstībām tiek izveidots fizikālais (5.17. att.) un skaitliskais modelis (5.18.att.). Apskatīti tiek svārstību gadījumi bezdimensiju paātrinājuma diapazonā $\Gamma = 0 - 5$, kur svārstību frekvences diapazons mainās robežās no 0 – 35 Hz, ietverot gadījumu bez svārstībām. Skaitliskajam un fizikālajam eksperimentam tiek izmantotas stikla daļiņas diametrā 1.0 – 1.3mm. Bunkura konstrukcija ir izveidota no plastmasas ar mehāniskajām īpašībām, kā norādīts tabulā 5.1.

Fizikālais eksperiments tiek izpildīts ar bunkuru, kurš nostiprināts uz vibrostenda. Bunkurs tiek piepildīts ar stikla daļiņām, un izplūdes mērījumi tiek veikti pie dažādām svārstībām un nemainīgas svārstību amplitūdas. Caurplūdes process tiek fiksēts ar video reģistrēšanu, ar ātrumu 300 kadri sekundē.



5.17. att. Fizikālais modelis

Caurplūde tiek analizēta mainot svārstību frekvenci, tādējādi mainot svārstību paātrinājumu. Skaitliskajā modelī (5.18. att.) daļiņu savstarpējai mijiedarbības definēšanai tiek izmantots Herca – Mindlina kontakta modelis [27]. Skaitliskajai modelēšanai tiek izmantota Eilera laika integrācijas metode ar fiksētu laika soli $3.6 \times 10^{-6} s$.

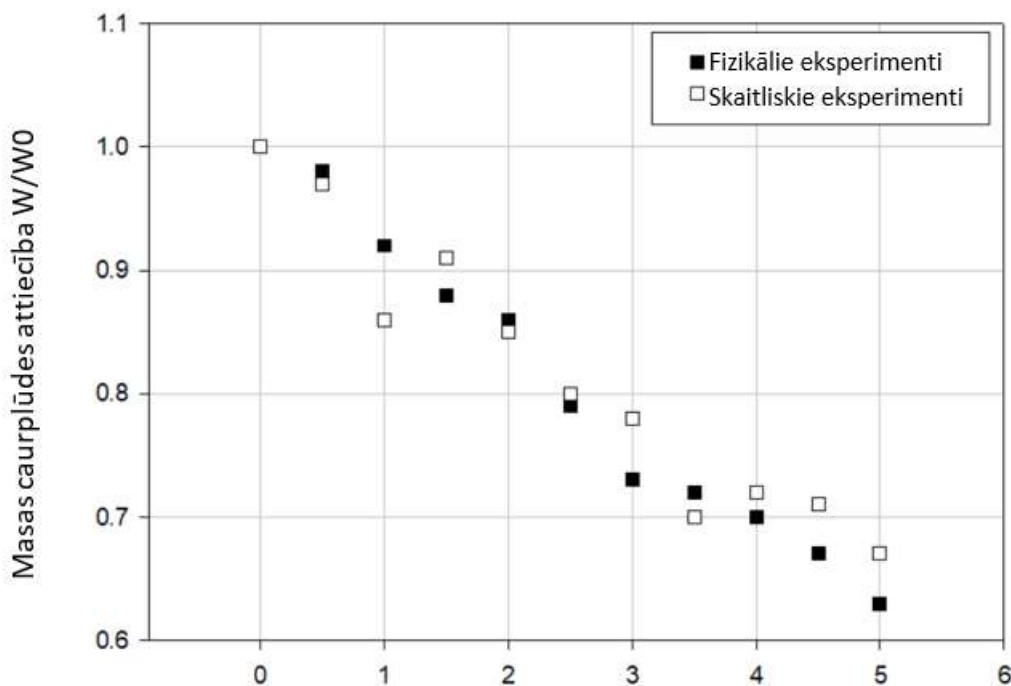


5.18. att. Modelis EDEM vidē

Mehāniskās īpašības

Mehāniskās īpašības	Stikla daļiņas	Bunkura konstrukcija (FRP polimērs)
Bļīvums (kg/m^3)	2500	1700
Puasona koeficients, ν	0.25	0.32
Atlēciena koeficients, e	0.8	0.6

Fizikālie un skaitliskie eksperimenti tiek veikti bunkura sistēmai uz kuru darbojas vertikālas svārstības, tiek analizēta bezdimensiju masas caurplūde (attiecība starp granulārā materiāla izplūdes ātrumu sistēmai ar pieliktām svārstībām pret gadījumu, kad svārstības neiedarbojas. Skaitliskajā modelēšanā tiek izmantota teorētiskā berzes koeficienta vērtība un gaisa pretestība, kā arī daļiņu līdzī parautā gaisa efekti netiek ietverti. Fizikālo un skaitlisko eksperimentu rezultāti rāda, ka bunkuru iztukšošanās ātrums samazinās, pieaugot svārstību paātrinājumam (5.19.att.). Šāda materiāla caurplūdes tendence atkarībā no pieliktām svārstībām ir novērojama arī citu autoru darbos [97].

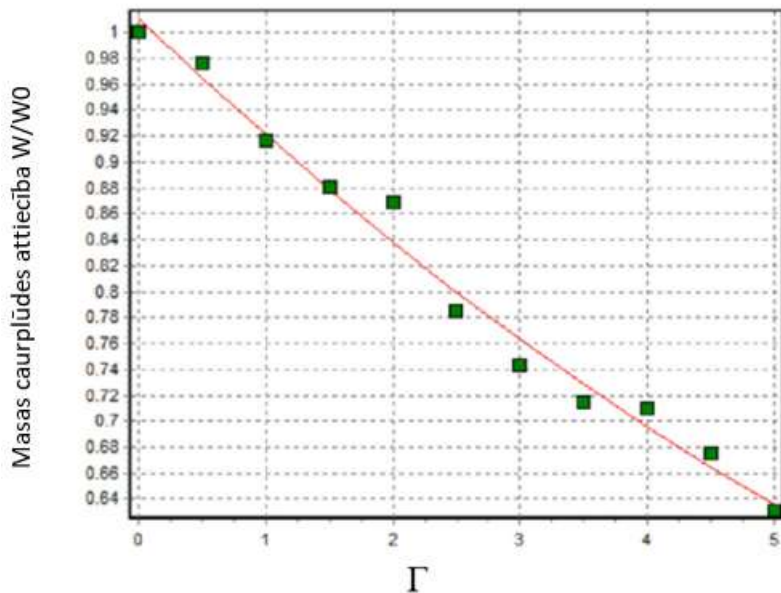


5.19. att. Bezdimensiju masas caurplūdes attiecība skaitliskajā un fizikālajā eksperimentā

Iegūtie eksperimentu rezultāti parāda, ka pieliktas vertikālas svārstības bunkura konstrukcijai rada būtisku ietekmi uz granulārā materiāla caurplūdi. Fizikālo eksperimentu rezultātu aproksimācijai (5.20.att.) tiek izmantota otrās kārtas polinomiālā regresija [5]. Pielietotās aproksimācijas krosvalidācijas vidējā kvadrātiskā kļūda $\sigma^2=0.0197$ un $R^2=0.98$ (5.10.), tādējādi norādot, ka pielietotā aproksimācija ir pietiekami precīza.

$$R^2 = 1 - \left(\frac{\sigma_{test-rel}}{100}\right)^2 \quad (5.10.)$$

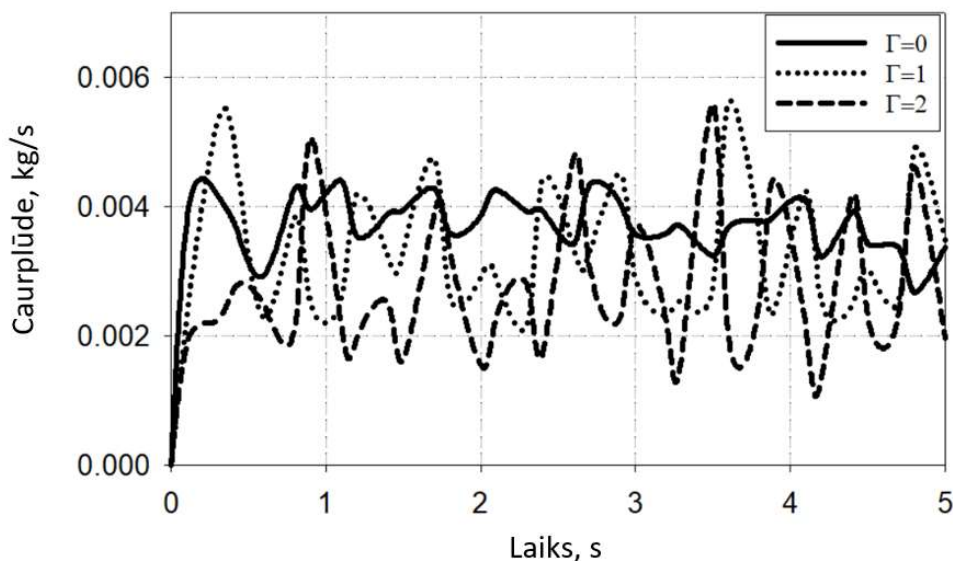
kur $\sigma_{test-rel}$ relatīvā aproksimācijas prognozes kļūda.



5.20. att. Otrās kārtas polinomiālā aproksimācija fizikālajiem eksperimentiem

Skaitliskā eksperimenta rezultātu aproksimācijai ir mazāka precizitāte $\sigma^2=0.061$ un $R^2=0.78$. Atmetot 5 eksperimenta punktu pie $\Gamma=1$, aproksimācijas precizitāte būtiski pieaug, $\sigma^2=0.035$ un $R^2=0.92$.

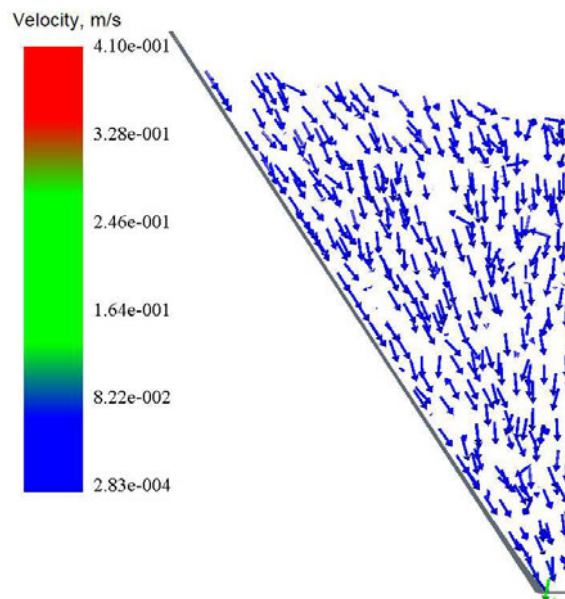
Skaitliskās modelēšanas rezultāti parāda, ka palielinot pielikto svārstību paātrinājumu pieaug granulārā materiāla caurplūdes amplitūda, bet vidējā caurplūde samazinās (5.21.att.)



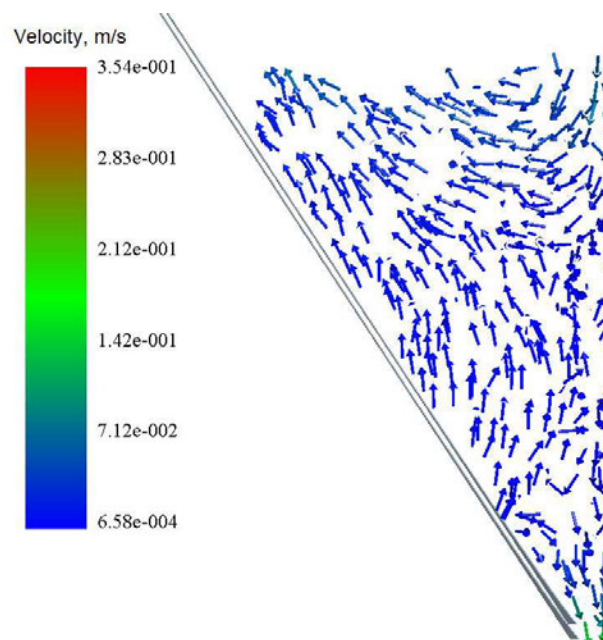
5.21.att. Granulārā materiāla caurplūde laikā pie dažādiem paātrinājumiem

Granulārā materiāla caurplūdi bunkurā ietekmē dažādi būtiski faktori, viens no kuriem ir berzes koeficients bunkura konstrukcijai. Augsts berzes koeficients bunkura sienai var izraisīt granulārā materiāla daļiņu uzkrāšanos bunkurā [98], tādējādi samazinot materiāla izplūdes ātrumu un nosprostojošot bunkura atveri. Praksē tiek izmantotas dažādas metodes, lai novērotu vai prognozētu materiāla plūsmas veidu bunkurā. Tiek pielietotas analītiskas metodes, kā arī sarežģīti fizikālie eksperimenti, kas ietver rentģenu staru tomogrāfiju [99].

Veiktajos skaitliskajos eksperimentos tiek analizēts daļiņu ātruma lauks. Skaitliskajā modelī bez pieliktām svārstībām tiek iegūta masas plūsma, kur visas daļiņas vienmērīgi tiecas uz bunkura atveri (5.22.att.).



5.22. att. Daļiņu ātrumu sadalījums pēc 2s no aprēķina sākuma gadījumā bez svārstībām



5.23. att. Daļiņu ātrumu sadalījums pēc 2s no aprēķina sākuma gadījumā ar svārstībām

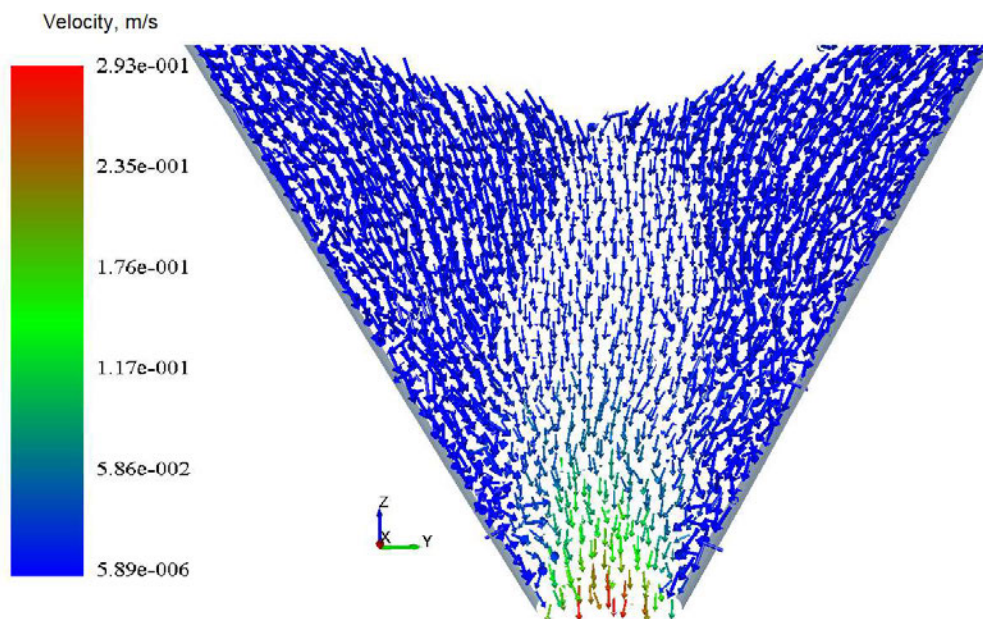
Veiktajos eksperimentos ir izmantots bunkurs ar relatīvi nelielu izplūdes diametru (5.11.). Citu autoru pētījumi rāda, ka bunkuros ar nelielu izplūdes diametru daļiņu plūsma tiecas uz masas plūsmas tipu [100].

$$D = 5d \quad (5.11.)$$

kur D – bunkura izplūdes diametrs;
 d – daļiņas diametrs.

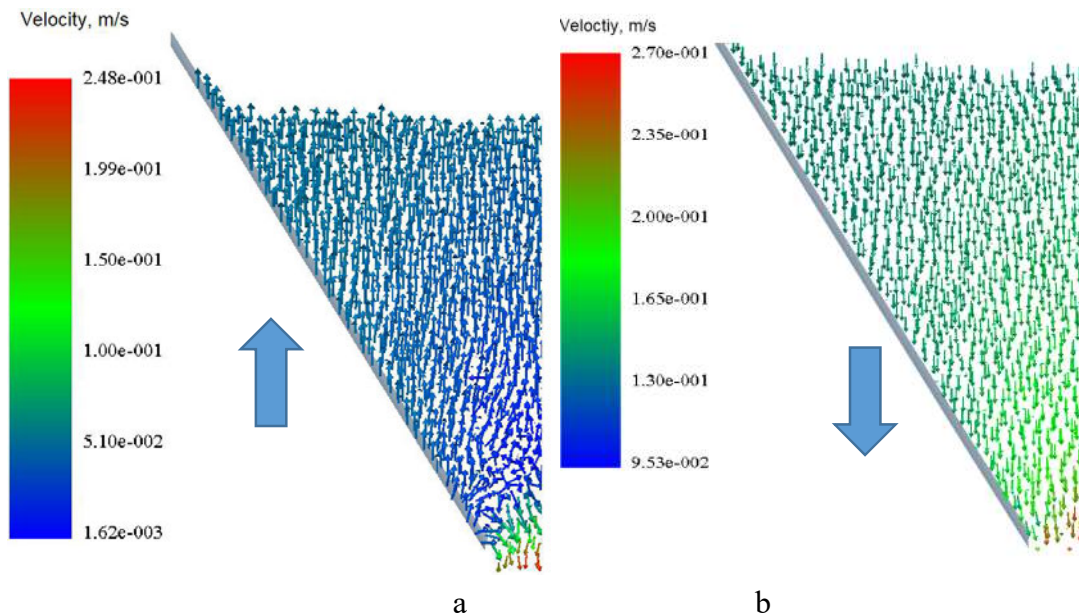
Pieliekot bunkuram vertikālas svārstības ir iespējams samazināt bunkura nosprostošanās iespēju un mainīt granulārā materiāla plūsmas tipu no tuneļveida plūsmas uz masas plūsmu [101]. Svārstību laikā daļiņas zaudē kontaktu ar bunkura sienu (5.23.att.), tādējādi samazinot iespēju tām uzkrāties stagnācijas zonā.

Lai novērtētu bunkura berzes koeficienta ietekmi uz granulārā materiāla caurplūdi, tiek analizēta plūsma pie dažādiem bunkura berzes koeficientiem. Bunkuriem ar tuneļveida granulārā materiāla plūsmu, pie sienām ir novērojamas materiāla stagnācijas zonas [102]. Skaitliskajā modelī ar mazu berzes koeficientu ($\mu=0.2$) tiek iegūts masas plūsmas tips. Palielinot berzes koeficientu ($\mu=0.9$) masas plūsma mainās uz tuneļveida plūsmu, kur daļiņas, kas atrodas plūsmas centrā virzās uz bunkura atveri pirmās. Daļiņas, kas atrodas pie bunkura sienām veido materiāla stagnācijas zonas (5.24.att.)



5.24.att. Tuneļveida plūsma – daļiņu ātruma sadalījums (berzes koeficients $\mu=0.9$)

Skaitliskajā modelī ar bunkura konstrukcijas berzes koeficientu $\mu=0.9$, pieliekot vertikālas svārstības ar frekvenci 10Hz un amplitūdu 0.001m tiek iegūts daļiņu ātruma kustības sadalījums bez stagnācijas zonām. Granulārā materiāla daļiņu ātrums ir vienmērīgi sadalīts svārstību perioda paātrinājuma fāzē (5.25. att. a un b), daļiņas nepielīp pie bunkura sienām, tādējādi daļiņu plūsma mainās no tuneļveida plūsmas uz masas plūsmu.



5.25. att. Daļiņu ātruma sadalījums modelī ar vertikālām svārstībām ($f=10\text{Hz}$, $A=0.001\text{m}$)
 a – pozitīvs paātrinājums; b – negatīvs paātrinājums

5.5. DAĻIŅU MEHĀNISKO ĪPAŠĪBU IETEKME UZ SEGREGĀCIJU

Segregācijas procesu bunkurā iespaido dažādi faktori un būtiska ietekme ir pašu daļiņu fizikālajām un mehāniskajām īpašībām. Granulārā materiāla daļiņas tiek kvalificētas gan pēc izmēra (tabula 5.2.), gan blīvuma (tabula 5.3.), gan citiem parametriem [103]. Būtiska ietekme uz daļiņu savstarpējo mijiedarbību un daļiņu mijiedarbībai ar konstrukcijām ir daļiņu atlēciena koeficientam [104].

