

ĢEODĒZIJAS PRAKTIKUMS



Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra

Ivars Liepiņš, Vents Zuševics, Madara Znotiņa, Aigars Keiselis,
Jānis Sakne, Andris Priževičs, Brigita Helfriča, Zoja Liepiņa

ĢEODĒZIJAS PRAKTIKUMS

RTU Izdevniecība
Rīga 2025

Ģeodēzijas praktikums.

Rīga, RTU Izdevniecība, 2025. 224 lpp.

Grāmatas autori

Mg. sc. ing. Ivars Liepiņš, Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras Ģeodēzijas departamenta direktors

Mg. sc. geol. Vents Zuševics, Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras Ģeodēzijas departamenta eksperts

Mg. sc. ing. Madara Znotiņa, Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras Ģeodēzijas departamenta Ģeodēzisko mērījumu nodaļas vecākā ģeodēzijas inženiere

Mg. sc. ing. Aigars Keiselis, Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras Ģeodēzijas departamenta Ģeodēzisko datu kontroles nodaļas vadītājs

Jānis Sakne, Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras Ģeodēzijas departamenta Ģeodēzisko mērījumu nodaļas vadītājs

Bc. sc. ing. Andris Priževits, Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras Ģeodēzijas departamenta Ģeodēzisko mērījumu nodaļas vecākais ģeodēzijas inženieris

Mg. sc. ing. Brigita Helfriča, Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras Ģeodēzijas departamenta Ģeodēzisko mērījumu nodaļas vecākā ģeodēzijas inženiere

Mg. sc. ing. Zoja Liepiņa, Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras Ģeodēzijas departamenta Ģeodēzisko datu kontroles nodaļas vecākā ģeodēzijas inženiere

Grāmatā apkopota Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras darbinieku gadu gaitā uzkrātā pieredze un zināšanas. Tajā atrodamas aģentūras Ģeodēzijas departamenta speciālistu ikdienas darbā lietotās aprēķinu formulas, mērījumu un datu apstrādes metodes, kas ir aktuālas grāmatas iznākšanas brīdī – 2025. gadā.

Praktikums atspoguļo autoru pašreizējo ģeodēziskās attīstības līmeni un paredzēts jauno kolēģu ievadīšanai Ģeodēzijas departamenta uzkrātajās zināšanās un pieredzējušo kolēģu zināšanu atsvaidzināšanai. Grāmata būs arī noderīga augstāko mācību iestāžu mācībspēkiem, studentiem un praktizējošiem profesionāļiem, kā arī visiem, kam ģeodēzija ir sirdslieta.

Literārā redaktore Inga Gulbe

Maketētājs un vāka dizainers Vilnis Laizāns

© Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra, 2025

© Ivars Liepiņš, Vents Zuševics, Madara Znotiņa, Aigars Keiselis, Jānis Sakne, Andris Priževits, Brigita Helfriča, Zoja Liepiņa, 2025

ISBN 978-9934-37-192-9 (print)

ISBN 978-9934-37-193-6 (pdf)

Saturs

Ievads..5	
Atskaites sistēmas ģeodēzijā.....	7
Plūdmainas	13
Koordinātu sistēma	17
LKS-92 uzbūve un ieguve.....	18
LKS-2020 uzbūve un ieguve.....	21
LATREF bāzes stacijas	22
LatPos bāzes staciju koordinātas LKS-2020	27
Normālo augstumu sistēma	31
Gravimetrija	51
Starptautiskās un valsts gravimetriskās atskaites sistēmas.....	54
Valsts gravimetriskā atskaites sistēma LAG-2019	56
LAG-2019 punktu izvietojums	56
LAG-2019 punktu tehniskā specifikācija.....	58
Punktu rekognoscēšana	61
Relatīvā gravimetra darbības princips.....	67
Gravimetra datu pirmapstrāde	68
Gravimetra darbību traucējošie faktori	69
Relatīvo mērījumu teorija un prakse Latvijā	79
Gravimetriskais gājiens Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras praksē	85
Ģeomagnētisms.....	89
Zemes magnētiskā lauka komponentes	91
Ģeomagnētisko mērījumu sagatavošanas darbi	93
Ģeomagnētiskajos mērījumos izmantojamie instrumenti.....	94
Ģeomagnētisko mērījumu izpilde	95
Līnijas orientēšana un meridiānu tuvināšanās	97
Redukcija pēc variometra datiem.....	99

GNSS	103
GNSS izmantošana.....	104
LatPos.....	107
GNSS signālu traucējumu avoti.....	116
Ģeoīds un kvaziģeoīds	123
Ģeoīds.....	123
Kvaziģeoīds.....	125
GNSS/nivelēšanas dati.....	134
Mērījumu novērtējums	139
Kovariāciju matrica.....	140
Vismazāko kvadrātu metode.....	143
Dalīto bloku shēmas.....	147
Rekursīvie vismazāko kvadrātu risinājumi.....	153
Strūves ģeodēziskais loks – UNESCO Pasaules mantojums	157
Pielikumi	165
Izmantotā literatūra	207

Ievads

Ģeodēzija ir sena, sarežģīta un specifiska zinātne, kurā savijas lauka darbos gūtā pieredze ar kamerāli iegūtām atziņām, kas laika gaitā attīrās no nevēlamiem piemaisījumiem. Speciālistam visa mūža garumā nepārtraukti jāpapildina savas zināšanas, kā arī jāfiksē iegūtās zināšanas rakstiski sev un citiem. Apkopojot uzkrātās zināšanas, tapa grāmata “Ģeodēzijas praktikums”.

Grāmata nav padziļināts zinātnisks pētījums, bet tā piedāvā Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras Ģeodēzijas departamenta speciālistu ikdienas darbā lietotās aprēķinu formulas, mērījumu un datu apstrādes metodes, kas ir aktuālas grāmatas iznākšanas brīdī – 2025. gadā.

Praktikums atspoguļo autoru pašreizējo ģeodēziskās attīstības līmeni un paredzēts jauno kolēģu ievadīšanai Ģeodēzijas departamenta uzkrātajās zināšanās, pieredzējušo kolēģu zināšanu atsvaidzināšanai, kā arī visiem ģeodēzijas skartajiem. Autoru kolektīvs jutīsies pagodināts, ja augstāko mācību iestāžu mācībspēki, studenti un praktizējoši profesionāļi brīvbrīdī arī ieskatīsies šajā grāmatā.

Autori izsaka lielu pateicību visiem, kas atbalstīja, palīdzēja un kavēja grāmatas rakstīšanas procesu. Īpaša pateicība Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras vadībai un personīgi tās ģenerāldirektoram, rezerves pulkvedim Mārtiņam Libertam par iespēju īstenot šo Ģeodēzijas departamenta ieceri. Viennozīmīgi vislielākā pateicība ģeodēzistam ar lielo burtu *Dr. sc. ing.* Ernstam Lazdānam par iespēju skatīt īstenu ģeodēzistu darbā un pārdomās, kas bija pamats sapnim par “Ģeodēzijas praktikumu”.

Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras
Ģeodēzijas departaments



Atskaites sistēmas ģeodēzijā

Ģeodēzijas definīcijas koncepcija, mijiedarbojoties ar citām zinātnes nozarēm, laika gaitā mainās un attīstās. Nemainīgi saglabājas ģeodēzijas galvenie mērķi – noteikt planētas Zeme (turpmāk – Zeme) formu, izmēru un gravitācijas lauku. Jāatceras, ka Zemes garozas tektoniskās plātnes atrodas nepārtrauktā un nebeidzamā telpiskajā kustībā attiecībā pret Zemes centru. Šo telpisko kustību var novērot, balstoties uz mērījumiem, un analizēt kā ģeodēzisko raksturlielumu izmaiņas laikā, kas sniedz fundamentālu informāciju par Zemi un tās darbību.