Tabula 5.2.

Granulārā materiāla daļiņu klasifikācija pēc izmēra

Daļiņu veids	Daļiņas diametrs D (mm)
Putekļi	≤ 0.42
Granulas	≤ 3.35
Gabali	≤ 40
Daļiņu kopas	≤ 200
Nosprostojums	≥ 200

Tabula 5.3.

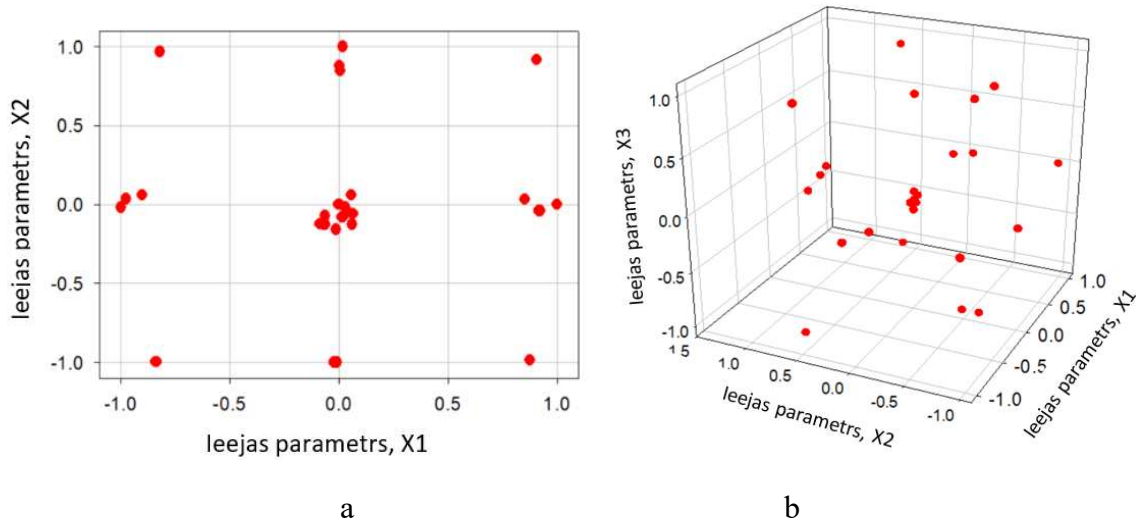
Granulārā materiāla daļiņu klasifikācija pēc blīvuma

Daļiņu veids	Blīvums (kg/m^3)
Vieglas	< 600
Vidējas	600 - 1100
Smagas	1100 - 2000
Ļoti smagas	> 2000

Lai analizētu daļiņu fizikālo un mehānisko īpašību ietekmi uz segregāciju bunkura izplūdē, tiek izmantots 25 punktu eksperimentu plāns (5.26. att.) ar četriem mainīgajiem ieejas parametriem:

- berzes koeficients $\mu=0.2 - 0.8$;
- atlēciena koeficients $e=0.4 - 0.8$;
- daļiņu blīvums $\rho=2000 - 2800 \text{ kg/m}^3$;
- svārstību frekvence $f=20 - 60 \text{ Hz}$.

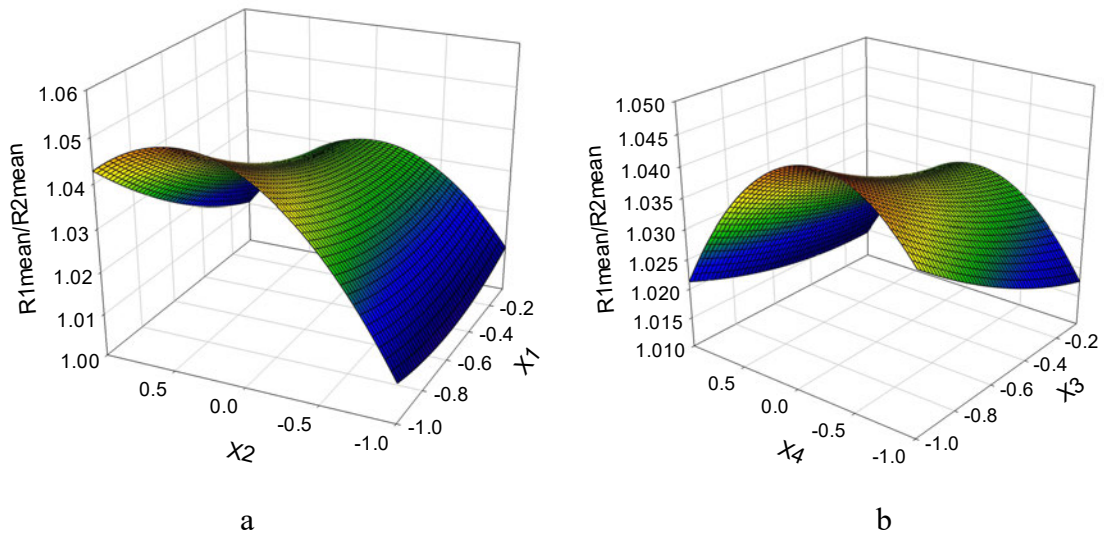
Modelī tiek analizēta daļiņu mehānisko īpašību un svārstību frekvences (konstanta svārstību amplitūda $a=0.5\text{mm}$) ietekme uz segregāciju.



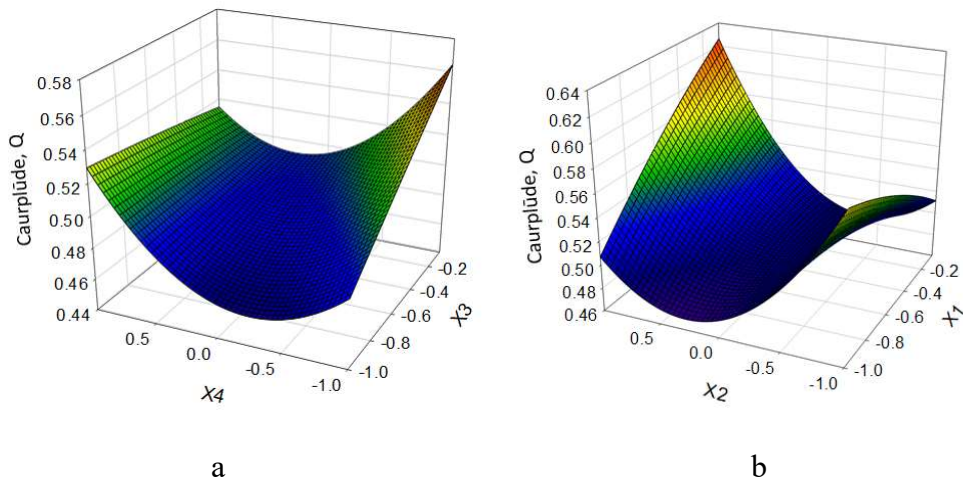
5.26. att. 25 punktu eksperimentu plāns: a - projekcija ($X1, X2$), b – 3D ($X1, X2, X3$)

Analizējot skaitlisko eksperimentu rezultātus redzams, ka vislielāko ietekmi uz segregāciju bunkura izplūdē rada atlēciena koeficients un materiāla blīvums, savukārt frekvencei ir vismazākā ietekme uz šo rādītāju, no izvēlētās faktoru kopas (5.29. att.). Iegūtais metamodelis rāda, ka labākā segregācija veidojas pie zemākās atlēciena koeficienta vērtības (5.27.att. un 5.28. att.).

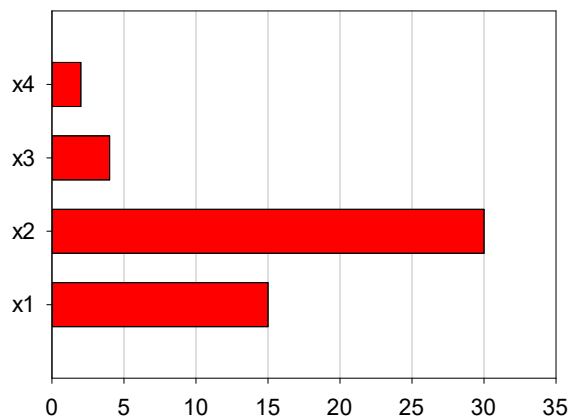
Iegūtajam metamodelim gan ir izteikti augsta krosvalidācijas kļūda $\sigma_{\text{cross}}=25\%$, kas nozīmē, ka aproksimācija nav pietiekami precīza, lai pilnībā novērtētu ievades parametru ietekmi uz atbildes vērtību. Iegūtajiem skaitliskajiem rezultātiem ir novērojams gadījuma raksturs, kas nav tipiski skaitliskajai modelēšanai. Lai samazinātu aproksimācijas kļūdu, tiek samazināts ievades parametru diapazons.



5.27. att. Segregācijas atbildes virsmas šķēlums: a - atkarībā no daļiņu blīvuma x_1 un atlēciena koeficienta x_2 ; b – atkarībā no berzes koeficienta x_3 un svārstību frekvences x_4



5.28. att Caurplūdes atbildes virsmas šķēlums: a - atkarībā no daļiņu blīvuma x_1 un atlēciena koeficienta x_2 ; b – atkarībā no berzes koeficienta x_3 un svārstību frekvences x_4

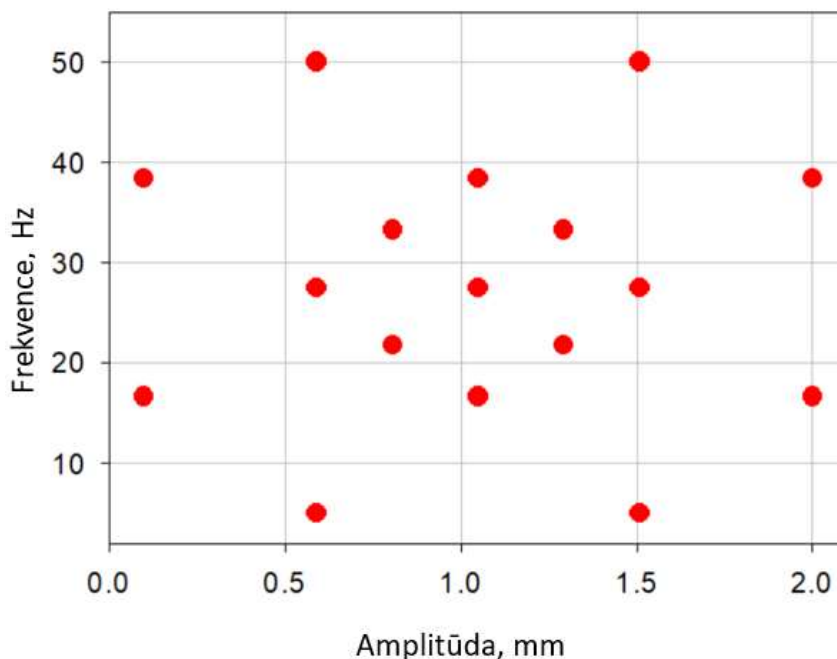


5.29.att. Pareto svarīguma sadalījums ievades parametriem ($x_1=\rho$, $x_2=e$, $x_3=\mu$, $x_4=f$)

5.6. VERTIKĀLO SVĀRSTĪBU IETEKME UZ DAĻIŅU SEGREGĀCIJU BUNKURA IZPLŪDĒ

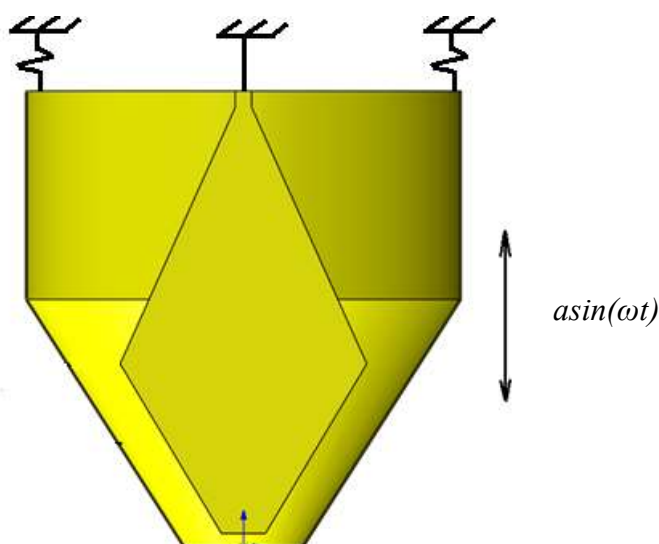
5.6.1. Otrās kārtas eksperimentu plāns ar 17 mēģinājumiem

Lai noteiktu vertikālo svārstību ietekmi uz daļiņu segregāciju bunkura izplūdē, tiek izmantots otrās kārtas eksperimentu plāns ar 17 mēģinājumiem (5.30. att.).



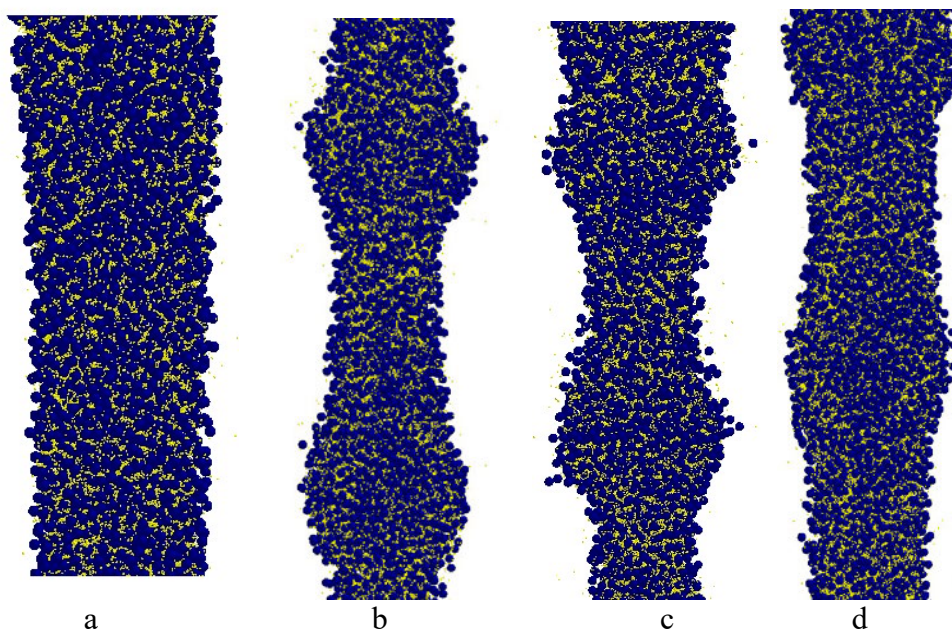
5.30. att. Otrās kārtas eksperimentu plāns ar 17 punktiem

Granulārā plūsma tiek analizēta DSH tipa bunkurā, kurš sastāv no atsperēs nostiprināta bunkura ar fiksētu pludiņu centrā (5.31. att.). [89] Atbilstoši tiek izvēlēti vertikālo svārstību parametri – svārstību frekvence $\omega=5-50\text{Hz}$ un svārstību amplitūda $a=0.1-2\text{mm}$.



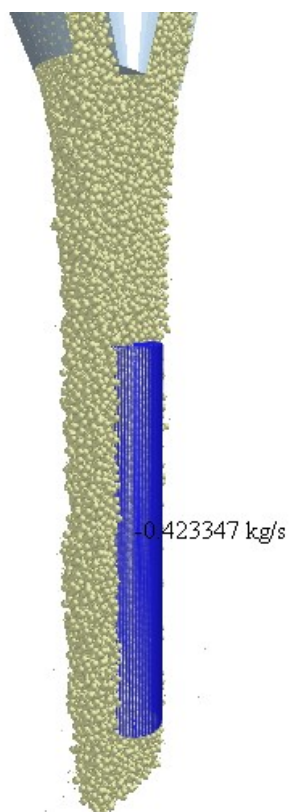
5.31. att. Ģeometriskais modelis

Atkarībā no svārstību amplitūdas novērojamas izmaiņas granulārā materiāla plūsmas formā, pieaugot svārstību amplitūdai, plūsmai veidojas pulsveida forma ar materiāla sablīvējumiem (5.32. att.)



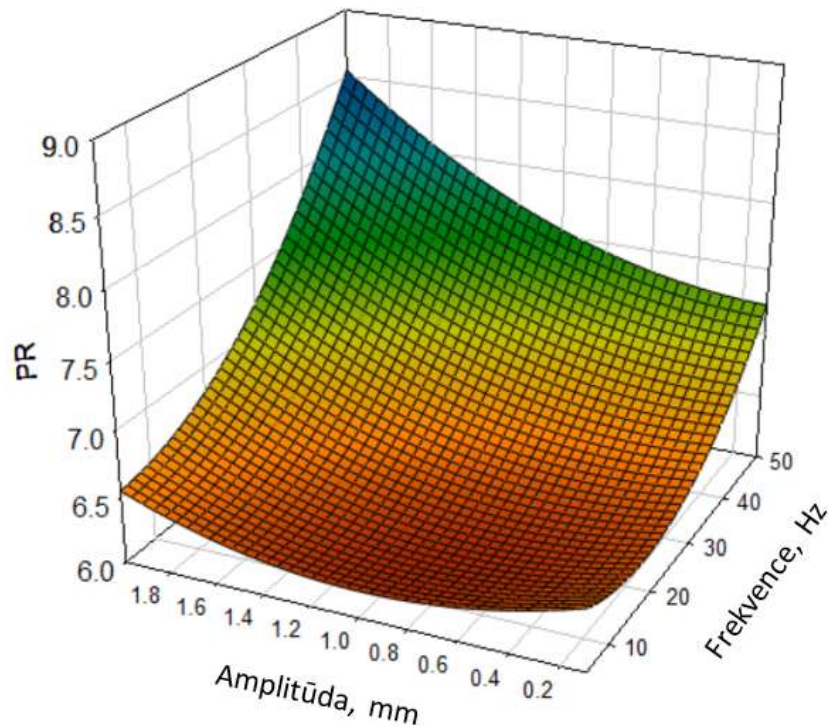
5.32. att. Daļiņu sadalījums plūsmā: a – bez svārstībām, b – $a=0.1\text{mm}$, $\omega=38.38\text{Hz}$, c – $a=0.15\text{mm}$, $\omega=50\text{Hz}$, d – $a=0.13\text{mm}$, $\omega=33.23\text{Hz}$

Kā papildus parametrs segregācijas noteikšanai tiek izmantota mazo un lielo daļiņu skaita attiecība P_R plūsmas centrā, kurš uzdots kā cilindrs ar fiksētu rādiusu (5.33. att.).

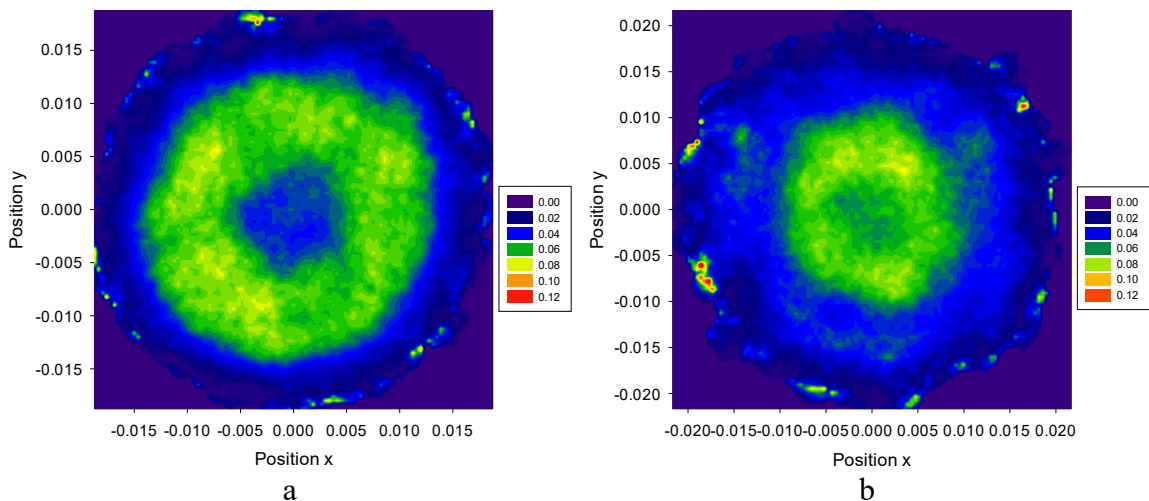


5.33. att. Sensora novietojums daļiņu skaita fiksēšanai bunkura izplūdē (plūsmas ātrums 0.42 kg/s)

Izmantojot otrās kārtas polinomiālo aproksimāciju iegūtais metamodelis rāda (5.34.), ka smalko daļiņu koncentrācija plūsmas centrā pieaug, pieaugot svārstību amplitūdai un frekvencei, šajā gadījumā optimuma punkts atrodas uz apskatāmā apgabala robežvērtībām. Iegūtajam metamodelim $R^2=0.96$ un krosvalidācijas kļūda $\sigma_{cross}=25\%$.



5.34. Smalko daļiņu koncentrācijas atbildes virsma atkarībā no svārstību amplitūdas a un frekvences f

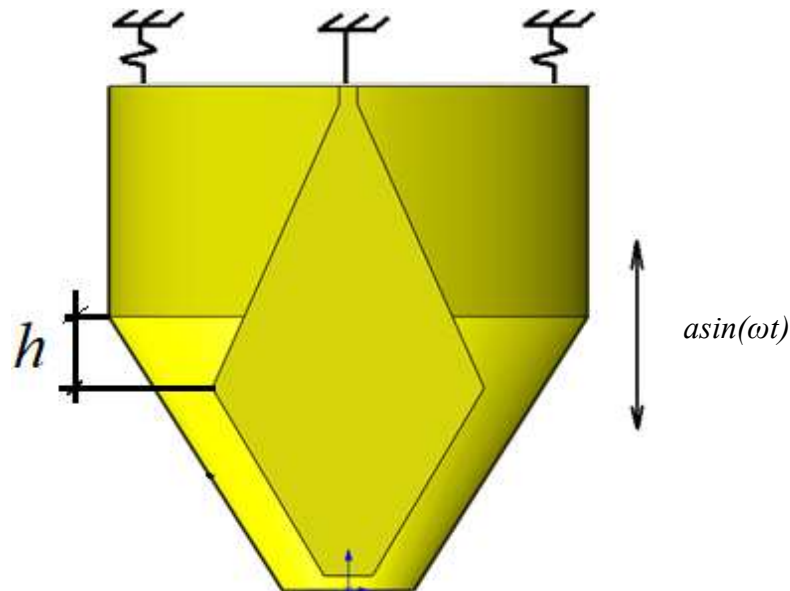


5.35. Smalko un rupjo daļiņu varbūtības blīvuma attiecības sadalījums: a – modelis bez svārstībām, b – modelis ar svārstībām $a=2\text{mm}$, $f=50\text{Hz}$

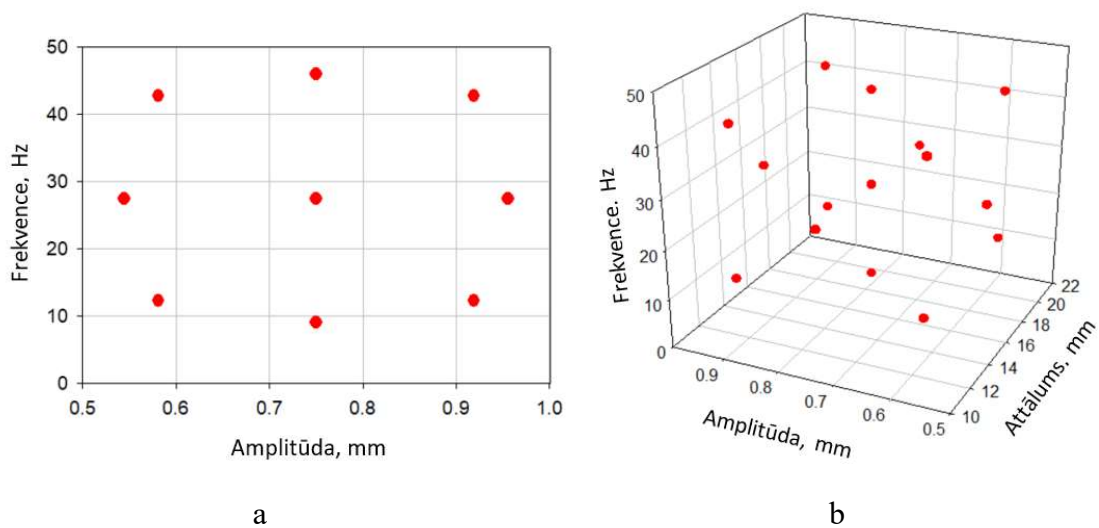
Daļiņu varbūtības blīvumu vidējo vērtību attiecība samazinās pieaugot svārstību frekvencei un amplitūdai. Gadījumā bez svārstībām smalko daļiņu koncentrācija ir lielāka plašā apgabalā ap plūsmas centru, savukārt gadījumā ar vertikālām bunkura svārstībām, daļa smalko daļiņu koncentrējas ap centru un pārējās ir izkliedētas plūsmā (5.35.).

5.6.2. Otrās kārtas ortogonālais eksperimentu plāns ar 15 mēģinājumiem

Lai noteiktu bunkuram pieliktu vertikālu svārstību ietekmi uz segregāciju tiek izpildīts 15 punktu ortogonāls otrās kārtas eksperimenta plāns (5.37. att. a un b), izmantojot EDEM. Eksperimentu plāns ietver svārstību amplitūdu diapazonā $a=0.5 - 1.0$ mm, frekvenci diapazonā $f=5 - 50$ Hz un vertikālo attālumu starp bunkuru un pludiņu diapazonā $h=10 - 22$ mm (5.36. att.).

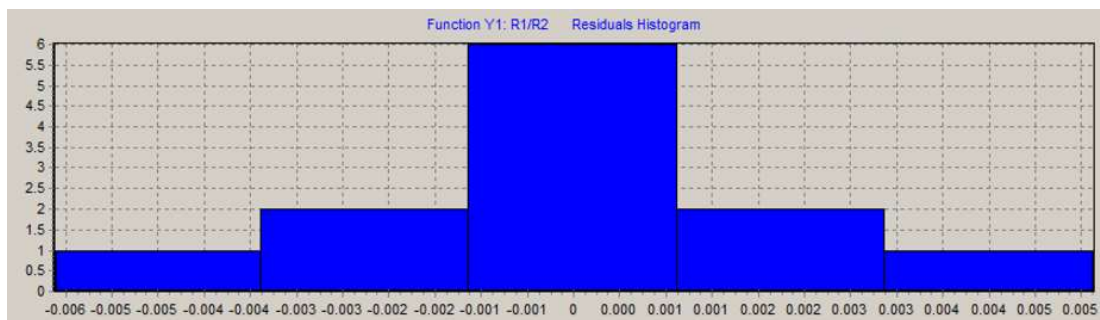


5.36.. att. Aprēķina modeļa šķērs griezumā: h – vertikālais attālums starp pludiņu un bunkuru



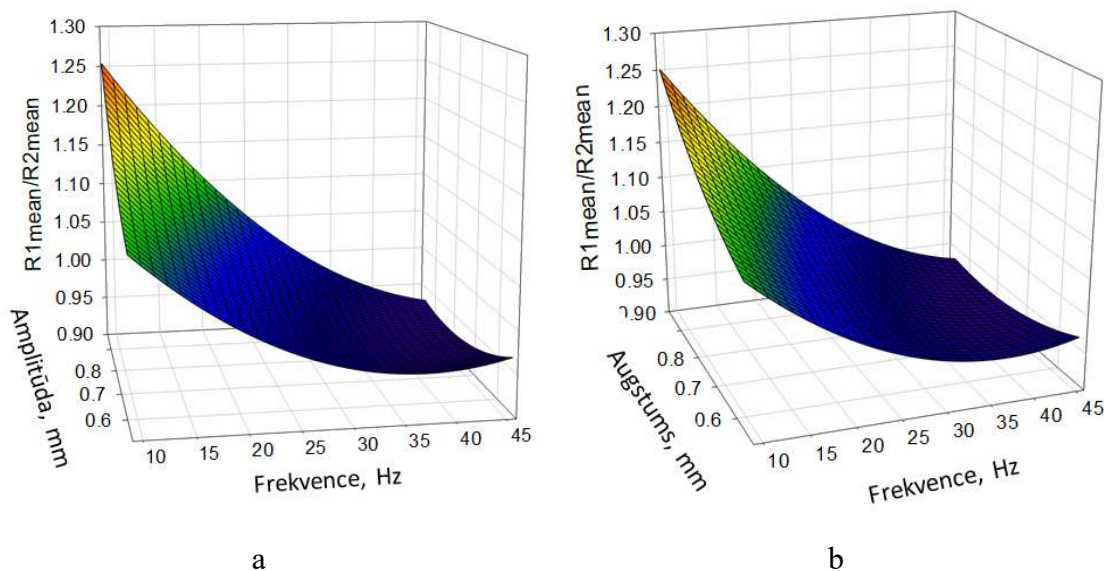
5.37. att. 15 punktu, otrās kārtas ortogonālā eksperimenta plāns: a – projekcija, b – 3D

Kā segregācijas raksturlielums tiek izmantota attiecība $R1_{mean}/R2_{mean}$, kas raksturo smalko un rupjo daļiņu varbūtības blīvuma vidējo vērtību attiecību. Iegūto rezultātu apstrādei tiek izmantota otrās kārtas aproksimācija. Iegūtā aproksimācijas krosvalidācijas kļūda 15% uzskatāma par labu rezultātu un līdz ar to aproksimācija ir lietojama rezultātu apstrādei. Iegūtais atlikumu sadalījums, kas raksturo starpību starp faktisko vērtību un prognozēto vērtību veido simetrisku sadalījumu (5.38.att).



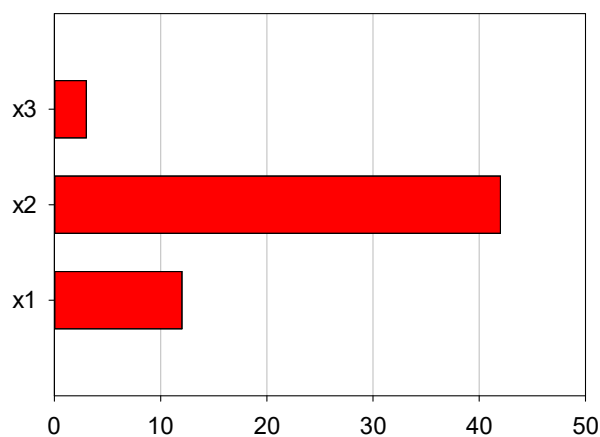
5.38. att. Atlikumu histogramma

Iegūtais metamodelis rāda, ka vislielāko segregāciju iespējams iegūt pie svārstību amplitūdas $a=0.889$ mm, vertikālā attāluma starp pludiņu un bunkuru $h=10$ mm un maksimālās svārstību frekvences apskatītajā frekvenču diapazonā $f=50$ Hz. Segregācija optimuma punktā $R1_{mean}/R2_{mean}=0.85$ (5.39. att.). Aproximācijas precizitātes raksturlielumi $R^2=0.995$ un krosvalidācijas kļūda $\sigma_{cross}=15.2\%$



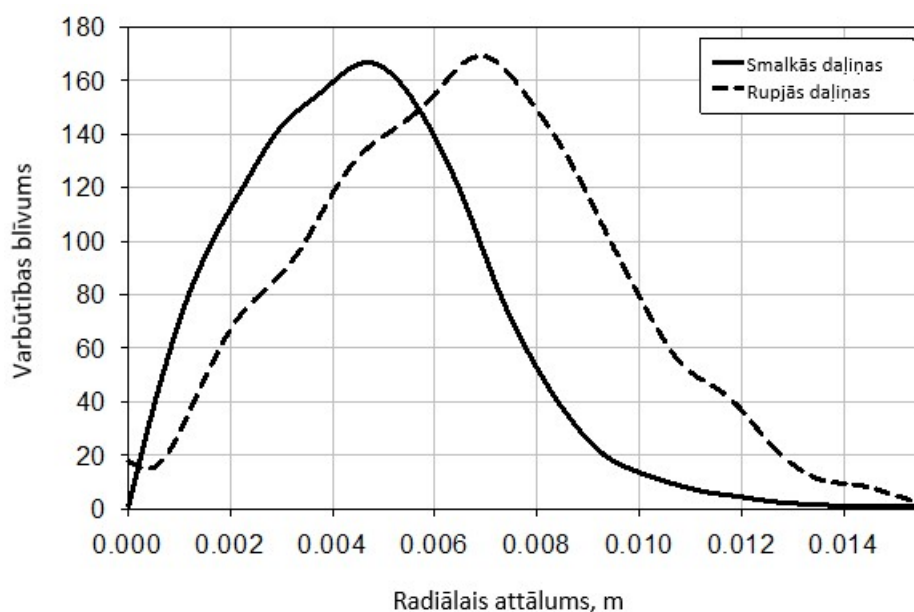
5.39. Segregācijas atbildes virsmas šķēlums: a – atkarībā no amplitūdas a un svārstību frekvences f ; b – atkarībā no svārstību frekvences f un pludiņa augstuma h

Izmantojot Pareto grafiku, tiek noteikts, kāda ir faktoru (svārstību amplitūdas, frekvences, vertikālā attāluma starp pludiņu un bunkuru) ietekme uz sistēmas atbildi $R1_{mean}/R2_{mean}$. Pēc iegūtā sadalījuma pa parametriem redzams, ka visbūtiskāko ietekmi uz segregāciju bunkura izplūdē rada svārstību frekvence, kurai seko svārstību amplitūda un vertikālais attālums starp pludiņu un bunkuru (5.40.).



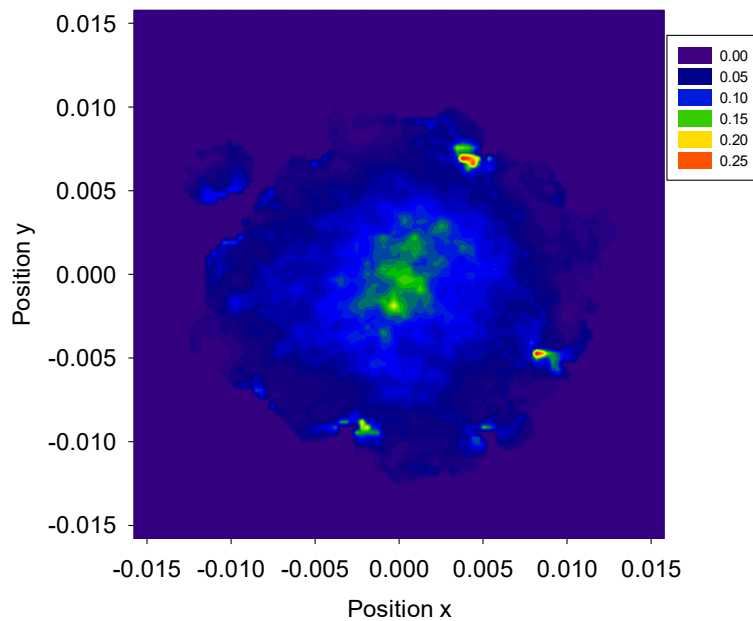
5.40. Pareto grafiks

Lai pārbaudītu iegūto metamodeli, tiek veikts pārbaudes aprēķins optimuma punktā un iegūts rezultāts $RI_{mean}/R2_{mean}=0.8505$, kurš sakrīt ar metamodeļa prognozi. Optimuma punktā tiek iegūts daļiņu sadalījums izplūdē ar optimālu segregāciju (5.41.att.) Varbūtības blīvuma sadalījums eksperimentu punktiem apkopots 2. pielikumā.



5.41. att. Varbūtības blīvuma sadalījums ar optimālo segregāciju

Iegūts metamodelis ar optimuma punktu, kur smalko daļiņu varbūtības blīvuma attiecība pret rupjajām daļiņām koncentrējas plūsmas centrā un ap to, ar atsevišķiem blīvuma attiecības maksimumiem plūsmas ārējā gredzenā (5.42.att.). Blīvumu attiecība eksperimentālajiem mēģinājumiem apkopots 3. pielikumā.



5.42. att. Smalko un rupjo daļiņu varbūtības blīvuma attiecība šķēlumā zem bunkura izplūdes

5.6.2.1. Nenoteiktības ietekmes vērtējums

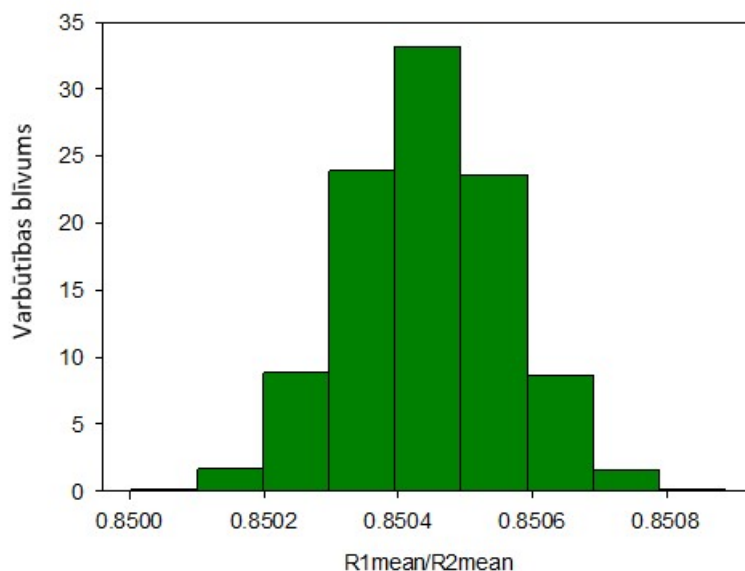
Pēc optimālā modeļa iegūšanas tiek veikts nenoteiktības ietekmes vērtējums uz segregāciju atkarībā no nenoteiktības granulārā materiāla īpašībām – blīvuma, atlēciena koeficienta un berzes koeficienta, izmantojot šo parametru vidējās vērtības un standarta novirzi:

- blīvuma vidējā vērtība $\rho_{vid}=2400\text{kg/m}^3$;
- blīvuma standarta novirze $STD_{\rho}=4\%$;
- atlēciena koeficienta vidējā vērtība $e_{vid}=0.6$;
- atlēciena koeficienta standarta novirze $STD_e=5\%$;
- berzes koeficienta vidējā vērtība $\mu_{vid}=0.5$;
- berzes koeficienta standarta novirze $STD_{\mu}=5\%$.

Lai noteiktu granulārā materiāla īpašību ietekmi uz segregāciju optimālajā modelī, tiek izpildīts eksperimentu plāns, kur faktori ir daļiņu īpašības un iegūts metamodelis, kurš raksturo segregācijas atkarību no daļiņu mehāniskajām īpašībām.

Tiek iegūtas segregācijas vērtības normālais sadalījums (5.43. att.). Sadalījumam tiek noteiktas izkliedes robežas, izmantojot 95% varbūtību.

Ievērojot nenoteiktību no granulārā materiāla blīvuma, segregācijas vērtība ar 95% nepārsniegs augstāko izkliedes robežu $RI_{mean}/R2_{mean}=0.85057$.



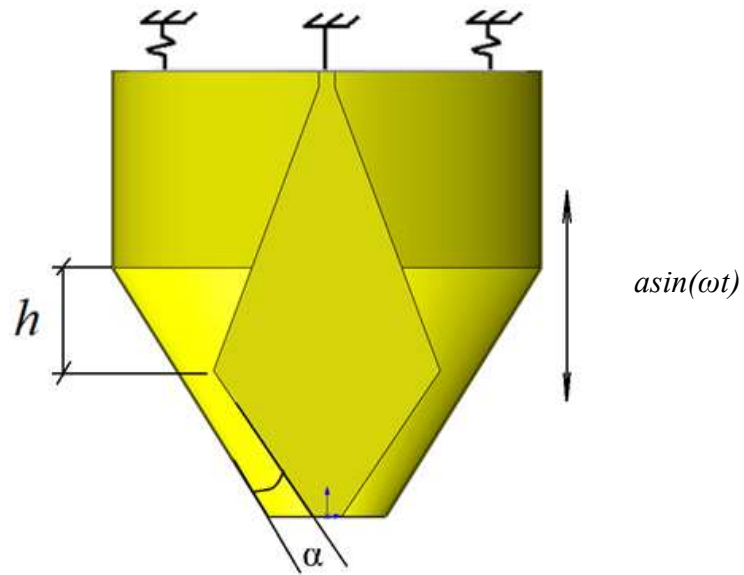
5.43. att. Segregācijas varbūtības blīvuma sadalījums, ietverot nenoteiktību no granulārā materiāla blīvuma

Ietverot nenoteiktību no granulārā materiāla berzes koeficientu, segregācijas vērtība ar 95% varbūtību nepārsniedz izkliedes robežu $R1_{mean}/R2_{mean}=0.85053$ un ietverot atlēciena koeficientu nepārsniedz izkliedes robežu $R1_{mean}/R2_{mean}=0.85055$.