Klasiskajā Frīdriha Roberta Helmerta definīcijā **“ģeodēzija ir zinātne par Zemes virsmas mērīšanu un kartēšanu”**. Šī definīcija ir kā ģeodēzijas pamats arī mūsdienās. Vārds “ģeodēzija” ir cēlies no sengrieķu valodas vārda *geodaisia*, kas nozīmē “Zemes dalu”.

Šajā grāmatā lietots šāds ģeodēzijas iedalījums:

- globālā ģeodēzija;
- ģeodēziskie mērījumi (nacionālajā un reģionālajā līmenī);
- plaknes mērījumi.

Globālā ģeodēzija ietver Zemes formas un izmēra noteikšanu, tās orientējumu Visuma telpā un ārējo gravitācijas lauku.

Ģeodēziskie mērījumi nosaka Zemes fiziskās virsmas raksturlielumus un Zemes gravitācijas lauku reģionam, kas tipiski ietver valsti vai valstu grupu.

Plaknes mērījumi (topogrāfiskie, kadastrālie, inženierģeodēziskie) ietver Zemes virsmas raksturlielumu noteikšanu lokālajā mērogā, bieži vien ignorējot Zemes liekumu un gravitācijas lauka ietekmi.

Globālā ģeodēzija, ģeodēziskie mērījumi un plaknes mērījumi ir savstarpēji cieši saistīti. Ģeodēziskie mērījumi ir piesaistīti globālās ģeodēzijas veidotajiem atskaites tīkliem, pieņemtajiem Zemes formas parametriem un gravitācijas laukam. Šie mērījumi sniedz pienesumu globālajā ģeodēzijā. Plaknes mērījumi ir piesaistīti nacionālajiem atskaites jeb kontroles punktiem, kas iegūti ģeodēziskajos mērījumos [1; 1. lpp.].

Ģeodēzijas mērķi var definēt šādi: **“Ģeodēzijas mērķis ir Zemes formas, ārējā gravitācijas lauka un tās orientējuma Visumā kā laika funkcijas noteikšana, veicot mērījumus uz Zemes virsmas un ārpus tās.”** [1; 2. lpp.]

Ģeodēzisko mērījumu veikšanai, apstrādei un lietošanai nepieciešama atskaites sistēma jeb kontroles sistēma, jo visi ģeodēziskie mērījumi satur kļūdas. Atskaites sistēma var būt globāla, reģionāla, nacionāla, lokāla u. tml. Šajā grāmatā sīkāk aplūkota Latvijas nacionālā ģeodēziskā atskaites sistēma (turpmāk – Latvijas Atskaites sistēma), kas cieši saistīta ar reģionālo un globālo atskaites sistēmu un pakārtota tām.

Globālajā un reģionālajā līmenī atskaites sistēma (teorētiskais apraksts) un tās praktiskais īstenojums dabā ir stingri šķirami jēdzieni, bet nacionālajā līmenī tas nav tik viennozīmīgi, jo pati nacionālā atskaites sistēma jau ir kādas citas atskaites sistēmas realizācija.

Latvijas Atskaites sistēma ietver koordinātu, normālo augstumu, gravimetrisko sistēmu un ģeomagnētiskos mērījumus.

Koordinātu sistēmai ir tieša sasaiste ar globālo un reģionālo atskaites sistēmu un tīklu.

Normālo augstumu sistēma ir tieši saistīta ar reģionālo atskaites sistēmu un tīklu, jo globālā augstumu sistēma pašlaik vēl atrodas attīstības stadijā.

Gravimetriskā sistēma ir piesaistīta reģionālajam salīdzinājumam atbilstoši absolūto gravimetrisko mērījumu metodikai.

Raugoties no ģeodēziskā skatpunkta, ģeomagnētiskie mērījumi ir īpaši specifiski, jo tajos iegūtās vērtības ir absolūtas konkrētajā punktā.

Jāatceras, ka Latvijas Atskaites sistēma ir ģeodēzisko mērījumu pamats un balsts un visu Latvijā veikto ģeodēzisko mērījumu un atvasināto ģeotelpisko datu savienotāja. Latvijas Atskaites sistēmas praktiskais īstenojums dabā ir valsts ģeodēziskais tīkls, kas sastāv no atsevišķiem ģeodēziskajiem punktiem, par kuriem aktuālie un oficiālie dati iegūstami Valsts ģeodēziskā tīkla datubāzē (saīsināti – VĢTDB).

Valsts ģeodēziskā tīkla virsuzdevums ir piekļuve ģeodēziskajiem raksturlielumiem, lai iesaistītu ģeodēzijas un plaknes mērījumus kopējā Latvijas Atskaites sistēmā, kā arī mērījumu kontrole. Vēsturiski līdz 21. gadsimta sākumam veidoja atsevišķi nodalītus ģeodēziskos tīklus koordinātu (triangulācija, poligonometrija), normālo augstumu (nivelēšana) un gravimetriskās vērtības noteikšanai. Gruntī un ēkās ierīkoja dažāda tipa un veida ģeodēziskos punktus atbilstoši ģeodēziskās attīstības līmenim un izpratnei par punktu nozīmīgumu, noturību un nemainīgumu laikā. Tradicionāli tiek uzskatīts, ka tieši ģeodēziskie punkti realizē dabā jebkuru ģeodēzisko atskaites sistēmu. Ģeomagnētiskais tīkls no ģeodēziskā skatpunkta ir īpašs ar to, ka tā izveidei nav nepieciešami gruntī nostiprināti punkti.

Pašreizējais valsts ģeodēziskais tīkls sastāv no nivelēšanas, globālās pozicionēšanas (koordinātu noteikšanas metode), gravimetrijas un ģeomagnētiskajiem punktiem.

Ģeomagnētisko punktu iekļaušana valsts ģeodēziskajā tīklā pamatojama tikai ar birokrātisku uzskaites nepieciešamību. Valsts ģeodēziskā tīkla punktu dažādie ģeodēziskie raksturlielumi aprēķināti ar atšķirīgu noteiktību atbilstoši izmantotajai mērījumu metodei un punkta klasei. Piemēram, nivelēšanas tīkla punktiem normālais augstums noteikts ar milimetra noteiktību, bet globālās pozicionēšanas tīkla punktiem koordinātas noteiktas ar milimetra noteiktību.

Mūsdienu digitālo tehnoloģiju attīstības tendences un informācijas iegūšanas ātrums liek mainīties arī Latvijas Atskaites sistēmai un valsts ģeodēziskajam tīklam. Pārmaiņu process sākās ar kvaziģeoīda modeļa LV'98 izveidi un Latvijas pastāvīgo bāzes staciju sistēmas (LatPos) funkcionēšanas uzsākšanu. Mūsdienās valsts pārvaldes funkciju nodrošināšanai un individuālajiem komersantiem nepieciešamais minimums ģeodēzisko raksturlielumu iesaistei Latvijas Atskaites sistēmā ir normālā augstuma pārrēķina virsma (modelis) un globālās pozicionēšanas bāzes staciju tīkls koordinātu ieguvei.