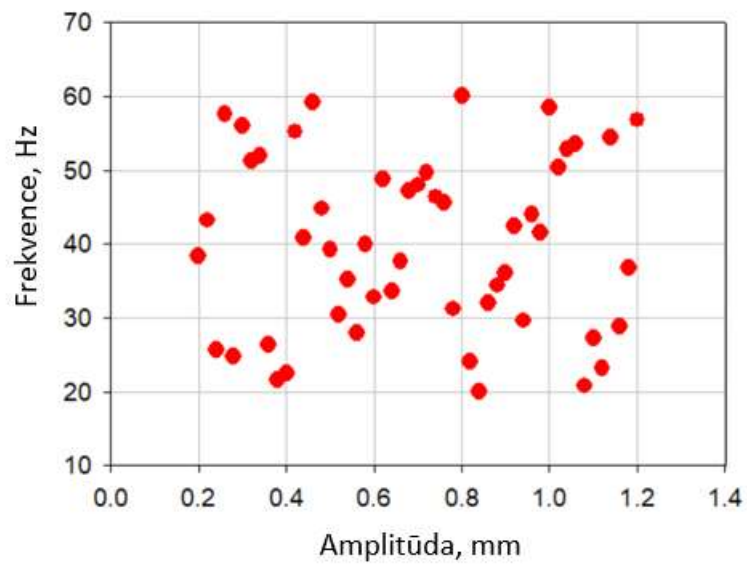
5.7. BUNKURA IZPLŪDES LEŅĶA UN SVĀRSTĪBU IETEKME UZ DAĻIŅU SEGREGĀCIJU BUNKURA IZPLŪDĒ

5.7.1. D-optimālais LH eksperimentu plāns ar 51 mēģinājumu

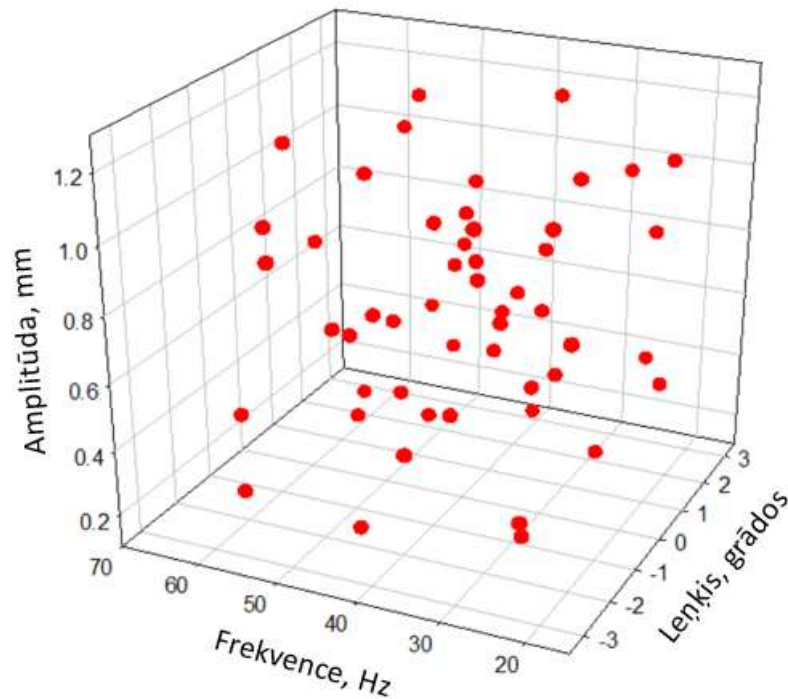
Viens no būtiskiem parametriem, kas ietekmē granulārā materiāla segregāciju bunkura izplūdē ir bunkura izplūdes leņķis. Praksē tiek izmantoti dažādas formas un izmēra bunkuri, atkarībā no granulārā materiāla, tā sausuma pakāpes un citiem parametriem. Lai noteiktu bunkura izplūdes leņķa ietekmi uz granulārā materiāla segregāciju, tiek izmantots otrās kārtas ortogonāls eksperimenta plāns ar 51 eksperimentālo mēģinājumu (5.45. att. un 5.46. att.), kur ieejas parametri ir bunkura izplūdes leņķis, bunkura vertikālo svārstību amplitūda, frekvence, kā arī vertikālais attālums starp bunkuru un iekšējo pludiņu (5.44. att.).



5.44. att. Aprēķina modeļa šķērsriezums: h – vertikālais attālums starp pludiņu un bunkuru, α – izplūdes leņķis

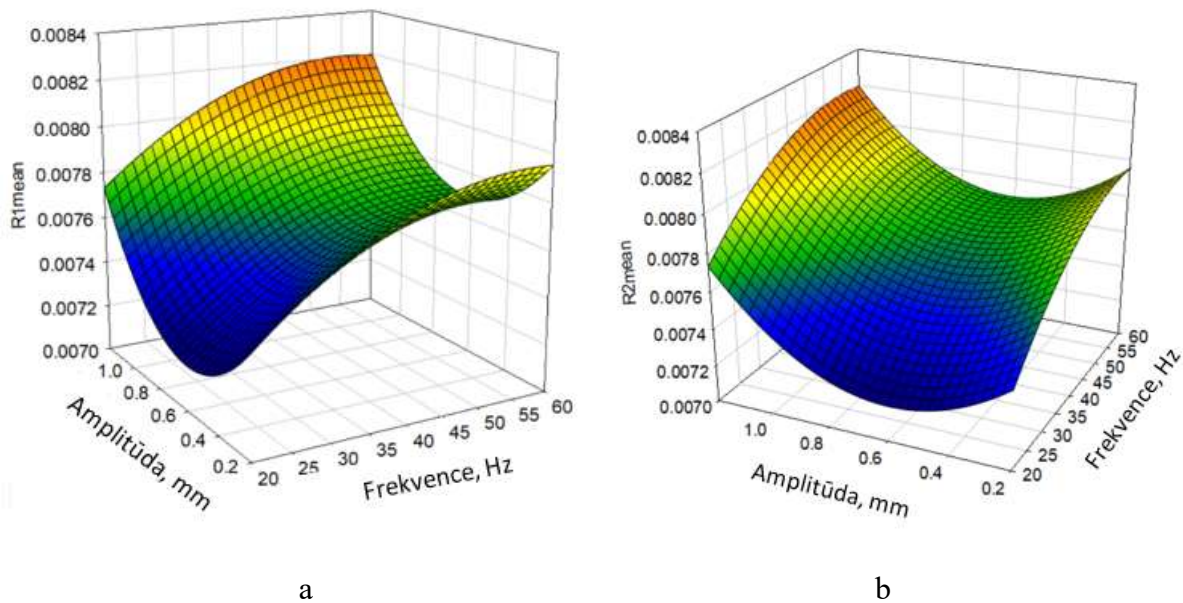


5.45. att. D-optimālā LH eksperimentu plāna ar 51 mēģinājumiem projekcija –amplitūda a , frekvence f



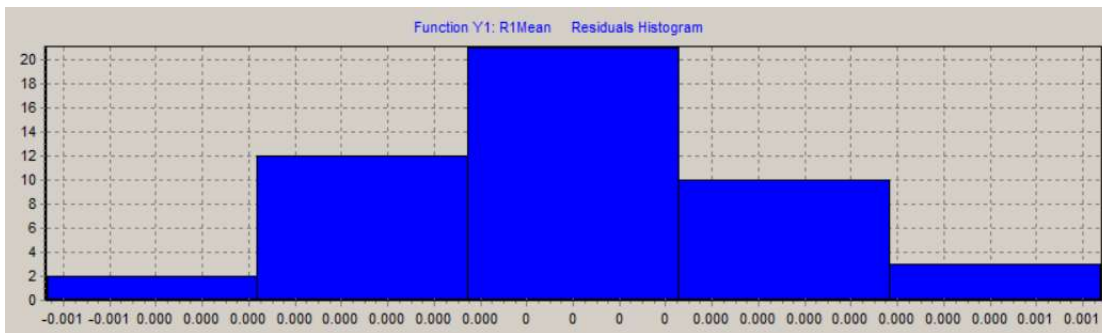
5.46. att. D-optimālā LH eksperimentu plāna projekcija – leņķis α , svārstību frekvence f un amplitūda a

Iegūtais metamodelis ir lielu krosvalidācijas kļūdu attiecībai $R1_{mean}/R2_{mean}$, tādēļ tiek aproksimētas atsevišķi $R1_{mean}$ un $R2_{mean}$ un iegūtas atbildes virsmas (5.46. att.).

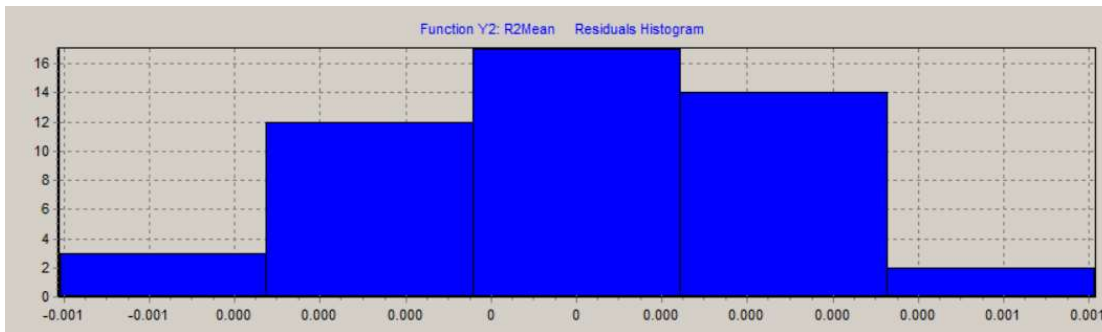


5.47.att. Atbildes virsmas šķēlums atkarībā no amplitūdas a un svārstību frekvences f : a – $R1_{mean}$, b – $R2_{mean}$

Veicot otrās kārtas aproksimāciju $R1_{mean}$ tiek iegūta krosvalidācijas kļūda $\sigma_{cross}=16\%$ un $R2_{mean}$ $\sigma_{cross}=18\%$. Lai iegūtu aproksimāciju ar šādu krosvalidācijas kļūdu, tiek izslēgti 3 eksperimentālie punkti. Atmetot neiederīgos eksperimenta punktus, tiek iegūtas Gausa sadalījuma histogrammas atlikumiem (5.48. att. a. un b.).



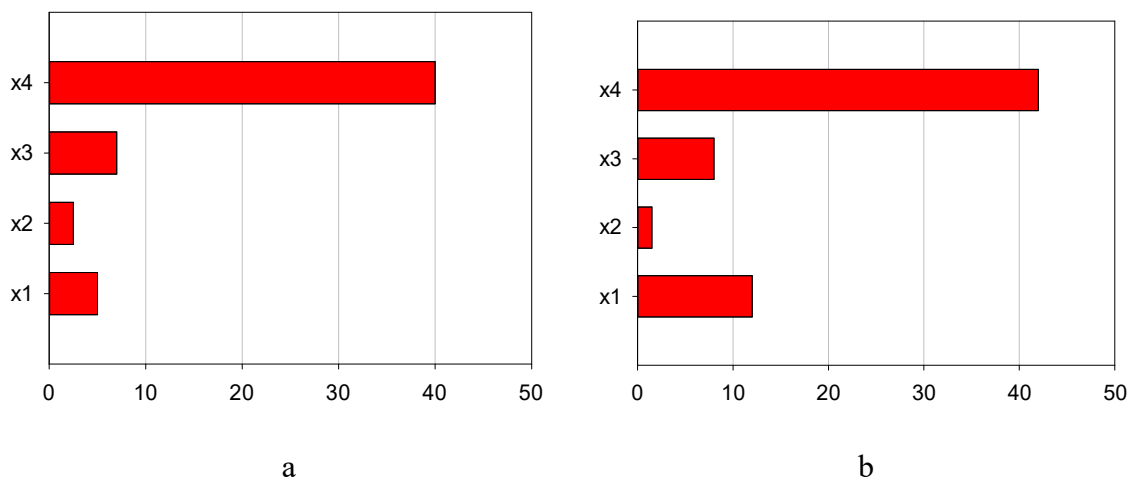
a



b

5.48. att. Atlikumu sadalījuma histogramma: a – $R1_{mean}$, b – $R2_{mean}$

Izveidotais metamodelis norāda, ka $R1_{mean}$ un $R2_{mean}$ maksimums veidojas pie lielākā leņķa, augstākās frekvences un lielākās svārstību amplitūdas. Pareto grafiks norāda, ka vislielākā ietekme uz $R1_{mean}$ un $R2_{mean}$ ir iekšējā pludiņa vertikālajam attālumam no bunkura (5.49.).



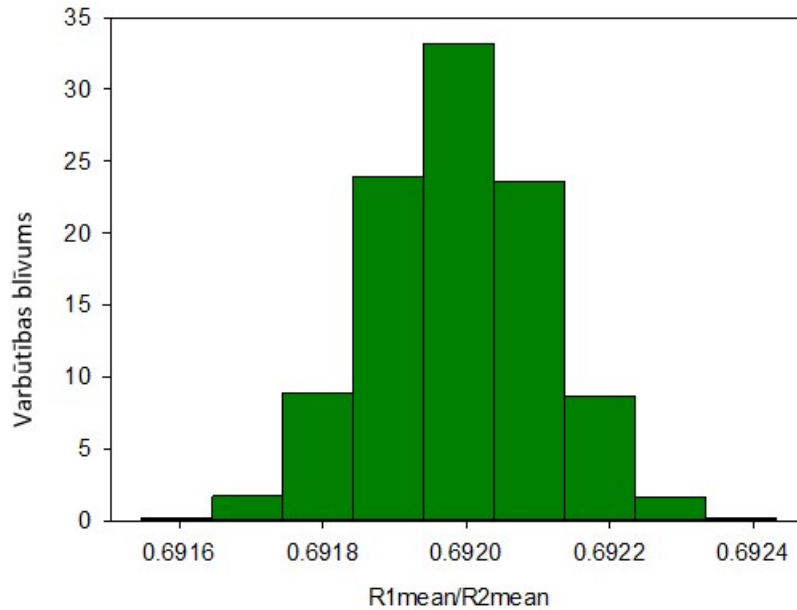
5.49. att. Parametru svarīgums atbildei: a - $R1_{mean}$, b – $R2_{mean}$

Optimuma punkts atrastajā metamodelī tiek iegūts pie svārstību frekvences $f=57.348\text{Hz}$, svārstību amplitūdas $a=1.125\text{mm}$, lielākā izplūdes leņķa $\alpha=-3.333^\circ$ un bunkura, pludiņa augstuma starpības $h=25\text{mm}$. Optimuma punktā iegūtā daļiņu vidējā blīvuma attiecība $R1_{mean}/R2_{mean}=0.692$.

5.7.1.1. Nenoteiktības ietekmes vērtējums

Izmantojot optimālo bunkura un svārstību parametrus, tiek novērtēta granulārā materiāla mehānisko īpašību nenoteiktības ietekme uz segregāciju modelī. Izmantojot metamodeli ar ietvertām nenoteiktībām no mehāniskajām īpašībām, tiek iegūts segregācijas blīvuma sadalījums (5.50. att.).

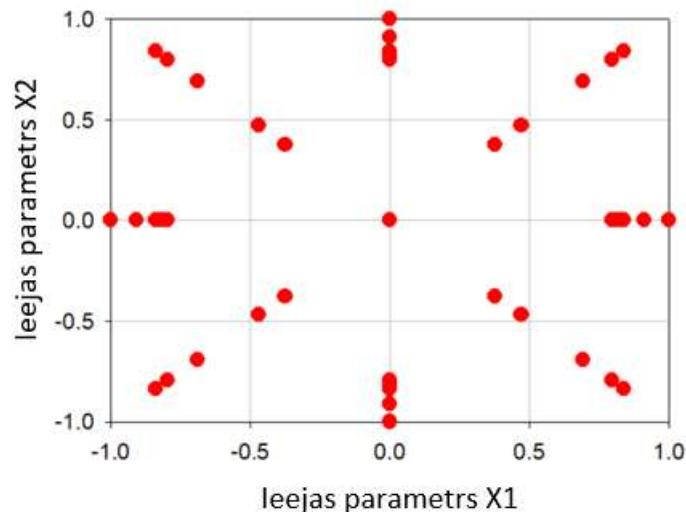
Ievērojot nenoteiktību no granulārā materiāla blīvuma, segregācijas vērtība ar 95% nepārsniegs izkliedes augstāko robežu $R1_{mean}/R2_{mean}=0.6921$. Ietverot nenoteiktību no granulārā materiāla berzes koeficientu, segregācijas vērtība ar 95% varbūtību nepārsniedz izkliedes augstāko robežu $R1_{mean}/R2_{mean}=0.6923$ un ietverot atlēciena koeficientu nepārsniedz izkliedes augstāko robežu $R1_{mean}/R2_{mean}=0.69215$.

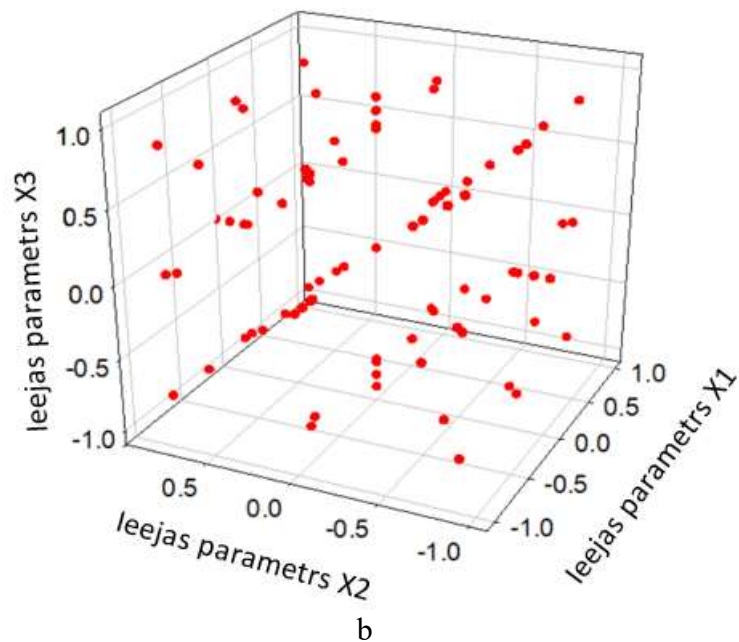


5.50. att. Segregācijas varbūtības blīvuma sadalījums, ietverot nenoteiktību no granulārā materiāla blīvuma

5.7.2. Trešās kārtas ortogonālais eksperimentu plāns ar 129 mēģinājumiem

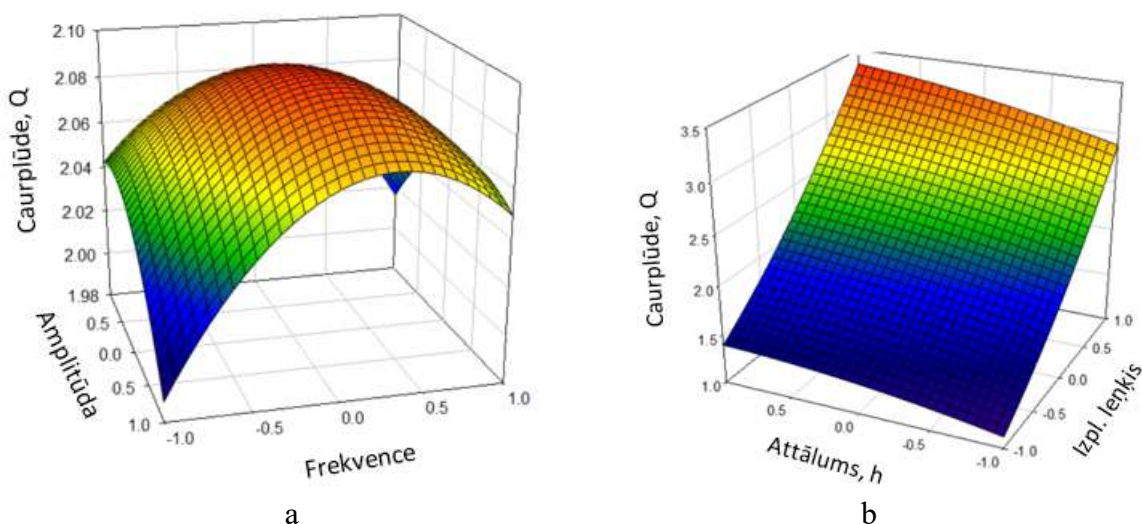
Precīzākai sakarības noteikšanai starp segregācijas raksturlielumu $R1_{mean}/R2_{mean}$ tiek izmantots 129 punktu eksperimentu 3. kārtas ortogonālais eksperimentu plāns (5.51. att.) bunkuram ar mainīgajiem faktoriem $a=0.1-1\text{mm}$, $f=0.5-40\text{Hz}$, $h=-3-3\text{mm}$, $\alpha=-1^0-1^0$ (5.44. att.).