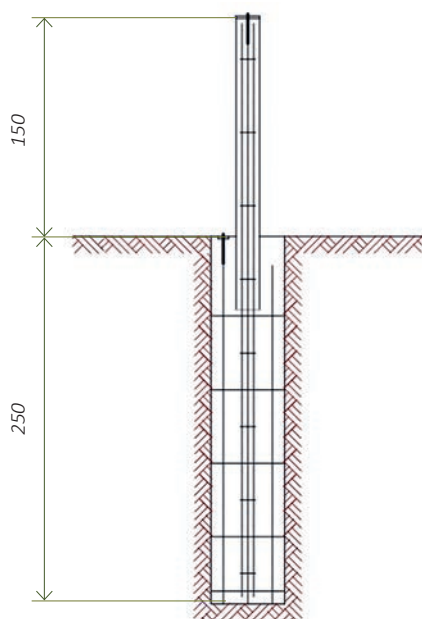
Globālās pozicionēšanas bāzes staciju tīkls kā koordinātu sistēmas daļa ir aplūkots nodaļā "GNSS". Aktuālas, precīzas un patiesas normālo augstumu pārrēķina virsmas ieguvei nepieciešama plaša gravimetriskā un topogrāfiskā informācija, un īpaši svarīgi ir sasaistes punkti ar Latvijas Atskaites sistēmu. Tādējādi valsts ģeodēziskā tīkla virsuzdevums mainās no tiešas mērījumu iesaistes ģeodēzisko raksturlielumu ieguvē uz modeļu izveidei nepieciešamo augstas noteiktības sasaistes punktu izveidošanu, uzturēšanu un izmaiņu laikā fiksēšanu. Vienā ģeodēziskajā punktā tiek apvienoti vairāki ģeodēziskie raksturlielumi, kas noteikti ar augstu precizitātes pakāpi.

Visu vēsturiski izveidoto valsts ģeodēziskā tīkla punktu turpmākā saglabāšana un attīstība kļūst sekundāra, bet primāri izvirzās jauna, mūsdienu prasībām atbilstoša tīkla jeb Dižtīkla izveidošana.

Dižtīkla punktu izvietojumam, nostiprinājumam, to konstrukcijas stabilitātei un ģeodēzisko mērījumu iespējām jānodrošina šo modeļu izveides virsuzdevuma izpilde.

Vispirms Dižtīkla punktu izvietojumu sāk no piecām LATREF bāzes stacijām, no kurām regulārā 35 km solī veido režģi. Otrajā iterācijā punktu izvietojumu pielāgo Latvijas teritorijas formai, panākot maksimāli vienmērīgu tās pārklājumu. Rekognoscēšanas laikā precīzē Dižtīkla punktu novietojumu valsts vai pašvaldību tiešā vai pastarpinātā valdījumā esošajos zemes gabalos ar iespēju netraucēti veikt augstas noteiktības globālās pozicionēšanas mērījumus tajos un pēc tam saskaņo punkta ierīkošanu ar īpašnieku.

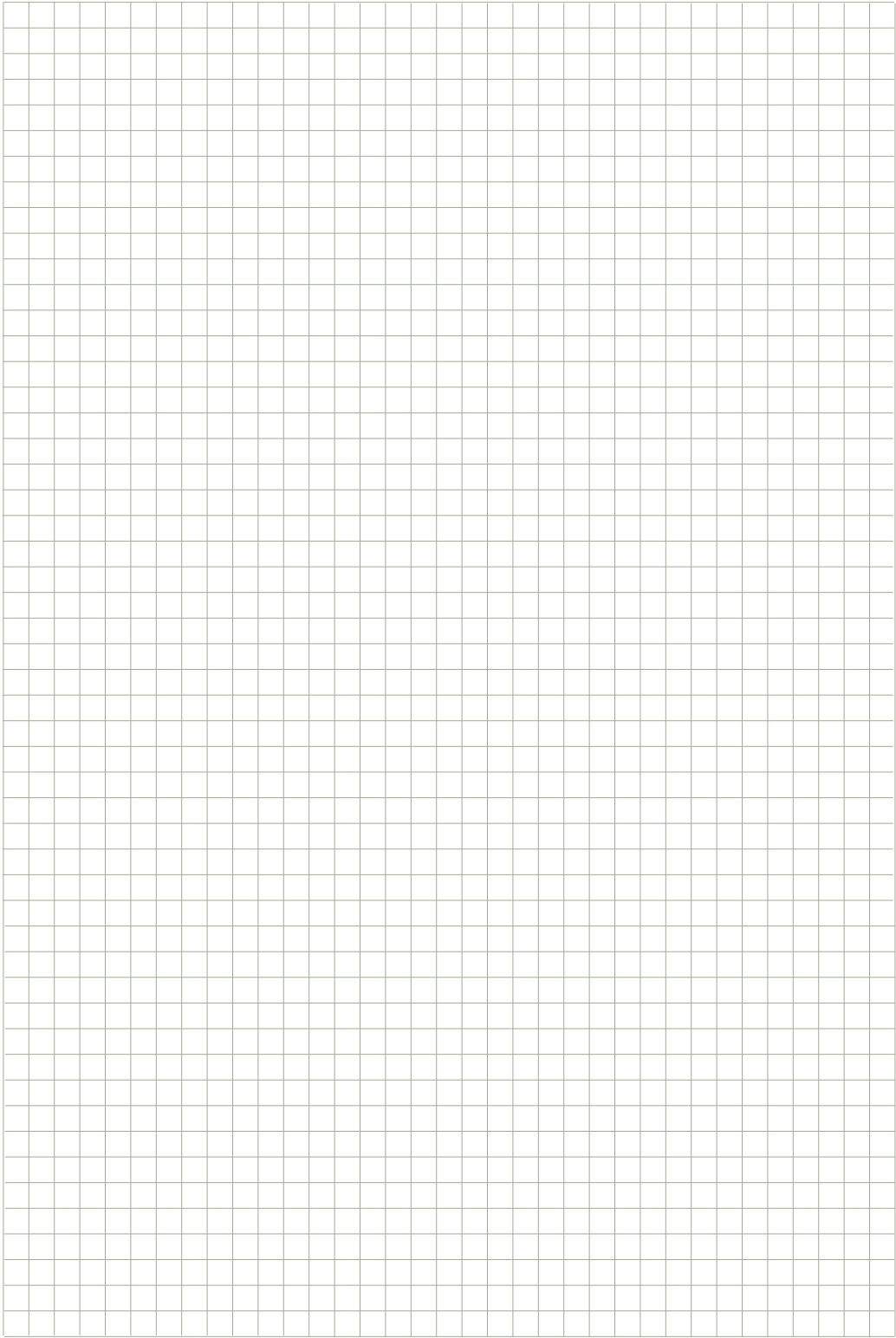
Dižtīkla punkta nostiprinājuma veids izvēlēts, balstoties uz Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras speciālistu vairāku gadu desmitu laikā gūto pieredzi grunts zīmju izveidē un ierīkošanā, ņemot vērā Latvijas vispārzināmo ģeoloģisko uzbūvi un ērtu ģeodēzisko mērījumu veikšanas iespēju. Dižtīkla punktā ģeodēzisko mērījumu veikšanai paredzēta piespiedu centrēšanas vieta un nostiprinājuma pamatā iebūvēta sfēriska marka (1. attēls).

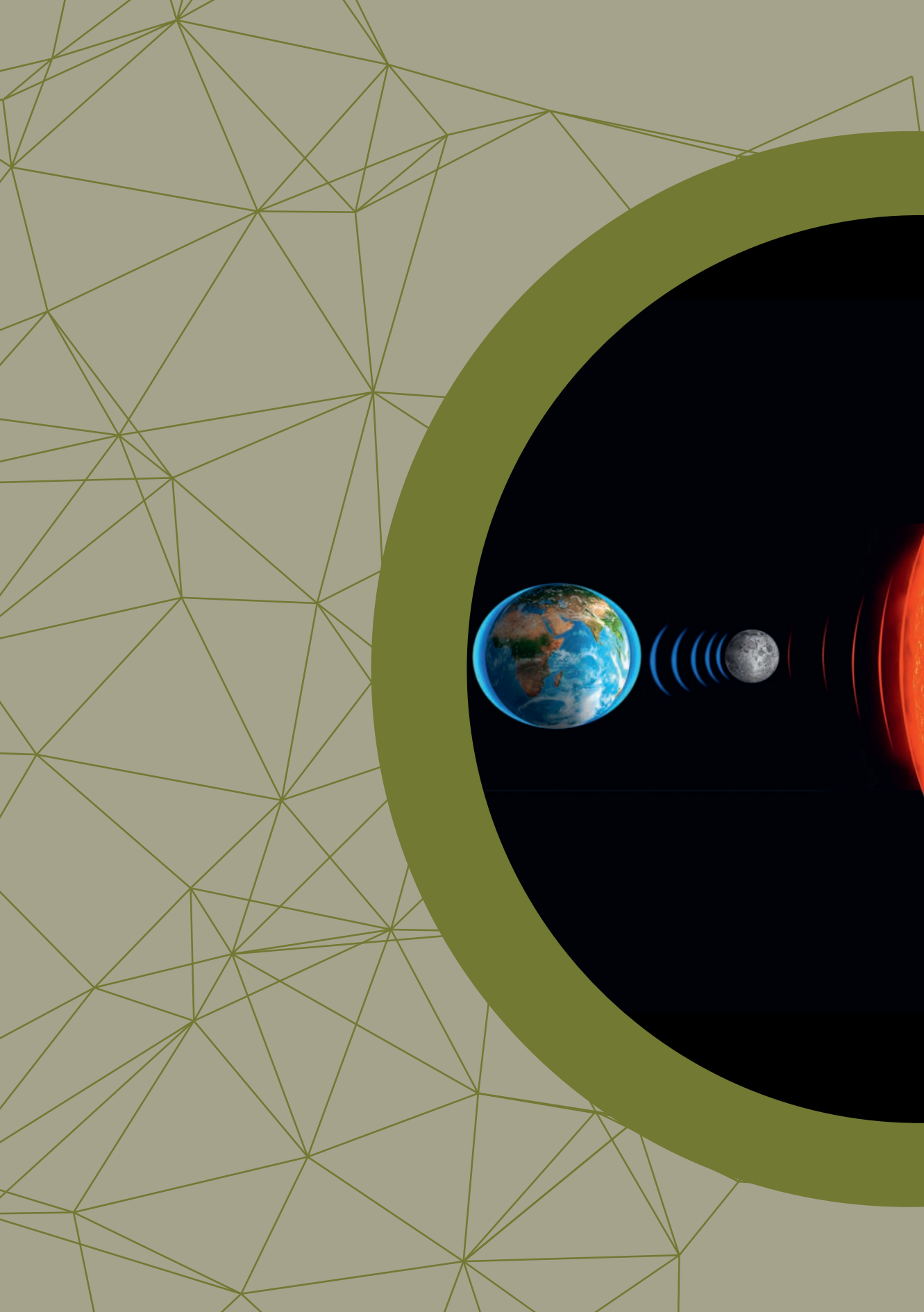


1. attēls.

Dižtīkla punkta nostiprinājums.

Globālajā ģeodēzijā un ģeodēziskajos mērījumos raksturlielumu ieguvē ņem vērā Zemes gravitācijas lauku, tā potenciālu un spēku (tas sīkāk iztirzāts nodaļā “Gravimetrija”). Ievērojot latviešu valodā dažādos literatūras avotos atšķirīgi lietotos angļu valodas terminu *gravitation* un *gravity* tulkojumus “gravitācija, Zemes gravitācija, Zemes smaguma spēks” u. tml., norādāms, ka gravimetrija ir starpdisciplināra nozare, kas pēta Zemes gravitācijas izmaiņas.





Plūdmaiņas

Mēness un Saules ietekmē uz Zemes notiek nepārtrauktas un cikliskas okeāna un cietzemes svārstības jeb izmaiņas laikā, kas jāņem vērā globālajā ģeodēzijā un ģeodēziskajos mērījumos. Šo svārstību modeļus vispārīgi izmanto:

- papildinformācijas iegūšanai par Zemi;
- paisuma un bēguma ietekmes uz mērījumiem izslēgšanai;
- paisuma un bēguma ietekmes uz kādu parādību noteikšanai.

Šajā darbā paisums un bēgums apzīmēts ar jēdzienu “plūdmaiņas” (*tides*). Plūdmaiņas izraisa periodiskās un neperiodiskās svārstības. Turpmāk apskatīta tikai plūdmaiņu neperiodisko svārstību ietekme:

- permanentās deformācijas Zemes formā (citos avotos arī garozā, cietzemē vai topogrāfijā);
- plūdmaiņu ģenerētais potenciāls;
- Zemes deformācijas potenciāls jeb netiešais efekts.

Pastāv trīs sistēmas, kas ļauj ņemt vērā plūdmaiņu izraisītās parādības: **vidējo plūdmaiņu, bezplūdmaiņu un nulles plūdmaiņu**. Zemes formai lieto divas sistēmas, bet gravimetriskajam laukam – trīs sistēmas [2; 81. lpp.].

Vidējo plūdmaiņu (*mean*) sistēmā permanentās deformācijas nav izslēgtas no Zemes formas. Zemes forma atbilst ilglaicīgi vidējai Zemes formai plūdmaiņu spēka ietekmē. Zemes gravitācijas potenciāla lauks atbilst šim vidējās Zemes formas potenciālam un laikā vidējam plūdmaiņu ģenerētajam potenciālam, kas nav saistīts ar Zemes masu.

Bezplūdmaiņu (*non-tidal* vai *tide-free*) sistēmā permanentās deformācijas ir izslēgtas no Zemes formas. No Zemes gravitācijas potenciāla lauka lielumiem, ko raksturo gravimetriskās vērtības, ģeoīds, normālais augstums, ir izslēgts gan plūdmaiņu ģenerētais potenciāls, gan Zemes deformācijas potenciāls (netiešais efekts). Tas atbilstu Mēness un Saules ietekmes izslēgšanai.

Zemes gravitācijas potenciāla lauka lielumiem pastāv arī vidus alternatīva jeb nulles plūdmaiņu (*zero*) sistēma. Šajā sistēmā ir izslēgts plūdmaiņu ģenerētais potenciāls, bet paliek Zemes deformācijas potenciāls, un gravimetrisko lauku veido tikai Zemes masa un centrālās spēks [2; 82. lpp.].

Atkarībā no plūdmaiņu sistēmas pastāv trīs ģeoīdi: vidējo plūdmaiņu, bezplūdmaiņu un nulles plūdmaiņu ģeoīds. Secināms, ka visi Zemes formas un Zemes gravitācijas potenciāla lauka ģeodēziskie raksturlielumi ir kādā no plūdmaiņu sistēmām. Ģeodēzisko raksturlielumu un no tiem aprēķināto modeļu korektai savstarpējai salīdzināšanai tie ir

jāpārveido vienādā plūdmaiņu un koordinātu sistēmā. Grāmatas tvērumā par pamatu pārējai no vienas plūdmaiņu sistēmas uz citu lietots laikā vidējais Mēness un Saules izraisīto plūdmaiņu ģenerētais potenciāls ģeoīdam (piemēram, potenciāla skaitlim) un garozai (piemēram, telpiskajām koordinātām). Laikā vidējā Mēness un Saules izraisīto plūdmaiņu ģenerētā potenciāla formula noteikta ar noapaļojumu līdz 1 mm uz GRS-80 rotācijas elipsoīda, un tā ir:

$$W_2/g = -0,296 \sin^2 \varphi = +0,099, [\text{m}],$$

kur

W_2 – laikā vidējā Mēness un Saules izraisītā plūdmaiņu potenciāla summa;

g – Zemes gravitācijas radītais paātrinājums;

φ – ģeodēziskais platums.