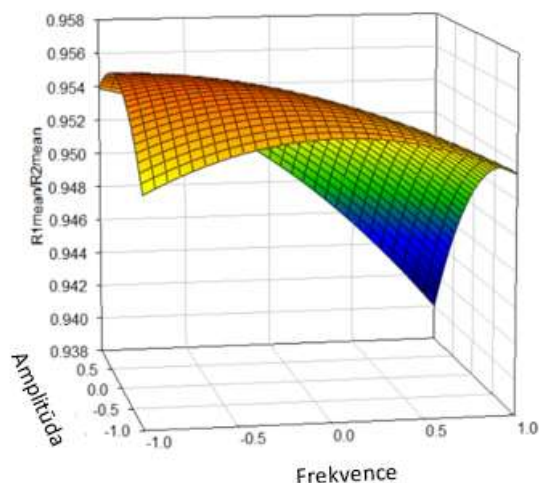


5.51. att. 129 punktu. 3. kārtas ortogonālais eksperimentu plāns vienības kubā: a – x_1, x_2 projekcija; b – vienības kubā

Iegūto atbilžu apstrādei tiek izmantota otrās kārtas polinomiāla aproksimācija un iegūta atbildes virsma bunkura caurplūdei atkarībā no svārstību amplitūdas a , frekvences f un pludiņa augstuma h , un izplūdes leņķa α (5.52.). Iegūtais metamodelis ir salīdzinoši augstu precizitāti $R^2=0.99$ un $\sigma_{cross}=10\%$. Kā iepriekš paredzēts, būtiska ietekme uz caurplūdi ir izplūdes leņķim α , kuram pieaugot, būtiski pieaug caurplūde Q . Būtiska ietekme uz caurplūdi ir arī svārstību amplitūdai un frekvencei, pieaugot šiem lielumiem, caurplūde samazinās. Optimālā caurplūde, apskatītajā apgabalā, atrodama pie svārstību frekvences un amplitūdas apskatītā apgabala centrā.

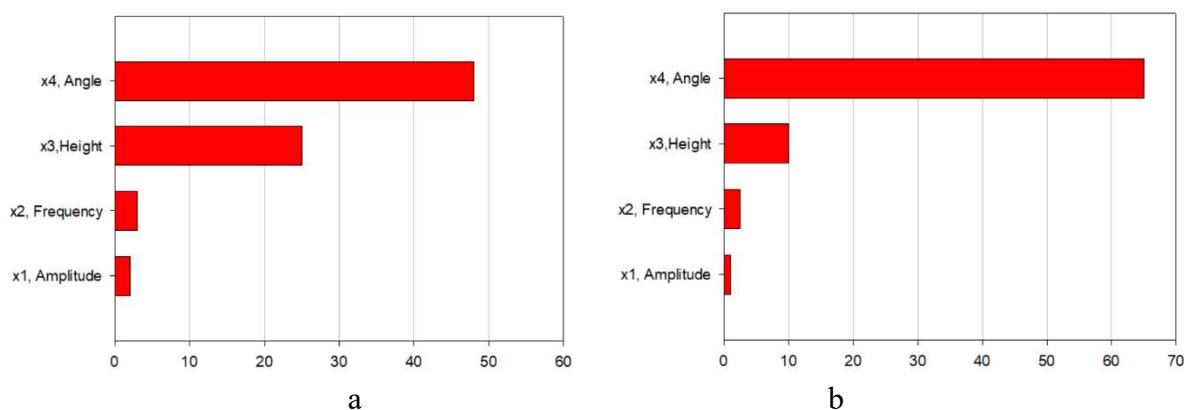


5.52. att. Caurplūdes atbildes virsmas šķēlums: a – atkarībā no svārstību amplitūdas a un frekvences f , b – atkarībā no augstuma h un izplūdes leņķa α



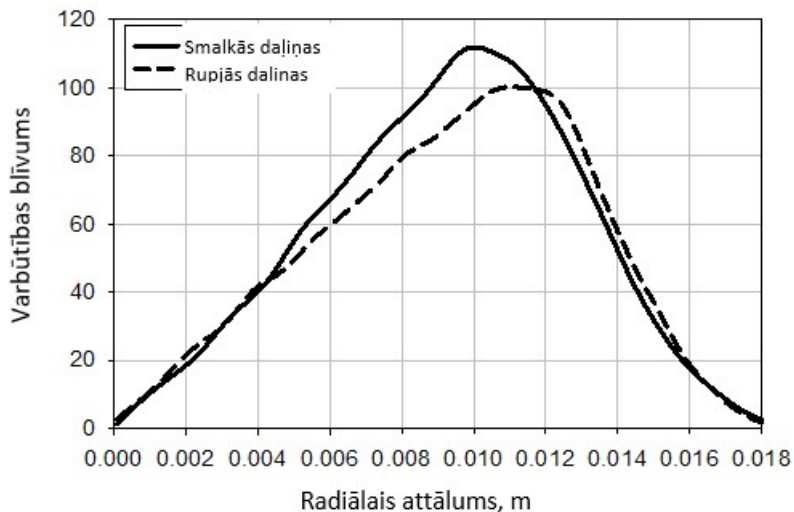
5.53. Atbildes virsmas šķēlums segregācijai $R1_{mean}/R2_{mean}$ atkarībā no svārstību amplitūdas a un frekvences f

Tiek iegūta atbildes virsma arī segregācijas raksturlielumam $R1_{mean}/R2_{mean}$ (5.53. att.). Iegūtā metamodeļa precizitātē $R^2=0.97$ un $\sigma_{cross}=19.69\%$. Līdzīgi kā citos metamodeļos, segregācija ir atkarīga no svārstību frekvences un amplitūdas. Pieaugot svārstību frekvencei un amplitūdai, samazinās $R1_{mean}/R2_{mean}$ vērtība. Optimālā segregācijas vērtība apskatītajā apgabalā atrodas uz robežvērtības pie maksimālās svārstību frekvences un amplitūdas.



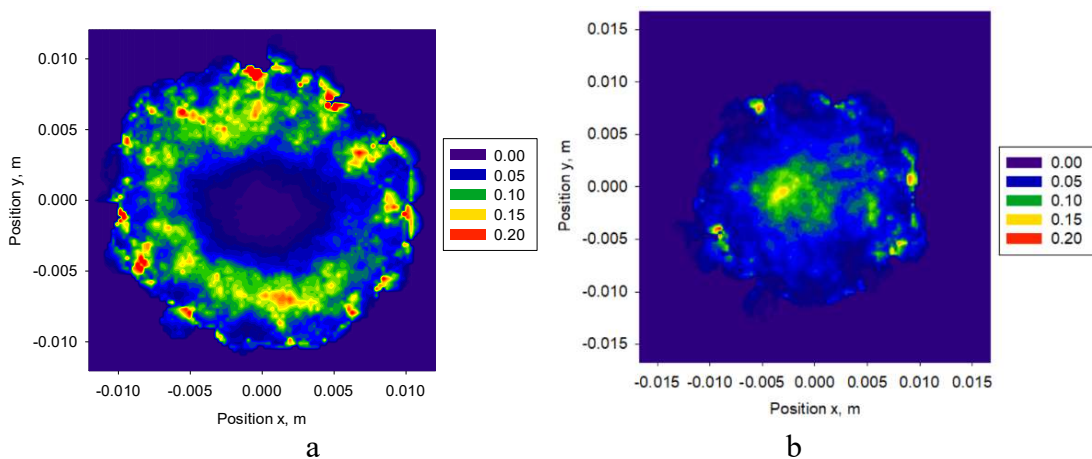
5.54. att. Pareto grafiks: a – $R1_{mean}/R2_{mean}$, b – caurplūdei Q

Lai arī izplūdes leņķa diapazons izvēlēts salīdzinoši neliels $\alpha=-1^0-1^0$, tam ir vislielākā ietekme gan uz segregācijas vērtību $R1_{mean}/R2_{mean}$ un bunkura caurplūdi Q (5.54. att.). No izvēlēto faktoru kopas, bunkura ģeometriskajiem raksturlielumiem ir lielāka ietekme uz atbildes vērtībām nekā vertikālo svārstību parametriem.



5.55. att. Varbūtības blīvuma sadalījums atkarībā no radiālā attāluma

Optimālajā punktā tiek iegūts daļiņu varbūtības blīvuma sadalījums (5.55. att.) un segregācijas raksturlieluma optimālā vērtība $RI_{mean}/R2_{mean}=0.92$.



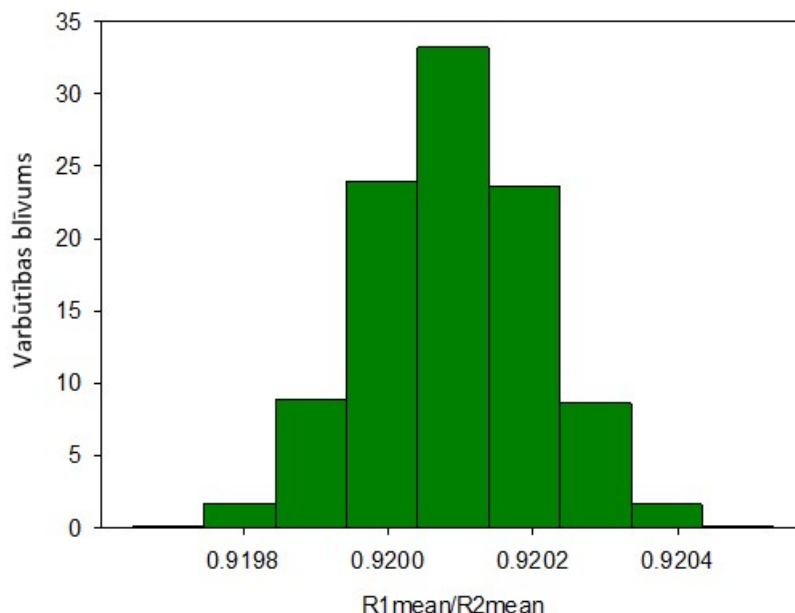
5.56. att. Smalko un rupjo daļiņu varbūtības blīvuma attiecība šķēlumā zem bunkura izplūdes: a – pirms optimizācijas, b – pēc optimizācijas

Pie optimālajiem ieejas parametriem pieaug smalko daļiņu koncentrācija plūsmas centrā (5.56.att. b.), salīdzinot ar modeli, kurā nav vertikālu svārstību (5.56. att. a.).

5.7.2.1. Nenoteiktības ietekmes vērtējums

Izmantojot metamodeli segregācijas atkarībai no granulārā materiāla īpašībām, tiek iegūts segregācijas normālais sadalījums (5.57. att.).

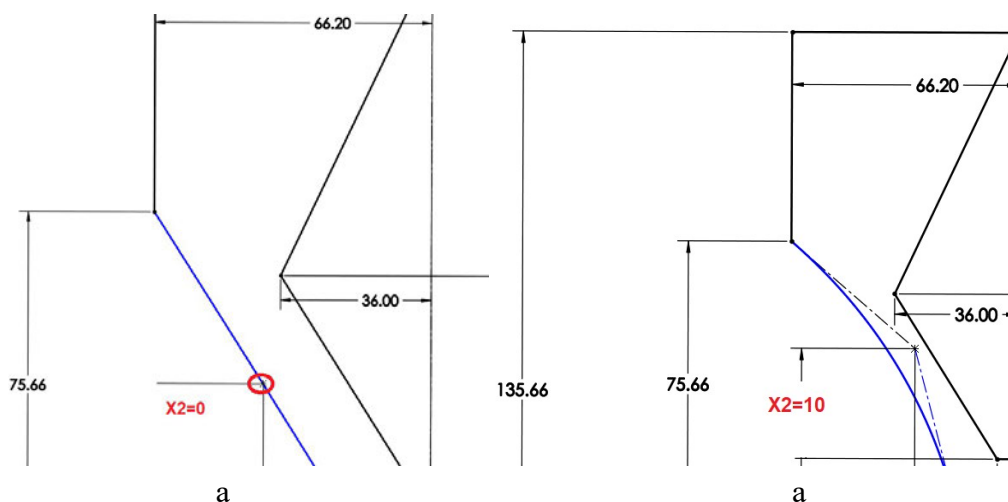
Ievērojot nenoteiktību no granulārā materiāla blīvuma, segregācijas vērtība ar 95% nepārsniedz izkliedes robežu $RI_{mean}/R2_{mean}=0.9203$. Ietverot nenoteiktību no granulārā materiāla berzes koeficienta un atlēciena koeficienta, segregācijas vērtība ar 95% varbūtību nepārsniedz izkliedes robežu $RI_{mean}/R2_{mean}=0.9202$.

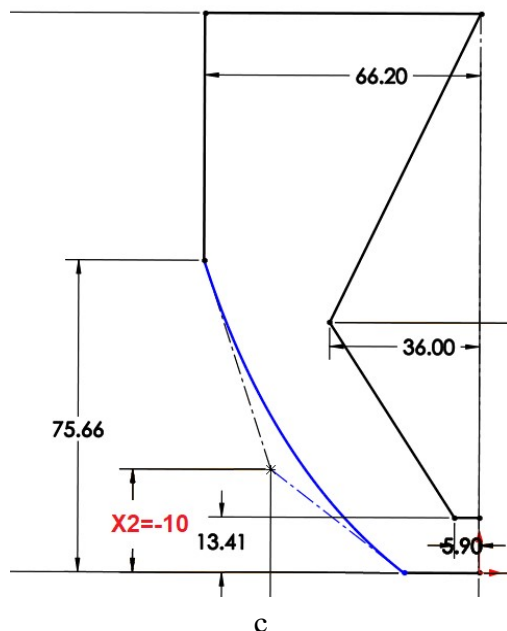


5.57. att. Segregācijas varbūtības blīvuma sadalījums, ietverot nenoteiktību no granulārā materiāla blīvuma

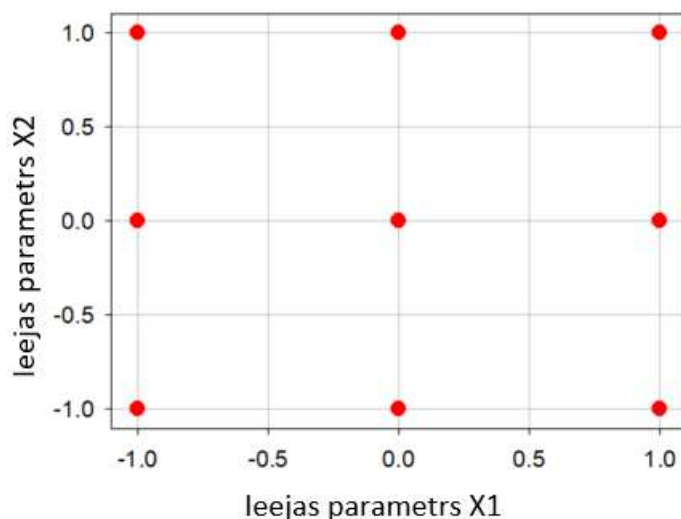
5.8. BUNKURA FORMAS OPTIMIZĀCIJA

Būtiska ietekme uz daļiņu segregāciju un to caurplūdi ir ne tikai granulārā materiāla un bunkura mehāniskajām īpašībām, bet arī bunkura formas efektiem. Lai noteiktu bunkura formas ietekmi uz materiāla caurplūdi un segregāciju tiek izveidots deviņu punktu ortogonālais eksperimentu plāns (5.59. att.), kur bunkura konstrukcijas izplūdes daļa definēta ar “B-splainu”, kuru raksturo splaina atbalsta punkta koordinātas x_1 (horizontālā virzienā) un x_2 (vertikālā virzienā) (5.58. att.), savukārt bunkura svārstību frekvence un amplitūda pieņemta konstanta visos eksperimenta plāna punktos.



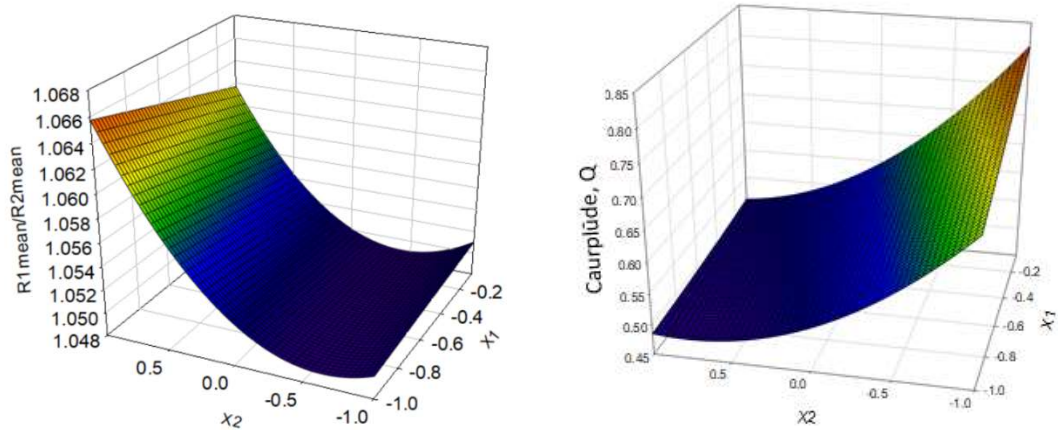


5.58. att. Bunkura formas izplūde uzdots ar splainu (atbalsta punkta koordinātes x_1 un x_2): a – taisna forma, b – ieliekta forma, c – izliekta forma

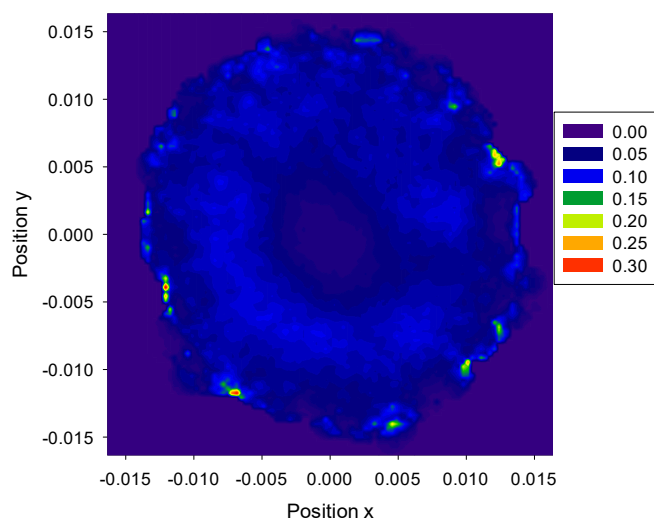


5.59.att. 9 punktu eksperimentu plāns

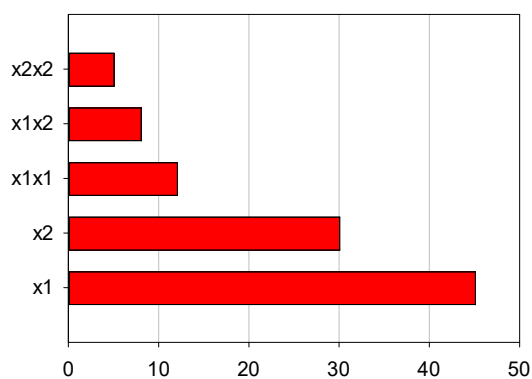
Pielietojot otrās kārtas aproksimāciju, tiek iegūti rezultāti ar krosvalidācijas kļūdu $\sigma_{cross}=14.89\%$ un $R^2=0.99$. Iegūtais metamodelis rāda, ka maksimālā caurplūde bunkurā tiek sasniegta pie minimālās x_1 vērtības un maksimālās x_2 vērtības dotajā diapazonā (5.60. att.). Tādējādi vislielāko caurplūdi iespējams sasniegt modelī ar ieliektu formu (5.63. att.). Segregācijas parametra $R1_{mean}/R2_{mean}$ vērtība modelī pie visiem eksperimentālajiem mēģinājumiem ir lielāka par 1, līdz ar to smalkās daļiņas vairāk koncentrēties plūsmas ārējā gredzenā, līdz ar to pastiprinot putēšanas iespējamību (5.61. att.). Iegūtais modelis lietojams caurplūdes paaugstināšanai, bet var pastiprināties putēšana.