Atkarībā no pieņemtā Zemes saplakuma pastāv atšķirības starp plūdmaiņu sistēmām ģeoīdam un topogrāfijai (garozai).

Izvēloties par pamatu nulles plūdmaiņu ģeoīdu, uzskaita četrus ģeoīdus, iegūstot šādas sakarības starp plūdmaiņu sistēmām:

- vidējo plūdmaiņu ģeoīds $+W_2/g$;
- nulles plūdmaiņu ģeoīds 0;
- konvencionālais jeb pieņemtais bezplūdmaiņu ģeoīds (*conventional tide – free geoid*) $-kW_2/g$, ja $k \approx 0,3$;
- plūstošais bezplūdmaiņu ģeoīds (*fluid tide-free geoid*) $-kW_2/g$, ja $k \approx 0,93$.

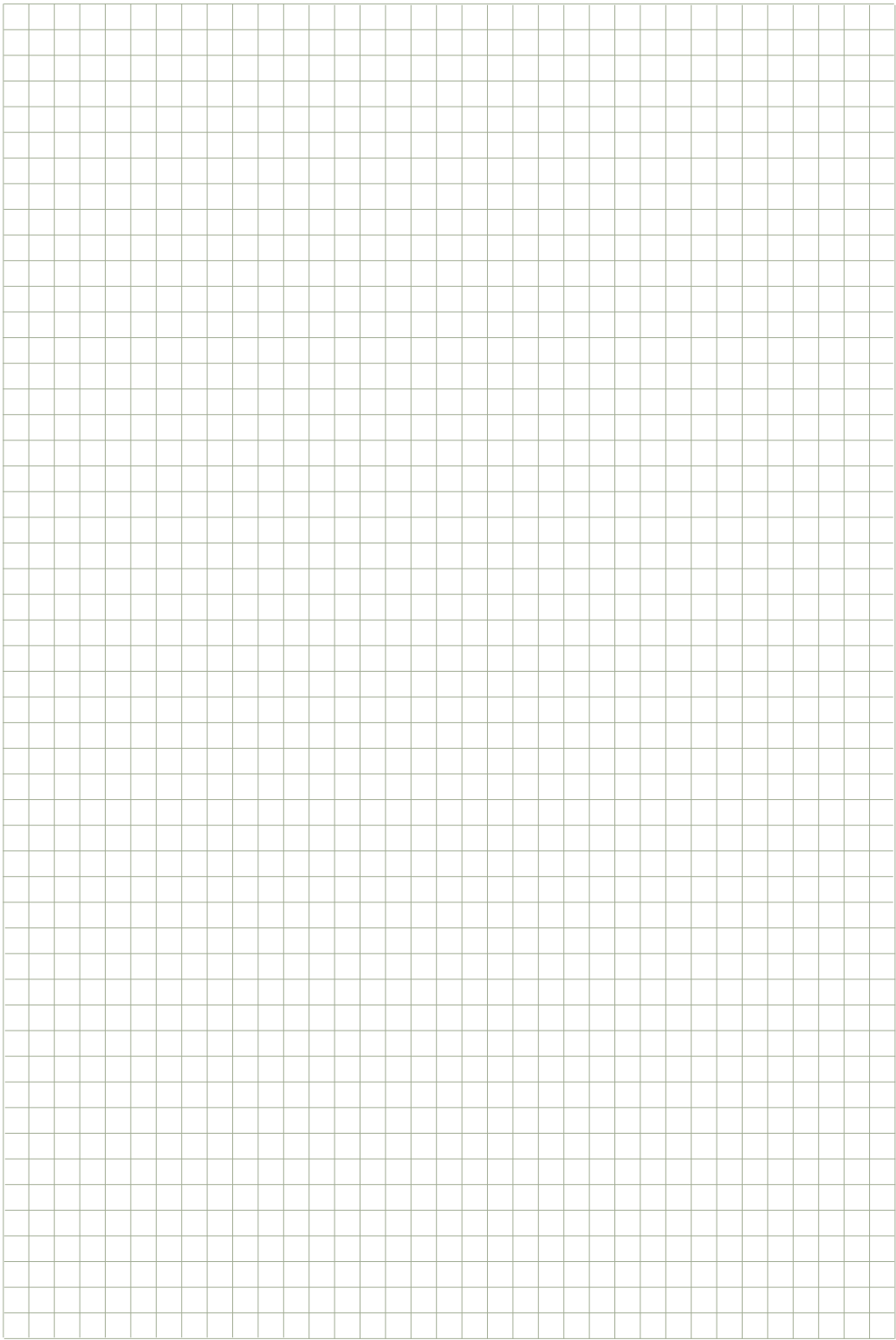
Līdzīgi, izmantojot par pamatu vidējo plūdmaiņu cietzemi, uzskaita trīs cietzemes, iegūstot šādas sakarības starp plūdmaiņu sistēmām:

- vidējo plūdmaiņu cietzeme 0;
- konvencionālā jeb pieņemtā bezplūdmaiņu cietzeme (*conventional tide-free crust*) $-hW_2/g$, ja $h \approx 0,6$;
- plūstošā bezplūdmaiņu cietzeme (*fluid tide-free crust*) $-hW_2/g$, ja $h \approx 1,93$.

Sakarības starp dažādām plūdmaiņu sistēmām ir parādītas 1. tabulā.

1. tabula

	Vidējā garoza	Bezplūdmaiņu garoza
Vidējo plūdmaiņu ģeoīds	$-W_2/g$	$(-h + k)W_2/g$
Nulles plūdmaiņu ģeoīds	0	$-hW_2/g$
Bezplūdmaiņu ģeoīds	kW_2/g	$(-h + 1)W_2/g$





Koordinātu sistēma

Koordinātu sistēma ir matemātiskā, šajā gadījumā – ģeodēziskā, atskaites sistēma, pret kuru nosaka objekta stāvokli plaknē vai telpā, izmantojot skaitliskos lielumus – koordinātas. Koordinātu sistēmas kā atskaites sistēmas definēšanai veido aprakstu, norādot tās parametrus, konstantes un noteikumus, saskaņā ar kuriem iegūtos rezultātus attēlo noteiktā veidā izvēlētajā koordinātu sistēmā. To tieši sasaista ar globālo un reģionālo atskaites sistēmu un tīklu, nodrošinot nacionālās koordinātu sistēmas integritāti.

Globālā atskaites sistēma ir Starptautiskā Zemes atskaites sistēma *ITRS* (*International Terrestrial Reference System*) un tās realizācija *ITRF* (*International Terrestrial Reference Frame*), ko uztur un nodrošina Starptautiskais Zemes rotācijas un atskaites sistēmu dienests *IERS* (*International Earth Rotation and Reference Systems Service*) [3]. Starptautiskais Globālās navigācijas satelītu sistēmas serviss *IGS* (*International GNSS Service*) ir Starptautiskās Ģeodēzijas asociācijas *IAG* (*International Association of Geodesy*) pārraudzībā esoša federācija, kas pēc brīvprātības principa apvieno 350 organizācijas no 118 valstīm un reģioniem. Tās mērķis ir nodrošināt pieejamību augstas kvalitātes *GNSS* datiem, produktiem un pakalpojumiem, lai atbalstītu Zemes atskaites sistēmu realizāciju, Zemes novērojumus un pētniecību, veicinot zinātnes attīstību un sabiedrības labuma gūšanu kopumā. Šīs sadarbības rezultātā *IGS* ir apvienojis ap 512 *GNSS* pastāvīgajām bāzes stacijām no visas pasaules vienotajā ģeodēziskajā tīklā (*ITRF*), kas uzkrāj datus un izlīdzināšanas rezultātus no visām 512 bāzes stacijām [4].

Reģionālā atskaites sistēma ir Eiropas Zemes atskaites sistēma *ETRS* (*European Terrestrial Reference System*) un tās realizācija *ETRF* (*European Terrestrial Reference Frame*). 1987. gadā Starptautiskās ģeodēzijas un ģeofizikas apvienības *IUGG* (*International Union of Geodesy and Geophysics*) Ģenerālajā asamblejā tika nodibināta Eiropas *IAG* apakškomisija *EUREF* (*Reference Frame Sub-Commission for Europe*). Balstoties uz *IGS GNSS* pastāvīgo bāzes staciju tīklu, to vēl vairāk sabiezinot, ir izveidots *EUREF* pastāvīgais *GNSS* tīkls *EPN* (*EUREF Permanent GNSS Network*), kurā, līdzīgi kā *IGS*, tikai reģionālajā līmenī *EUREF* pēc brīvprātības principa apvienoja Eiropas valstu *GNSS* pastāvīgās bāzes stacijas vienotajā ģeodēziskajā tīklā. *EUREF* nodrošina *ETRS* un *ETRF* definēšanu, realizēšanu un uzturēšanu ciešā sadarbībā ar *IAG* pakalpojumiem, komisiju un starpkomisiju projektiem [5; 6].

Latvijas koordinātu sistēmu definēšanā, izveidē, uzturēšanā un sasaistē ar globālā un reģionālā līmeņa atskaites sistēmām un tīkliem būtiska nozīme ir sadarbībai ar Ziemeļvalstu Ģeodēzijas komisiju *NKG* (*Nordic Geodetic Commission – Nordiska Kommissionen för Geodesi*). *NKG* dibināta 1953. gadā, tā apvieno zinātniekus un valsts pārvaldes darbiniekus no Dānijas, Igaunijas, Somijas, Islandes, Latvijas, Lietuvas, Norvēģijas un Zviedrijas, lai izstrādātu augstas precizitātes ģeodēziskos risinājumus nacionālo ģeodēzisko atskaites sistēmu uzturēšanai, pilnveidošanai un savstarpējai labākās prakses pārņemšanai.

Baltijas valstis *NKG* darbībā sāka piedalīties 1991. gadā, bet tikai 2022. gadā, pateicoties Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras iniciatīvai, arī Latvija, Igaunija un Lietuva kļuva par pilntiesīgiem *NKG* biedriem, kas sniedz savu ieguldījumu *IGS* un *EUREF* pastāvīgo *GNSS* tīklu uzturēšanā. Latvija kā *NKG* dalībvalsts veic regulāru *GNSS* pastāvīgo bāzes staciju tīkla sasaisti ar *EPN* un *IGS GNSS* pastāvīgo bāzes staciju tīkliem, mērījumu datu izlīdzināšanu, rezultātu pārbaudi un nosūtīšanu turpmākajai to izmantošanai kopīgajā globālās un reģionālās atskaites sistēmas un tīkla uzturēšanā un novērtēšanā [7].

Latvijā ilgstoši lietoja 1992. gada Latvijas ģeodēzisko koordinātu sistēmu (*LKS-92*), kas apstiprināta un stājās spēkā 1994. gadā. *LKS-92* ir veidota atbilstoši tā laika zināšanām un tehnoloģiskajām iespējām, un tā ir statiska jeb laikā nemainīga.

Pilnveidojoties zināšanām par Zemes garozas tektonisko plātņu dinamiskajām kustībām, attīstoties globālās pozicionēšanas tehnoloģijām un *GNSS*, mainoties pasaules mēroga koordinātu sistēmām un to realizācijām, ir radusies pamatota nepieciešamība pilnveidot arī atskaites sistēmu Latvijā. Mūsdienīgas atskaites sistēmas veidošanā ir būtiski ņemt vērā pastāvošos ģeodinamiskos procesus, kas rezultējas kā koordinātu ātrumi.

Laikmetam atbilstošas Latvijas koordinātu sistēmas izveide nenovēršami nozīmē tās modernizāciju, pārejot uz 2020. gada Latvijas koordinātu sistēmu (*LKS-2020*), kas ietver statisko un dinamisko daļu.

LKS-92 uzbūve un ieguve

Latvijas ģeodēzisko koordinātu sistēma *LKS-92* ir veidota, pamatojoties uz pasaules 1984. gada ģeodēzisko sistēmu *WGS84* (*World Geodetic System 1984*). Tās pamatā ir 1980. gada starptautiskās ģeodēziskās atskaites sistēmas *GRS80* (*The 1980 Geodetic Reference System*) Zemes rotācijas elipsoīds, kas pieņemts Starptautiskās Ģeodēzijas un ģeofizikas savienības XVII Ģenerālajā asamblejā 1979. gadā.

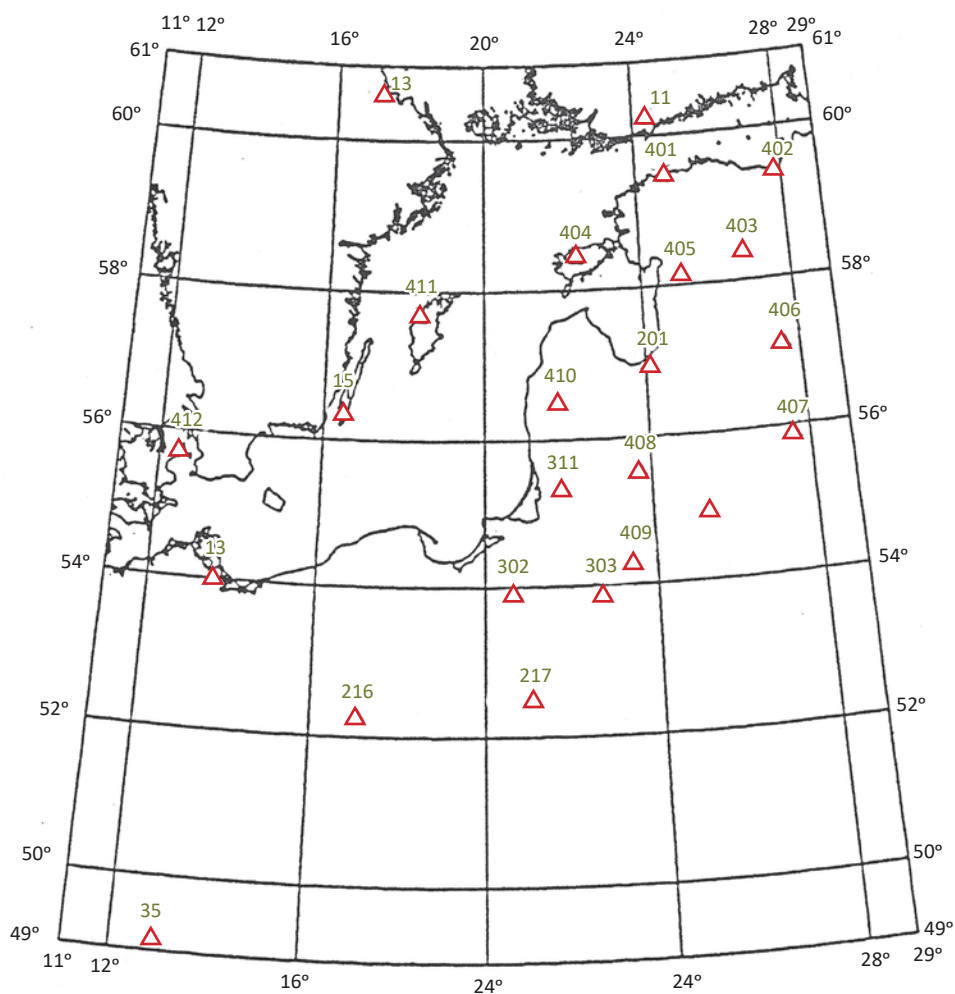
LKS-92 piesaisti Eiropas Zemes atskaites sistēmai *ETRS89* (*The European Terrestrial Reference System 1989*) nodrošināja četri globālās pozicionēšanas tīkla 0. klases punkti: Rīga, Kangari, Indra un Arājs. To koordinātas noteiktas *ETRS89* koordinātu sistēmā ar realizāciju *ETRF89* (*The European Terrestrial Reference Frame 1989*) epohā 1992.75.