5.60. Atbildes virsma atkarībā no koordinātes x_1 un x_2 : a – $R1_{mean}/R2_{mean}$, b – caurplūde Q

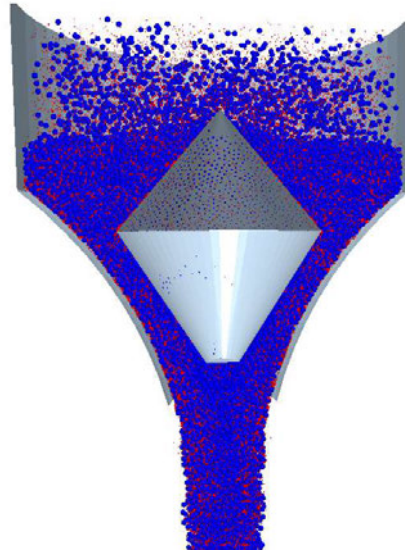


5.61. att. Smalko un rupjo daļiņu varbūtības blīvuma attiecība šķēlumā zem bunkura izplūdes, bunkuram ar ieliektu formu



5.62. att. Pareto grafiks

Pareto grafiks rāda, ka vislielākā ietekme uz materiāla caurplūdi bunkurā rada atbalsta koordināte x_1 (5.62. att.), kā arī koordinātei x_2 un faktoru kombinācijām ir vērā ņemama ietekme uz caurplūdi.

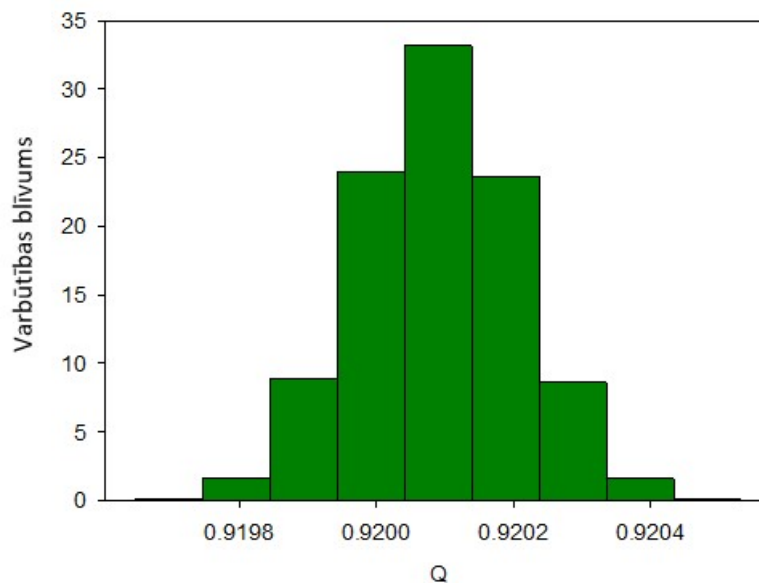


5.63. att. Bunkura iztukšošanās pie optimālās bunkura formas

5.8.1. Nenoteiktības ietekmes vērtējums

Izmantojot metamodeli segregācijas atkarībai no granulārā materiāla īpašībām, tiek iegūts bunkura caurplūdes normālais sadalījums (5.64. att.).

Ievērojot nenoteiktību no granulārā materiāla blīvuma, segregācijas vērtība ar 95% nepārsniegs izkliedes robežu $Q=0.92024 \text{ kg/m}^3$. Ietverot nenoteiktību no granulārā materiāla berzes koeficientu, segregācijas vērtība ar 95% varbūtību nepārsniedz izkliedes robežu $R1_{mean}/R2_{mean}=0.92022 \text{ kg/m}^3$ un ietverot atlēciena koeficientu nepārsniedz izkliedes robežu $R1_{mean}/R2_{mean}=0.92021 \text{ kg/m}^3$.



5.64. att. Caurplūdes varbūtības blīvuma sadalījums, ietverot nenoteiktību no granulārā materiāla blīvuma

5.9. SECINĀJUMI

1. Izmantojot ortogonālos un D-optimālos ar LH iztvērumu eksperimentu plānus un metamodelēšanu novērtēta daļiņu mehānisko īpašību ietekme uz radiālo segregāciju bunkura izplūdē, iegūtie rezultāti rāda, ka segregācija visvairāk atkarīga no daļiņu atlēciena koeficienta un blīvuma.
2. Novērtēta vertikālo svārstību ietekme uz segregāciju un bunkura caurplūdi. Izmantojot metamodelēšanu atrasts jauns segregācijas modelis, kur daļiņu segregācija radiālā virzienā ir atkarīga no svārstību frekvences un amplitūdas, pieaugot svārstību amplitūdai un frekvencei, samazinās smalko daļiņu koncentrāciju plūsmas ārējā gredzenā, tādējādi samazinot putēšanu bunkura ekspluatācijas laikā.
3. Izmantojot metamodelēšanu ir atrasti optimālie bunkura konstruktīvie parametri – pludiņa augstums un izplūdes leņķis. Abi šie parametri būtiski ietekmē daļiņu radiālo segregāciju bunkura izplūdē. Veicot bunkura formas aprakstīšanu, izmantojot “*B-splainu*”, atrasta optimālā bunkura konusa forma, lai paaugstinātu bunkura caurplūdi. Iegūtajā modelī, pie paaugstinātas caurplūdes, novērojama nevēlama segregācija – smalko daļiņu koncentrēšanās plūsmas ārējā gredzenā.
4. Iegūto metamodeļu precizitātes novērtēšanai izmantoti R^2 un krosvalidācijas kļūda σ_{cross} . Netipiski skaitliskajiem eksperimentiem, ir novērojams troksnis iegūtajos rezultātos. Lai palielinātu modeļa precizitāti tiek izmantoti eksperimentu plāni ar lielāku mēģinājumu skaitu, tādējādi samazinot σ_{cross} vērtību.
5. Iegūtajos metamodeļos veikta granulārā materiāla īpašību – blīvuma, atlēciena koeficienta un berzes koeficienta nenoteiktības ietekmes, uz iegūto rezultāta, novērtējums. Visos metamodeļos rezultātu izkliede nenoteiktības ietekmē ir ļoti neliela.

6. SECINĀJUMI

1. Ir atklāts jauns segregācijas modelis pēc daļiņu lieluma radiālajā virzienā. Segregācijas modelis ir apstiprināts ar fizikālajiem un skaitliskajiem modeļiem. Maisījuma smalko un rupjo daļiņu segregācija radiālajā virzienā bunkura izplūdē ir atkarīga no vertikālo svārstību frekvences un amplitūdas. Palielinoties svārstību frekvencei, smalko daļiņu koncentrācija granulārā materiāla plūsmas ārējā gredzenā samazinās, tādējādi samazinot bīstamu materiālu putekļu veidošanos un vides piesārņojumu.
2. Veikts komplekss teorijas apskats par metamodelēšanas pieejām, eksperimentu plāniem un DEM. Aprakstīti dažādi caurplūdes bunkuri, kas izmantoti praksē dažādās jomās. Veikts apskats par granulārā materiāla segregācijas veidiem. Aprakstīts DEM lietojums granulārā materiāla plūsmas modelēšanā, veikts apskats par biežāk lietotajiem daļiņu savstarpējiem mijiedarbības modeļiem.
3. Izmantojot programmu *EDEM*, izveidots skaitliskais modelis granulārā materiāla plūsmas analīzei caurplūdes bunkurā, kas sastāv no vairāk nekā 1,2 milj. brīvības pakāpēm. Skaitliskais modelis ir bāzēts bunkura konstrukcijā, kas sastāv no ārējā konusa un iekšējā pludiņa. Ir veikti fizikālie eksperimenti granulārā materiāla caurplūdes ātruma noteikšanai, izmantojot 3D drukātu fizikālo prototipu un vibrostendu, lai validētu skaitlisko modeli.
4. Lai raksturotu materiāla segregāciju, lietota smalko un rupjo daļiņu varbūtības blīvuma vidējās vērtības attiecība.
5. Gaisa pretestības ietekme uz granulārā materiāla plūsmu analizēta, izmantojot programmas *SolidWorks Flow Simulation* un *ANSYS Fluent*. Novērtēta daļiņu kustības ierosinātās gaisa plūsmas ietekme uz granulārā materiāla plūsmu.
6. Izmantojot metamodeļus, novērtēta granulārā materiāla mehānisko īpašību ietekme uz daļiņu segregāciju bunkura izplūdē. Vislielākā ietekme uz segregāciju ir daļiņu atlēciena koeficientam un blīvumam. Būtiska ietekme ir arī daļiņu berzes koeficientam.
7. Ir noteikta bunkura formas ietekme uz granulārā materiāla caurplūdi un radiālo segregāciju. Iegūtie rezultāti izmantoti, lai veiktu bunkura formas optimizāciju, ietverot nenoteiktību no granulārā materiāla mehāniskajām īpašībām. Optimizācijas rezultātā iegūta ielikta bunkura forma, kas ļauj palielināt caurplūdes ātrumu par 51,67 %, salīdzinot ar tradicionālas formas bunkuru.
8. Metamodeļos noteiktas parametru izkliedes robežas, ietverot nenoteiktību. Skaitliskie rezultāti rāda, ka nenoteiktības no granulārā materiāla īpašībām – blīvuma, atlēciena koeficienta un berzes koeficienta – būtiski neietekmē bunkura optimālos parametrus, ietekmējot tos 2 % robežās.
9. Iegūtos rezultātus un izstrādāto metodi var izmantot turpmākai granulārā materiāla segregācijas izpētei, ievērojot tehnoloģiskā procesa nenoteiktību. Izveidotos skaitliskos modeļus var izmantot granulārā materiāla transportēšanas aprīkojuma optimizācijai.

LITERATŪRAS SARAKSTS

- [1] VIA Latvia, "VIA Latvia, Rīgas brīvosta" [Tiešsaiste]. Available: <https://www.transport.lv/lv/ostas/rigas-brivosta/>. [Piekļūts 14. 10. 2020.].
- [2] Rīgas dome. Mājokļu un vides departaments. Vides pārvalde. Vides uzraudzības nodaļa., "Gaisa piesārņojuma mērījumu rezultāti Rīgā 2019. gadā" Rīga, 2020.
- [3] DEM Solutions Ltd., "New CFD Coupling Interface for EDEM Enables Particle-Fluid Simulation with Any CFD Software" 15. 5. 2012. [Tiešsaiste]. Available: <https://www.edemsimulation.com/blog-and-news/news/new-cfd-coupling-interface-for-edem-enables-particle-fluid-simulation-with-any-cfd-software/>. [Piekļūts 14. 10. 2020.].
- [4] J. C. Lobato un A. L. Mesquita, "15th Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering" *Conical Hopper Design for Mass Flow - Case of Study for Red Mud Powder*, Belem, Brazil, 2014.
- [5] J. Auzins un A. Janusevskis, Eksperimentu plānošana un analīze, Rīga: RTU izdevniecība, 2007.
- [6] A. B. Antogini un M. Zagoraiou, "Exact Optimal Designs for Computer Experiments via Kriging Metamodelling" *Journal of Statistical Planning and Inference*, sēj. 140, pp. 2607 - 2617, 2010.
- [7] G. G. Wang un S. Shan, "Review of Metamodeling Techniques in Support of Engineering Design Optimization" *Journal of Mechanical Design. ASME Transactions.*, 2006.
- [8] H. R. Myers, C. D. Montgomery un C. M. Anderson - Cook, Response Surface Methodology. Process and Product Optimization Using Designed Experiments. Fourth edition., New Jersey: John Wiley & Sons, 2016.
- [9] H. R. Myers, C. D. Montgomery un C. M. Anderson - Cook, Response Surface Methodology. Process and Product Optimization Using Designed Experiments. Third edition., New Jersey: John Wiley & Sons, 2009.
- [10] *KEDRO V1.0, Machine and Mechanism Dynamics Research Laboratory*, 2014.
- [11] X.-h. Tan un M. Shen, "Response Surface Method of Reliability Analysis and its Application in Slope Stability Analysis" *Geotechnical and Geological Engineering*, pp. 1011-1025, 2013.
- [12] T. J. Santner, B. J. Williams un W. I. Notz, The Design and Analysis of Computer Experiments. Second edition., New York: Springer, 2018.
- [13] A. P. Street un D. J. Street, Combinatorics of Experimental Design. Oxford Science Publications., Oxford University Press, 1987.
- [14] A. S. Hedayat, N. A. Sloane un J. Stufken, Orthogonal Arrays. Theory and Applications, New York: Springer Science+Business Media, LLC, 1999.
- [15] A. I. Khuri, Response Surface Methodology and Related Topics, University of Florida, 2006.
- [16] A. Ryberg, R. D. Bäckryd un L. Nilsson, "Metamodel-Based Multidisciplinary Design Optimization for Automotive Applications" Linköping University, Division of Solid Mechanics, Linköping, 2012.
- [17] P. Christensen un A. Klarbring, An Introduction to Structural Optimization, Springer, 2009.
- [18] J. Arora, Introduction to Optimum Design. Third edition., Elsevier Inc, 2012.
- [19] A. W. Gebisa un H. G. Lemu, "A case study on topology optimized design for" *First Conference of Computational Methods in Offshore Technology*, 2017.

- [20] M. P. Bendsøe un O. Sigmund, “Material interpolation schemes in topology optimization” *Archive of Applied Mechanics*, pp. 635-654, 1999.
- [21] V. Shapiro , “What is a parametric family of solids?” *Third ACM Symposium on Solid Modeling and*, Salt Lake City, 1995.
- [22] S. Chen un D. A. Tortorelli, “Three-dimensional shape optimization with variational geometry” *Structural Optimization*, sēj. 13, p. 81–94, 1997.
- [23] J. Chen, V. Shapiro, V. Suresh un I. Tsukanov, “Shape optimization with topological changes and” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, sēj. 71, p. 313–346, 2006.
- [24] R. Haftka, W. Shyy, N. Queipo, R. Vaidyanathan un K. Tucker, “Response surface approximation of pareto optimal front in multi-objective optimization” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, sēj. 196, pp. 879-893, 2007.
- [25] A. Nemirovski un A. Ben-Tal, “Robust optimization – methodology and applications” *Mathematical Programming*, sēj. 92, p. 453–480, 2002.
- [26] L. Huysse, “Free-form airfoil shape optimization under uncertainty using maximum expected value and second-order second-moment strategies” NASA Langley Research Center, Hampton, 2001.
- [27] D. Gelnar un j. Zegzulka , *Discrete Element Method in the Design of Transprot Systems. Verification and Validations of 3D Models*, Switzerland, 2019.
- [28] Jebahi M., D. Andre, I. Terreros un I. Iordanoff, *Discrete Element Method to Model 3D Continuous Materials*, London: ISTE Ltd and John Wiley & Sons, 2015.
- [29] H. Hertz, “On the contact of elastic solids. J. reine and angewandte Mathematik.” sēj. 92, pp. 156-171, 1882.
- [30] D. R. Mindlin un H. Deresiewicz, “Elastic spheres in contact under varying oblique forces.” *ASME, Applied Mechanics*, sēj. 20, pp. 327 - 344, 1953.
- [31] E. Rougier, A. Munjiza un N. John, “Numerical comparison of some explicit time integration schemes used in DEM, FEM/DEM and molecular dynamics” *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, sēj. 62, pp. 856 - 879, 2004.
- [32] D. Eberly, *Game Physics*, CRC Press, 2010.
- [33] P. A. Cundall un O. L. Strack, “A Discrete Numerical Model for Granular assemblies” *Geotechnique*, sēj. 19, nr. 1, pp. 47-65, 1979.
- [34] H. P. Zhu, R. Y. Zhou, R. Y. Yang un A. B. Yu, “Discrete particle simulation of particulate systems: Theoretical developments” *Chemical Engineering*, sēj. 62, pp. 3378 - 3396, 2007.
- [35] DEM Solutions Ltd., “EDEM Video Gallery” DEM Solutions Ltd, 2021. [Tiešsaiste]. Available: <https://www.edemsimulation.com/resources-learning/video-gallery/>. [Pieklūts 25. 03. 2021].
- [36] G. Y. Panovko un P. I. Lyan, “Modelling the granular medium dynamics on rough vibrating plane using method of large particles” *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering* , nr. 489, 2019.
- [37] C. Thornton, *Granular Dynamics, Contact Mechanics and Particle System Simulations. A DEM Study*, Birmingham: Springer, 2015.
- [38] M. Satake, “Fabric tensor in granular materials” *Deformation and Failure of Granular Materials*, pp. 63. - 68., 1982.
- [39] K. Walton, “The effective elastic moduli of a random packing of spheres” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, sēj. 35, pp. 213 - 226, 1987.
- [40] DEM Solutions, *EDEM 2.4 User Guide*, Edinburgh: DEM Solutions, 2011.
- [41] “Goescience News and Information” [Tiešsaiste]. Available: <https://geology.com/stories/13/sand/>. [Pieklūts 14. 10. 2020.].

- [42] V. L. Popov, *Contact Mechanics and Friction. Physical Principles and Applications*, Berlin, Heidelberg: Springer, 2010.
- [43] Y. Beichuan, S. Sture un R. A. Regueiro, “Three - dimensional ellipsoidal discrete element modeling of granular materials and its coupling with finite element facets” *Engineering Computations*, sēj. 27, nr. 4, pp. 519 - 550, 2009.
- [44] DEM Solution Ltd., *EDEM 2.6 Theory Reference Guide*, Edinburgh, 2014.
- [45] A. P. Cundall un O. D. Strack, “A discrete numerical model for granular assemblies” *Geotechnique*, sēj. 29, pp. 47 - 65, 1979.
- [46] N. Dallinger un J. Hubler, “Simulation of bottle conveyors - Opportunities of the Discrete Element Method (DEM)” 2017.
- [47] C. O'Sullivan, *Particulate Discrete Element Modeling. A Geomechanics Perspective*, New York: Spon Press, 2011.
- [48] D. O. Potyondy un P. A. Cundall, “A bounded - particle model for rock” *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, sēj. 8, nr. 41, pp. 1329-1364.
- [49] KRATOS, “Kratos Multi-Physics” KRATOS, 2021. [Tiešsaiste]. Available: http://www.cimne.com/kratos/about_whatiskratos.asp. [Piekļūts 13. 09. 2021].
- [50] CFDEM Project, “LIGGGHTS” CFDEM Project, [Tiešsaiste]. Available: <https://www.cfdem.com/liggghts-open-source-discrete-element-method-particle-simulation-code>. [Piekļūts 13. 09. 2021].
- [51] ALTAIR EDEM, “EDEM” ALTAIR EDEM, [Tiešsaiste]. Available: <https://www.altair.com/edem/>. [Piekļūts 13. 09. 2021].
- [52] ROCKY, “ROCKY DEM” ROCKY, [Tiešsaiste]. Available: <https://rocky.esss.co/software/>. [Piekļūts 13. 09. 2021].
- [53] U.S. Department of Energy, “MFiX” [Tiešsaiste]. Available: <https://mfix.netl.doe.gov/products/mfix/>. [Piekļūts 1. 11. 2021].
- [54] L. Bates, *User Guide to Segregation*, Elsinore House, Marlow, England: British Materials Handling Board, 1997.
- [55] W. J. Carson, A. T. Royal un H. B. Pittenger, “Mass flow purge and conditioning vessels” *Chem. Process*, sēj. 58, pp. 77 - 80.
- [56] D. Schulze, *Powders and Bulk Solids. Behavior, Characterization, Storage and Flow*, Springer - Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [57] M. D., *Bulk Solids Handling. Equipment Selection and Operation*, Glasgow Caledonian University: Blackwell Publishing Ltd., 2008.
- [58] И. И. Блехман, *Вибрационная механика и вибрационная реология (теория и приложения)*, ФИЗМАТЛИТ, 2017.
- [59] A. Rosato, K. J. Strandburg, F. Prinz un R. H. Swendsen, “Why the Brazil Nuts are on Top” *Physical Review Letters*, sēj. 58, pp. 1038 -1040, 1987.
- [60] R. Jullien, P. Meakin un A. Pavlovitch, “Three dimensional model for particle size” *Physical Review Letters*, sēj. 69, pp. 640-643, 1992.
- [61] B. Andreotti, Y. Forterre un O. Pouliquen, *Granular Media. Between Fluid and Solid.*, Cambridge: Cambridge University Press, 2013.
- [62] J. Bridgewater, “Fundamental powder mixing mechanisms” *Powder Technology*, sēj. 15, pp. 215 - 236, 1976.
- [63] J. B. Knight, H. M. Jaeger un S. R. Nagel, “Vibration Induced Size Separation in Granular Media, the Convection Connection” *Physical Review Letters*, sēj. 70, p. 3728–3731, 1993.
- [64] T. Shinbrot un F. J. Muzzio, “Reverse buoyancy in shaken granular beds” *Physical Review Letters*, sēj. 81, p. 4365–4368, 1998.

- [65] P. M. Reis un T. Mullin, “Granular Segregation as a Critical Phenomenon” *Physics Review Letters*, sēj. 89, p. 244301, 2002.
- [66] S. B. Savage un C. K. K. Lun, “Particle Size Segregation in Inclined Chute Flow of Dry Cohesionless Granular Solids” *Journal of Fluid Mechanics*, sēj. 189, p. 311–335, 1988.
- [67] G. Felix un N. Thomas, “Relation between dry granular flow regimes and morphomorphology of deposits: formation of lev’ees in pyroclastic deposits” *Earth and Planetary Science Letters*, sēj. 221, p. 197–213, 2004.
- [68] E. Cantelaube un D. Bideau, “Radial segregation in a 2D drum: an experimental analysis” *Europhysics Letters*, sēj. 30, pp. 133 - 138, 1995.
- [69] O. Zik, D. Levine, S. G. Lipson, S. Shtrikman un J. Stavans, “Rotationally induced Segregation of Granular Materials” *Physical Review Letters*, sēj. 73, pp. 644 - 647, 1994.
- [70] K. M. Hill, A. Caprihan un J. Kakalios, “Axial Segregation of Granular Media Rotated in a Drum Mixer: Pattern Evolution” *Physical Review E*, sēj. 56, p. 4386–4393, 1997.
- [71] I. S. Aranson un L. S. Tsimring, “Patterns and Collective Behavior in Granular Media: Theoretical Concepts” *Reviews of Modern Physics*, sēj. 78, pp. 641-692, 2006.
- [72] W. P. Cleary, “Large Scale Industrial Modeling” *Engineering Computations*, sēj. 21, pp. 169-204, 2004.
- [73] M. Lu un G. McDowell, “The Importance of Modelling Ballast Particle Shape in the Discrete Element Method” *Granular Matter*, sēj. 9, pp. 69-80, 2007.
- [74] U. Mutze, “Rigidly Connected Overlapping Spherical Particles: a Versatile Grain Model” *Granular Matter*, sēj. 8, pp. 185-194, 2006.
- [75] S. Amberger, M. Friedl, C. Goniva, S. Pirker un C. Kloss, “Approximation of Objects by Spheres for Multisphere Simulations in DEM” *ECCOMAS 2012 - European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, 2012.
- [76] T. Pöschel un B. Buchholtz, “Molecular Dynamics of Arbitrarily Shaped Granular Particles” *J. Phys. I France*, sēj. 5, nr. 11, pp. 1431-1455, 1995.
- [77] C. Y. Wang, C. F. Wang un J. Sheng, “A Packing Generation Scheme for the Granular Assemblies with 3d Ellipsoidal Particles” *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, sēj. 23, pp. 815-828, 1999.
- [78] S. Johnson, J. R. Williams un B. Cook, “Contact Resolution Algorithm for an Ellipsoid Approximation for Discrete Element Modelling” *Engineering Computations*, sēj. 21, p. 215–234, 2004.
- [79] P. A. Cundall, “Formulation of a 3-dimensional distinct element model. 1. a scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks” *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geo-mechanics Abstracts*, sēj. 25, p. 1988, 107–116.
- [80] Geotechnical Testing Equipment, “Sieves Shaker” [Tiešsaiste]. Available: <https://geotechnical-equipment.com/product/sieves-shaker/>. [Piekļūts 23. 10. 2021.].
- [81] S. M. Derakhshani, D. L. Schott un G. Lodewijks, “Micro–macro properties of quartz sand: Experimental investigation and DEM simulation” *Powder Technology*, sēj. 269, pp. 127-138, 2015.
- [82] A. V. Patel un N. H. Joshi, “Effect of Relative Density on Elastic Properties of Sand” *Proceedings of the Indian Geotechnical Conference 2019*, 2021.
- [83] B. O. Hardin un W. L. Black, “Sand stiffness under various triaxial stresses” *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, sēj. 92, pp. 27-42, 1966.
- [84] T. Wichtmann un T. Triantafyllidis, “On the Influence of the Grain Size Distribution Curve on Dynamic” *International Conferences on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, 2010.

- [85] O. Oginni un O. Fasina, "Theoretical Estimation of Silo Design Parameters for Fractionated Loblolly Pine Grind - Moisture Content and Particle Size Effect" *Industrial Crops & Products*, sēj. 123, pp. 379-385, 2018.
- [86] I. Oldal, I. Keppler, B. Csizmadia un L. Fenyvesi, "Outflow Properties of Silos: The Effect of Arching" *Advanced Powder Technology*, sēj. 23, pp. 290-297, 2012.
- [87] J. L. Amoros, G. Mallol, E. Sanchez un J. Garcia, "Design of Bins and Hoppers for the Storage of Particulate Materials. Problems Associated with the Discharge Operation" *Qualicer 2000*, pp. 41-58, 2000.
- [88] DSH Systems LTd., "How does DSH work?" [Tiešsaiste]. Available: <https://dshsystems.com/how-dsh-works/>. [Piekļūts 14. 10. 2020.].
- [89] DSH Systems Ltd., "DSH Systems dust control products" [Tiešsaiste]. Available: <https://dshsystems.com/dsh-products/>. [Piekļūts 14. 10. 2020.].
- [90] K. Ogata un Y. Tomita, "Effect of Entrained Air and Particle Properties on Fluctuating Velocity of Free Falling Particles From Hopper" *Powders and Grains*, 2005, pp. 909-910.
- [91] R. Ansart un A. Letourneau, "Dust Emission by Powder Handling: Influence of the Hopper Outlet on the Dust Plume" *Powder Technology*, sēj. 212, pp. 418 - 424, 2011.
- [92] Y. Wang, X. Ren un J. Zhao, "Experimental Study of Flow Regimes and Dust Emission in a Free Falling Particle Stream" *Powder Technology*, sēj. 292, pp. 14-22, 2016.
- [93] P. H. Zhu, Y. Z. Zhou, R. Y. Yang un A. B. Yu, "Discrete Particle Simulation of Particulate Systems: A Review of Major Applications and Findings" *Chemical Engineering*, sēj. 63, pp. 5728-5770, 2008.
- [94] D. Wang un L. Xiaochuan, "Study of Airflow Induced by Regular Particles in Freefall Trough Tubes" *Advanced Powder Technology*, sēj. 31, pp. 169-180, 2020.
- [95] F. Concha, "Settling Velocities of Particulate Systems" *KONA Powder and Particle Journal*, sēj. 27, pp. 18-36, 2009.
- [96] M. L. Hunt un R. C. Weathers, "Effects of horizontal vibration on hopper flows of granular materials" *Physics of Fluids*, sēj. 11, pp. 68-75, 1999.
- [97] M. L. Hunt un C. Wassgren, "Effects of Vertical Vibration on Hopper Flows of Granular Material" *Physics of Fluids*, sēj. 14, pp. 335-348, 2002.
- [98] S. Zhang un P. Lin, "Investigating the Influence of Wall Frictions on Hopper Flows." *Granular Matter*, Springer Verlag, 2014, pp. 165-167.
- [99] K. Grudzien, "Detection of Tracer Particles in Tomography Images for Analysis of Gravitational Flow in Silo" *Image & Communications*, sēj. 18, pp. 11-22, 2013.
- [100] F. Megalheas un A. Atman, "Analysis of the Velocity Field of Granular Hopper Flow" *Granular Matter*, 2015.
- [101] C. P. Arnold un S. A. Kaaden, "Reducing Hopper Wall Friction by Mechanical Vibration" *Powder Technology*, sēj. 16, pp. 63-66, 1977.
- [102] G. H. Ristow un H. J. Hermann, "Forces on the Walls and Stagnation Zones in Hopper Filled With Granular Material" *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, sēj. 213, pp. 474 - 481, 1995.
- [103] J. Horabik un M. Molenda, "Mechanical Properties of Granular Materials and Their Impact on Load Distribution in Silo: A Review." *Scientia Agriculturae Bohemica*, sēj. 45, pp. 203-211, 2014.
- [104] L. Tinghua, Z. Jiayuan un G. Wei, "Simple Measurement of Resitution Coefficient of Irregular Particles" *China Particuology*, sēj. 2, nr. 6, pp. 274-275, 2004.
- [105] D. Gelnar un J. Zegzulka, Discrete Element Method in the Design of Transport Systems. Verification and Validations of 3D models., Switzerland, 2019.

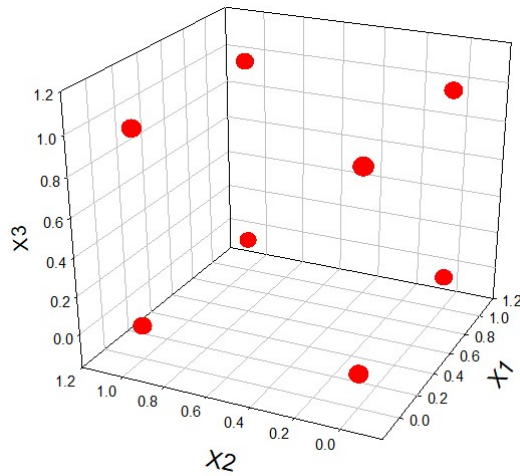
- [106] M. Meckesheimer, J. A. Booker, R. R. Barton un W. T. Simpson, "Computationally Inexpensive Metamodel Assessment Strategies" *AIAA Journal*, sēj. 40, pp. 2053-2060, 2002.
- [107] D. J. Martin un W. T. Sipson, "Use of Kriging Models to Approximate Deterministic Computer Models" *AIAA Journnal*, sēj. 43, pp. 853 - 863, 2005.
- [108] R. Jin, W. Chen un W. T. Simpson, "Comparative Studies of Metamodeling Techniques Under Multiple Modeling Criteria" *Structural and Multidisciplinary Optimization*, sēj. 23, pp. 1-13, 2001.
- [109] L. Bonneau, T. Catelin-Jullien un B. Andreotti, "Friction induced amplification of" *Physical Review E*, 2010.
- [110] G. Rozvany, "A Critical Review of Established Methods pf Structural Topology Optimization" *Structural and Multidisciplinary Optimization*, sēj. 37, pp. 217-237, 2009.
- [111] M. P. Bendsoe un O. Sigmund, *Topology Optimization. Thepry, Methods and Applications*, Berlin: Springer - Verlag, 2003.
- [112] CFDEM Project, "Multi - Sphere Method: Resolved Non - Spherical Particles" [Tiešsaiste]. Available: <https://www.cfdem.com/multi-sphere-method-resolved-non-spherical-particles>. [Piekļūts 22 .10. 2021].
- [113] M. Moya, P. J. Aguado un F. Ayuga, "Mechanical properties of some granular agricultural materials used in silo design" *International Agrophysics*, sēj. 27, pp. 181-193, 2013.

PIELIKUMI

Ortogonalie masīvi

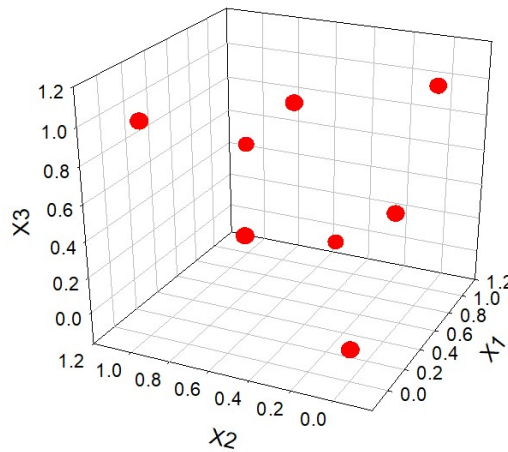
Divu līmeņu ortogonālais masīvs, n=8:

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$



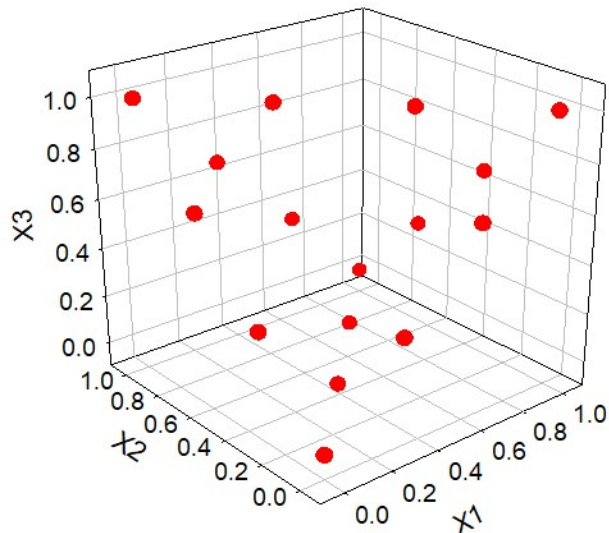
Trīs līmeņu ortogonālais masīvs, n=8:

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0.5 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0.5 & 0 & 0.5 \\ 1 & 1 & 0.5 & 0 \end{pmatrix}$$



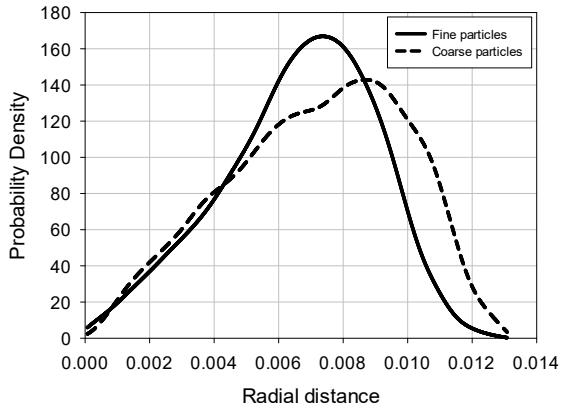
Četru līmeņu ortogonālais masīvs, n=16:

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 0 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 0 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 0 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

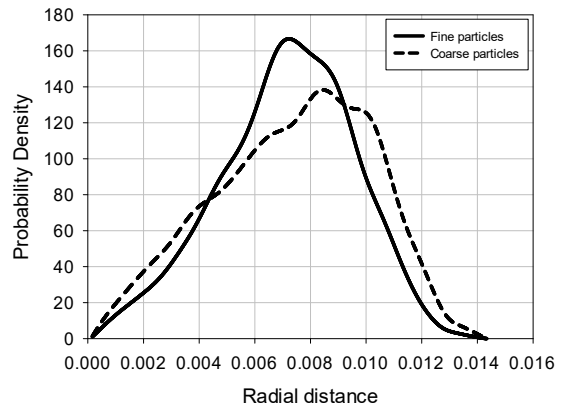


Daļiņu varbūtības blīvuma sadalījums 15 punktu eksperimenta plāna punktiem

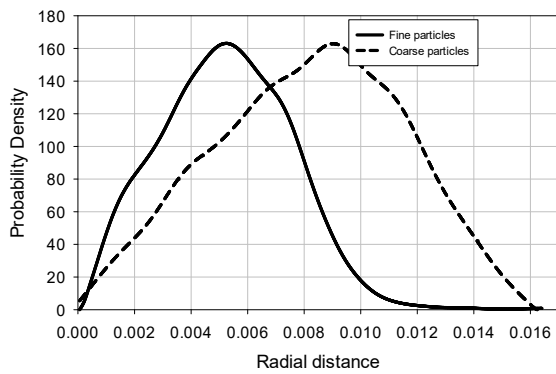
Daļiņu varbūtības blīvuma sadalījums atkarībā no svārstību amplitūdas a , frekvences f un pludiņa augstuma h .



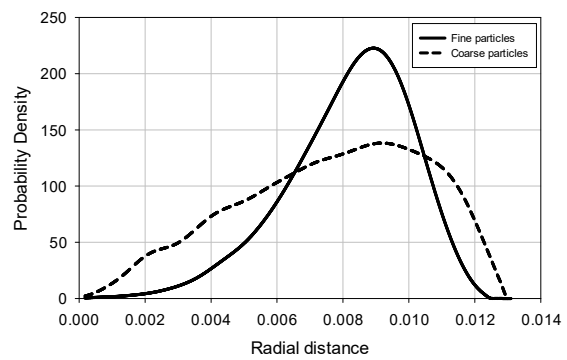
$a=0.75\text{mm}, f=27.5\text{Hz}, h=16\text{mm}$



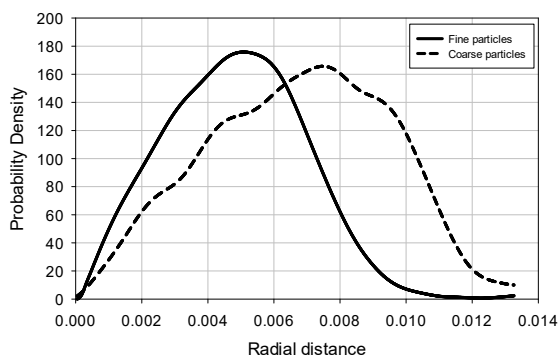
$a=0.92\text{mm}, f=42.7\text{Hz}, h=20.05\text{mm}$



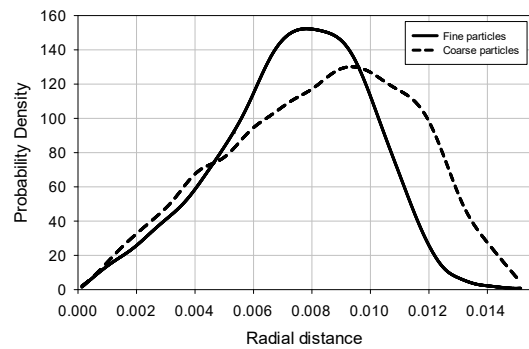
$a=0.92\text{mm}, f=42.7\text{Hz}, h=11.95\text{mm}$



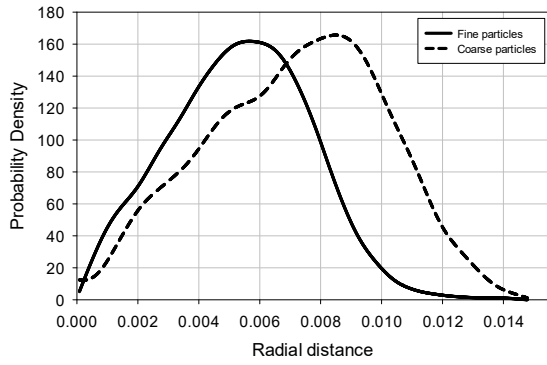
$a=0.92\text{mm}, f=12.3\text{Hz}, h=20.05\text{mm}$



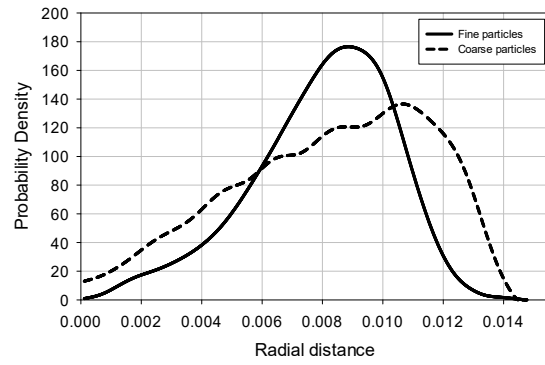
$a=0.92\text{mm}, f=12.3\text{Hz}, h=11.95\text{mm}$