LKS-92 ir piesaistīta noteiktam laika mirklim jeb epohai, un tiek uzskatīts, ka šajā koordinātu sistēmā noteiktie dati iegūti definētajā epohā – 1992.75.

LKS-92 realizē globālās pozicionēšanas tīkla 0., 1. un 2. klases punkti un pastāvīgo globālās pozicionēšanas bāzes staciju sistēma “Latvijas Pozicionēšanas sistēma” (*LatPos*) [8].

Globālās pozicionēšanas tīkla 0. klases izveide sākās 1992. gadā, kad no 28. augusta līdz 5. septembrim notika *NKG* atbalstītā *EUREF-BAL* kampaņa ar Norvēģijas, Zviedrijas, Somijas un Dānijas ģeodēzistu piedalīšanos. Kampaņas laikā veica globālās pozicionēšanas mērījumus četros 0. klases punktos, un pēc rezultātu apstrādes tos iekļāva Eiropas valstu 0. klases ģeodēziskajā tīklā.

Mērījumu kampaņas *EUREF-BAL* ietvaros veikti mērījumi 24 punktos. No tiem Baltijas valstīs kopā uzmērīti 13 punkti: Igaunijā – Landskrone (401), Vaivara (402), Tartu (403), Ohtja (404) un Saarde (405); Latvijā – Rīga (201), Kangari (406), Indra (407), Arājs (410); Lietuvā – Akmeniskiai (311), Meskonys (312), Saseliai (408) un Dainavele (409) (2. attēls).



2. attēls.
EUREF-BAL92 tīkla shēma.

Pieslēgšanos *EUREF* tīklam īstenoja ar *NAVSTAR GPS* uztvērējiem, kas tika izvietoti arī ārpus Baltijas valstīm: Polijā – četri uztvērēji (stacijās 216, 217, 302, 303), Vācijā – divi (035, 313), Somijā – viens (011), Zviedrijā – trīs (013, 015, 411) un Dānijā – viens (412).

Mērījumus apstrādāja Dānijas Valsts zemes dienests (*Kort-og Matrikelstyrelsen*). Iegūtās punktu koordinātas veidoja Baltijas reģiona starptautisko bāzes tīklu, uz kā balstīti ģeodēziskie pamattīkli Latvijā, savukārt Lietuvā un Igaunijā veikta to vēlāka sabiezināšana.

Globālās pozicionēšanas 0. klases tīklu sabiezinot ar valsts teritorijā homogēni izvietotiem punktiem, izveidoja globālās pozicionēšanas pamattīklu jeb globālās pozicionēšanas 1. klases tīklu.

Pirmā Latvijas pamattīkla globālās pozicionēšanas kampaņa ar Amerikas Savienoto Valstu atbalstu norisinājās 1993. gada vasarā. Mērījumus veica ASV karšu aģentūras *DMA* (*Defence Mapping Agency*) speciālisti no 24. augusta līdz 3. septembrim, šajā procesā iesaistot arī Latvijas pārstāvjus.

Mērījumus Latvijas un Lietuvas pierobežā no 1993. gada 19. jūlija līdz 29. jūlijam veica Viļņas Tehniskās universitātes speciālisti kopā ar Latvijas Zemes projekta ģeodēzistiem. Šīs mērījumu kampaņas rezultātus veidoja 36 pamattīkla izlīdzināšanā iekļautie vektori.

Mērījumus Latvijas un Igaunijas pierobežā no 1994. gada 25. aprīļa līdz 27. aprīlim veica Igaunijas Zemes dienests kopā ar Latvijas Valsts zemes dienestu. Mērījumu kampaņas rezultātus veidoja 37 pamattīkla izlīdzināšanā iekļautie vektori.

Latvijas Valsts zemes dienesta un Lietuvas Ģeodēzijas un kartogrāfijas departamenta divpusējas vienošanās rezultātā 1994. gada martā veikta Latvijas un Lietuvas pamattīklos iepriekšējā gadā izpildīto globālās pozicionēšanas mērījumu datu apmaiņa. No tiem Latvijas pamattīkla izlīdzināšanā iekļauti 365 vektori.

Svarīgākā izlīdzināšanas procesa sastāvdaļa, izmantojot programmu *SPACENETW*, bija mērījumu precizitātes novērtēšana un sakārtošana apstākļos, kad vienkopus tiek izlīdzināti atšķirīgi mērījumi. Šajā gadījumā tie bija vairāku metodiski savdabīgu globālās pozicionēšanas kampaņu rezultāti [9].

Turpinot valsts ģeodēziskā tīkla sabiezināšanu, izveidots globālās pozicionēšanas 2. klases tīkls jeb aizpildošais globālās pozicionēšanas tīkls starp valsts ģeodēziskā pamattīkla (0. un 1. klases) punktiem. Ar aizpildošo tīklu pakāpeniski veidojās pietiekami blīvs un precīzs ģeodēziskais pamatojums turpmākajiem globālās pozicionēšanas lietojumiem mērniecības darbos. Ar šī tīkla palīdzību iegūta kvaziģeoīda modeli precizējoša informācija, kas atviegloja normālo augstumu noteikšanu.

Daļa aizpildošā globālā pozicionēšanas tīkla punktu savietoti ar agrāk izveidotajiem ģeodēziskajiem punktiem (poligonometrijas, triangulācijas), lai uzlabotu to ģeodēzisko datu transformāciju uz LKS-92 un nodrošinātu šī procesa kontroli.

Par aizpildošā globālās pozicionēšanas tīkla izveides sākumu uzskatāms 1993. gads, kad veikti tā pirmie globālās pozicionēšanas mērījumi, kas ar nelieliem pārtraukumiem turpinājās līdz pat 1999. gada beigām. Mērījumu izpilde tika organizēta pa sektoriem.

Aizpildošā globālās pozicionēšanas tīkla mērījumu sesijas vidējais ilgums svārstījās no 30 minūtēm līdz 1 stundai [10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17].

Izveidoto valsts koordinātu tīklu raksturo šāda ģeodēzisko raksturlielumu precizitāte:

- globālās pozicionēšanas tīkla 0. klase (G0) ar pieņemtu standartnovirzi 0 mm;
- globālās pozicionēšanas tīkla 1. klase (G1) ar standartnovirzi 20 mm attiecībā pret G0 klases tīklu;
- globālās pozicionēšanas tīkla 2. klase (G2) ar standartnovirzi 25 mm attiecībā pret G1 klases tīklu;
- LatPos bāzes stacijas (BS) ar koordinātu standartnovirzi 20 mm attiecībā pret G0 klases tīklu.