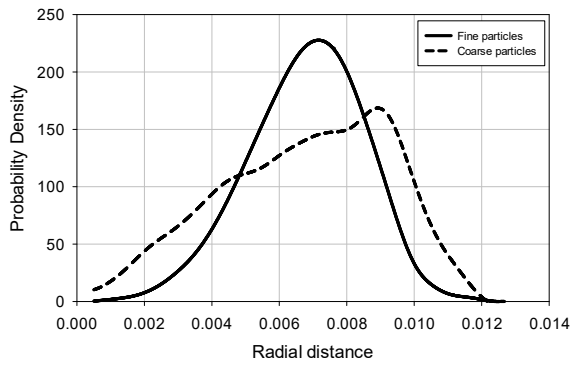
$a=0.58\text{mm}, f=42.7\text{Hz}, h=20.05\text{mm}$



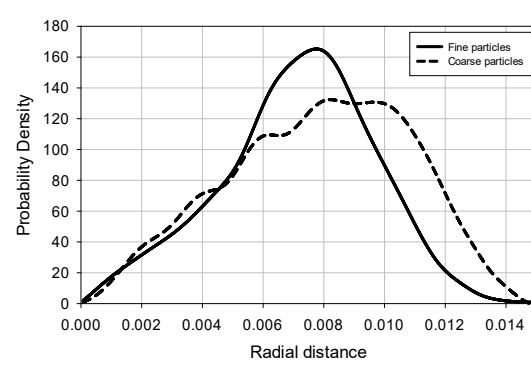
$a=0.58\text{mm}, f=42.7\text{Hz}, h=11.95\text{mm}$



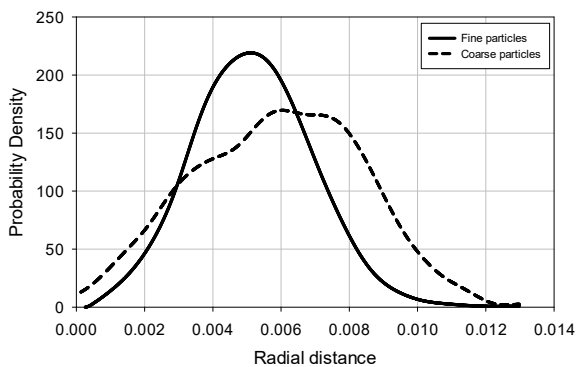
$a=0.58\text{mm}, f=12.3\text{Hz}, h=20.05\text{mm}$



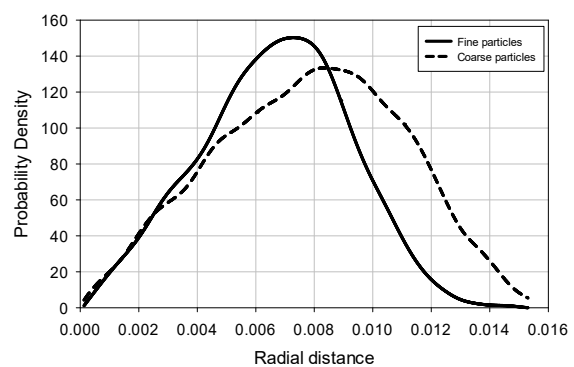
$a=0.58\text{mm}, f=12.3\text{Hz}, h=11.95\text{mm}$



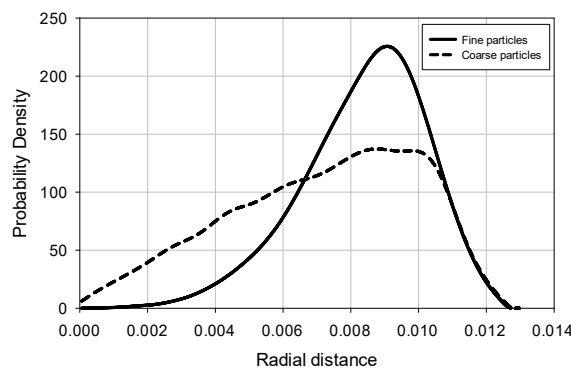
$a=0.75\text{mm}, f=27.5\text{Hz}, h=20.93\text{mm}$



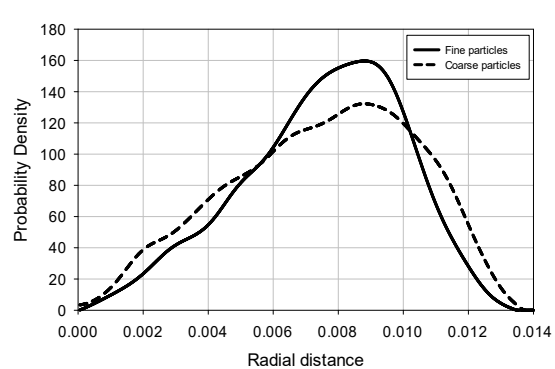
$a=0.75\text{mm}, f=27.5\text{Hz}, h=11.07\text{mm}$



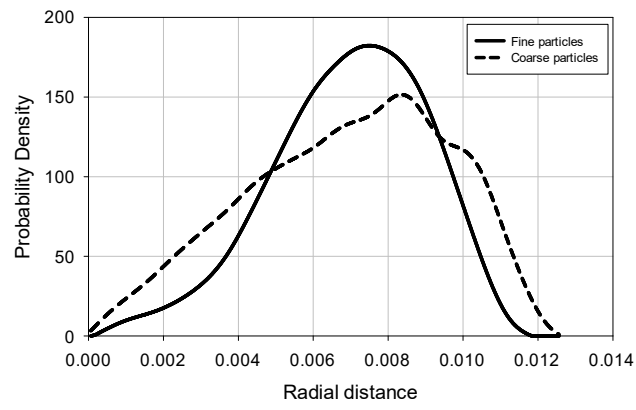
$a=0.75\text{mm}, f=45.98\text{Hz}, h=16.00\text{mm}$



$a=0.75\text{mm}, f=9.02\text{Hz}, h=16\text{mm}$



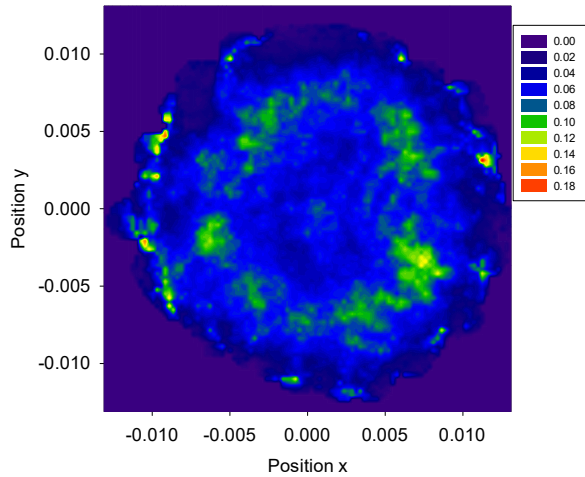
$a=0.96\text{mm}, f=27.5\text{Hz}, h=16\text{mm}$



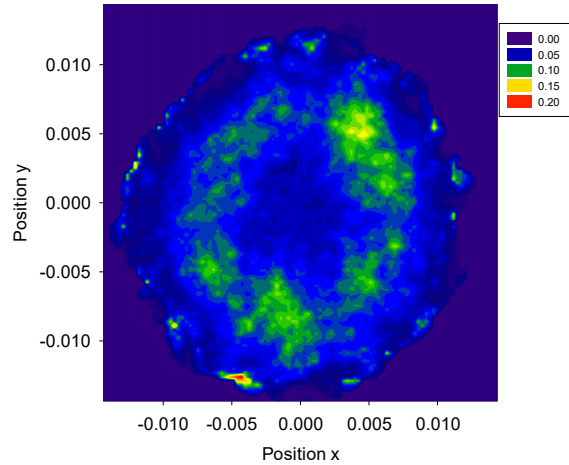
$a=0.54\text{mm}, f=27.5\text{Hz}, h=16\text{mm}$

Smalko daļiņu blīvuma attiecība pret rupjajām daļiņām, 15 punktu eksperimenta plānam

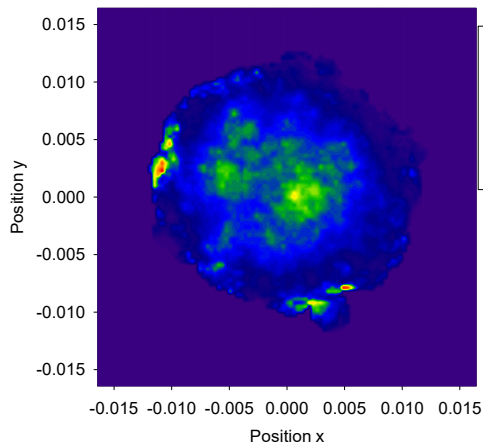
Smalko daļiņu attiecība pret rupjajām daļiņām šķēlumā zem bunkura izplūdes, atkarībā no svārstību amplitūdas a , frekvences f un pludiņa augstuma h .



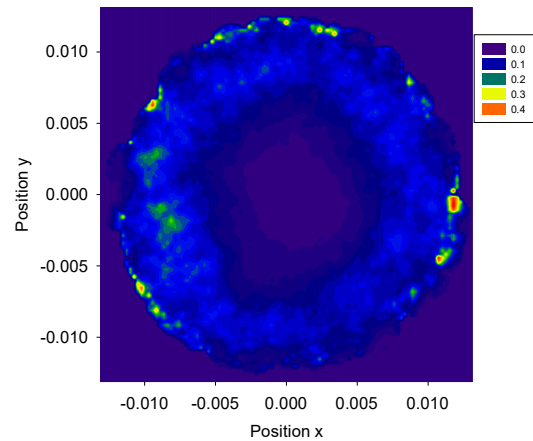
$a=0.75\text{mm}, f=27.5\text{Hz}, h=16\text{mm}$



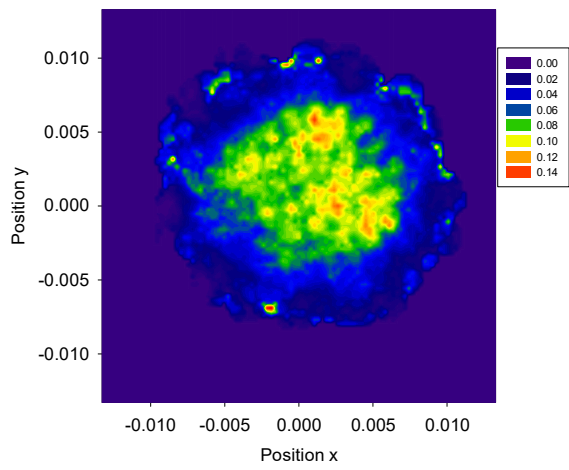
$a=0.92\text{mm}, f=42.7\text{Hz}, h=20.05\text{mm}$



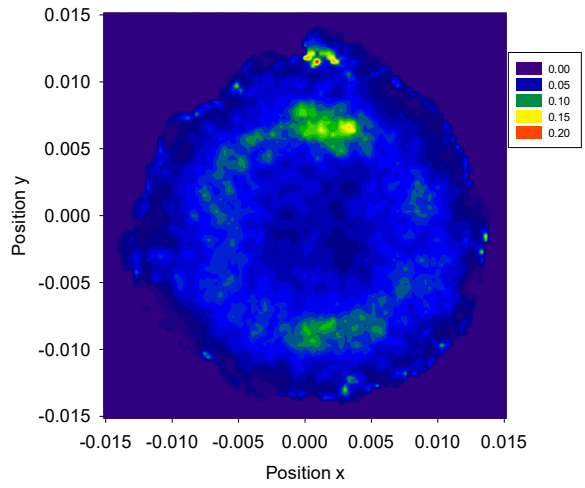
$a=0.92\text{mm}, f=42.7\text{Hz}, h=11.95\text{mm}$



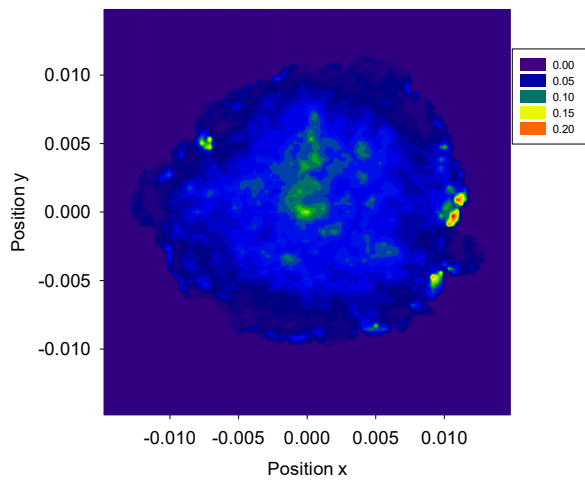
$a=0.92\text{mm}, f=12.3\text{Hz}, h=20.05\text{mm}$



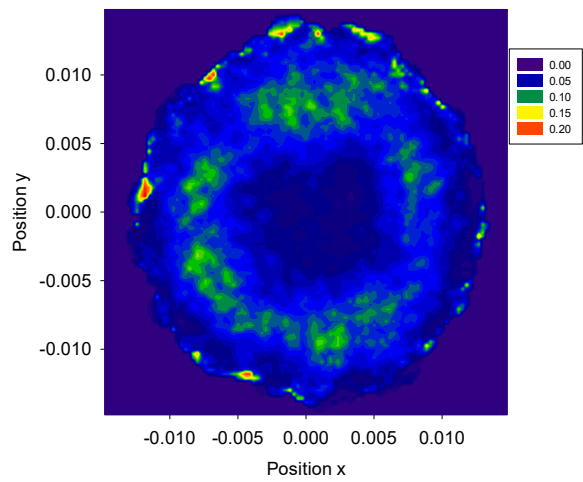
$a=0.92\text{mm}, f=12.3\text{Hz}, h=11.95\text{mm}$



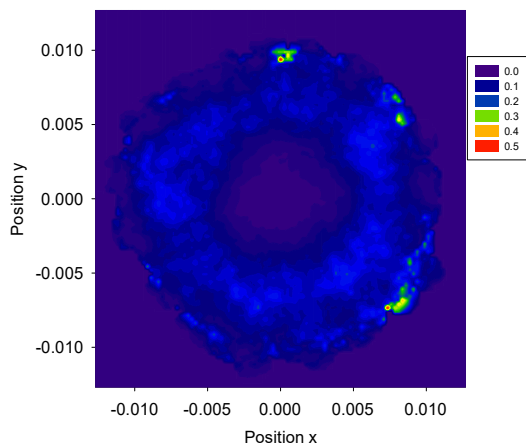
$a=0.58\text{mm}, f=42.7\text{Hz}, h=20.05\text{mm}$



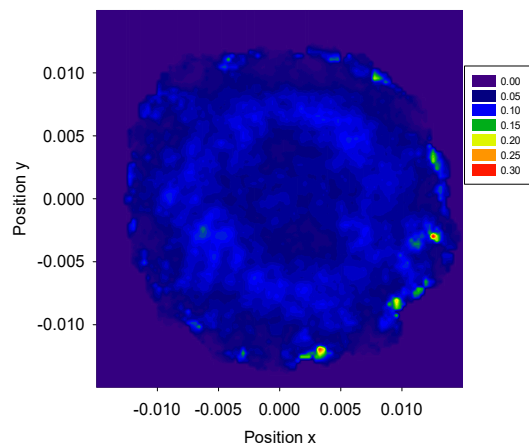
$a=0.58\text{mm}, f=42.7\text{Hz}, h=11.95\text{mm}$



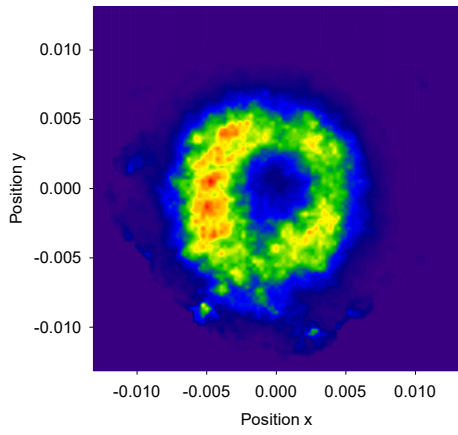
$a=0.58\text{mm}, f=12.3\text{Hz}, h=20.05\text{mm}$



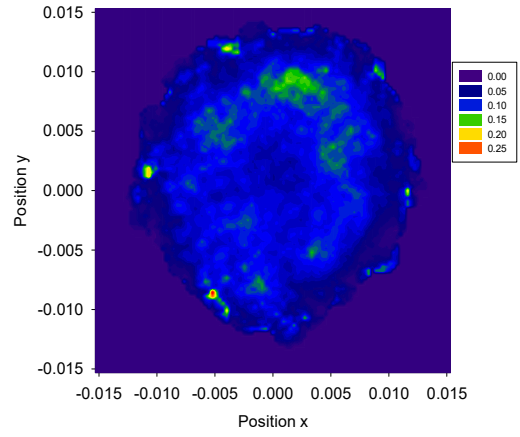
$a=0.58\text{mm}, f=12.3\text{Hz}, h=11.95\text{mm}$



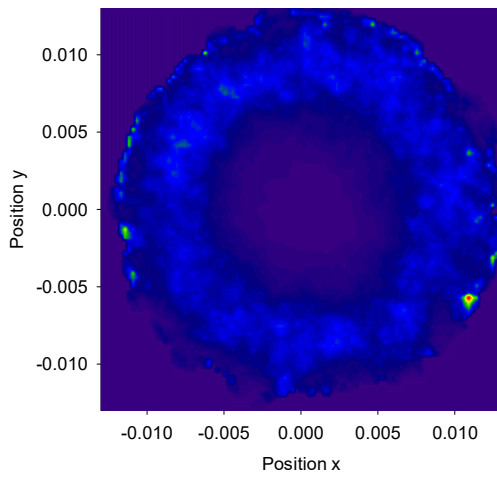
$a=0.75\text{mm}, f=27.5\text{Hz}, h=20.93\text{mm}$



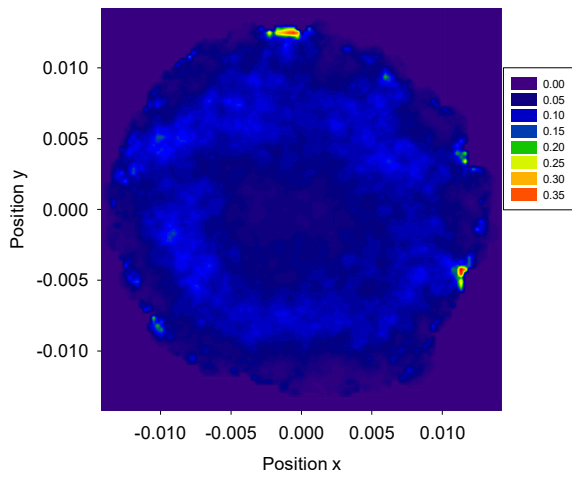
$a=0.75\text{mm}, f=27.5\text{Hz}, h=11.07\text{mm}$



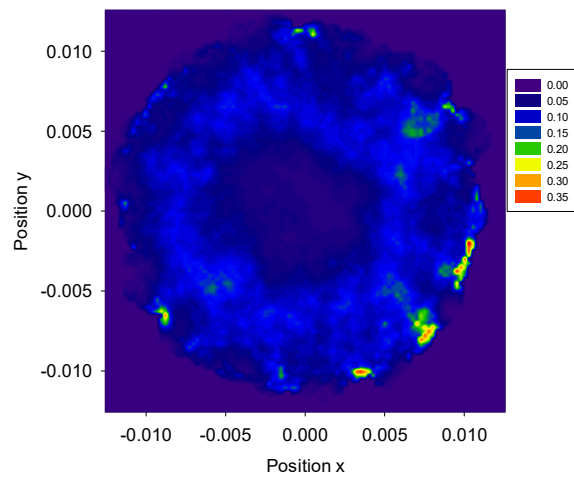
$a=0.75\text{mm}, f=45.98\text{Hz}, h=16.00\text{mm}$



$a=0.75\text{mm}, f=9.02\text{Hz}, h=16\text{mm}$



$a=0.96\text{mm}, f=27.5\text{Hz}, h=16\text{mm}$



$a=0.54\text{mm}, f=27.5\text{Hz}, h=16\text{mm}$