LKS-92 koordinātas nosaka:

- telpiskajās taisnleņķa koordinātās, apzīmē – LKS-92 XYZ;
- ģeodēziskajās koordinātās uz rotācijas elipsoīda, apzīmē – LKS-92 BLh;
- Merkatora transversālās projekcijas plaknes koordinātās, apzīmē – LKS-92 TM.

Plaknes koordinātas nosaka, izmantojot Merkatora transversālās projicēšanas likumu un to, ka abscisu ass x vērsta ziemeļu virzienā un abscisas vērtība samazināta par 6 000 000 m, bet ordinātu ass y vērsta austrumu virzienā un ordinātas vērtība palielināta par 500 000 m [8].

LKS-2020 uzbūve un ieguve

LKS-2020 definē Eiropas Zemes atskaides sistēmas 2020. gada tīklu ar dinamisko un statisko daļu. Statiskajā daļā koordinātas ir noteiktas uz kopējo 2020. gada 12. aprīļa epochu (2020,28). Starptautiskajai sasaistei izmantotas piecas Latvijas koordinātu sistēmas uzturēšanai izveidotās bāzes stacijas (turpmāk – LATREF bāzes stacijas): Irbene (IRBE00LVA), Rīga (RIGA00LVA), Alūksne (ALKS00LVA), Vaiņode (VAIN00LVA), Daugavpils (DLKS00LVA). Dinamisko koordinātu lietojums norādīts kā LKS-2020d, tajās ņemtas vērā koordinātu izmaiņas laikā.

LKS-2020 globālo sasaisti nodrošina LATREF bāzes stacijas, to realizē LatPos un Dižtīkls.

LATREF bāzes stacijas

LATREF bāzes stacijas izveidotas no 2015. līdz 2019. gadam, izņemot LATREF bāzes stacijas Rīga un Irbene.

LATREF bāzes staciju veido gruntī pamatīgi nostiprināta stabila konstrukcija ar tajā uzstādītu GNSS antenu. Konstrukcijas pamatnē nostiprināta marka normālā augstuma noteikšanai ar 1. klases precizitāti. Šo bāzes staciju tiešā tuvumā vai attālāk atrodas absolūtie gravimetriskie punkti. Šādu bāzes staciju galvenā funkcija ir koordinātu atskaites sistēmas definēšana, uzturēšana un pārvaldība atbilstoši mūsdienu tehnoloģijām un precizitātes prasībām. Apstiprinot LKS-2020, LATREF bāzes stacijas aizstāj esošo statisko globālās pozicionēšanas 0. klases tīklu.

LATREF bāzes staciju tīklu veido piecas bāzes stacijas – trīs no jauna izveidotās un divas jau esošās, kas pēc nostiprinājuma veida un atrašanās vietas atbilst LATREF bāzes staciju nosacījumiem un prasībām.

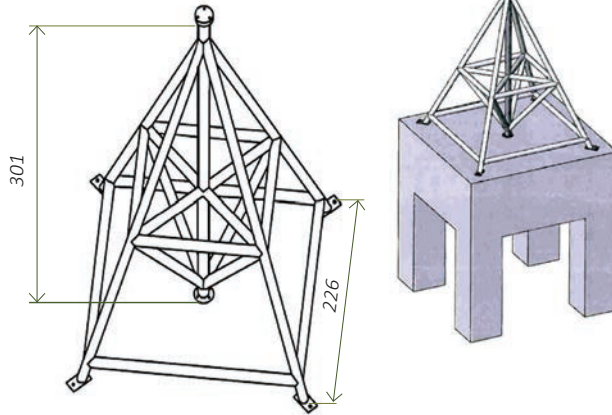
LATREF tīklā iekļautas šādas pastāvīgās globālās pozicionēšanas bāzes stacijas (iekavās mērījumu uzkrāšanas sākums, atrašanās vieta un saīsinātais nosaukums):

- 1) Rīga G0 – RIGA00LVA
(1995. gads, Rīgā, SLR kosmosa ģeodēzijas mērījumu veikšanas stacijā, RIGA);
- 2) Irbene G0 – IRBE00LVA
(2007. gads, Ventspils novadā, Ventspils Starptautiskajā radioastronomijas centrā, IRBE);
- 3) Vaiņode G0 – VAIN00LVA
(2016. gads, Dienvidkurzemes novadā, VAIN);
- 4) Alūksne G0 – ALKS00LVA
(2018. gads, Alūksnes novadā, ALKS);
- 5) Daugavpils G0 – DLKS00LVA
(2019. gads, Daugavpilī, DLKS).

Bāzes stacija RIGA ir iekļauta IGS un EPN atskaites tīklā, savukārt bāzes stacija IRBE ir EPN atskaites tīkla sastāvdaļa. Plānots, ka trīs jaunās bāzes stacijas ar laiku kļūs par EPN atskaites tīkla sastāvdaļu.

LATREF bāzes stacijām ALKS, DLKS un VAIN nostiprinājums ir vienāds – 3 m augsts piramīdas formas masts, balstīts uz 3 m dziļumā esošās betona pamatnes (3. attēls).

Tips b1-015
Skats bez antenas
Izmēri centimetros

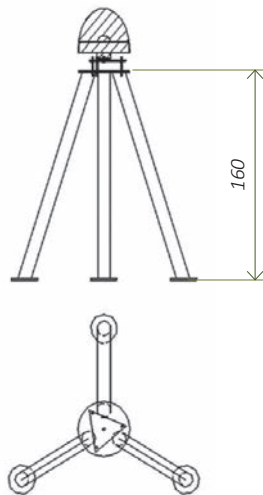


3. attēls.
ALKS bāzes stacijas nostiprinājums.



IRBE bāzes stacijas nostiprinājums ir 1,6 m masts un 5,13 m augsta betona pamatne (4. attēls).

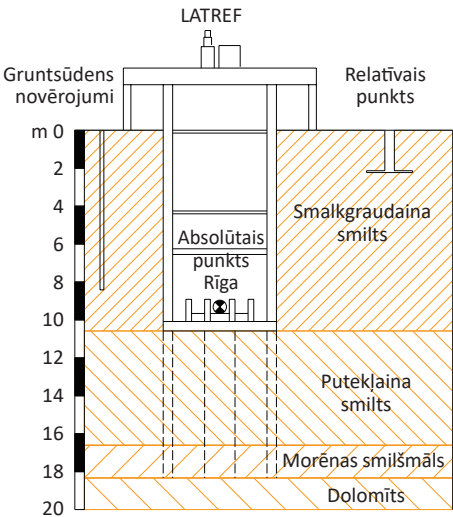
Tips b1-010
Skats bez antenas
Izmēri centimetros



4. attēls.
IRBE bāzes stacijas nostiprinājums.



RIGA bāzes stacijas nostiprinājums skatāms 5. attēlā. Antena piestiprināta pie konstrukcijas ar 8,5 cm augstu papildu stiprinājumu.



5. attēls.
RIGA bāzes stacijas nostiprinājums.

LATREF bāzes staciju mērījumu izlīdzināšanā izmantotas *IGS* un/vai *EPN* bāzes stacijas: BOR100POL (Polija), MAR600SWE (Zviedrija), ONSA00SWE (Zviedrija), VIS000SWE (Zviedrija), METS00FIN (Somija), MDVJ00RUS (Krievija), SVTL00RUS (Krievija), PULK00RUS (Krievija), POLV00UKR (Ukraina), POTS00DEU (Vācija), TOR200EST (Igaunija), TRO100NOR (Norvēģija) un VLNS00LTU (Lietuva) [18].

LATREF, *IGS* un *EPN* bāzes staciju saraksts ar mērījumu periodā izmantoto aprīkojumu atbilstoši *IGS* un *EPN* prasībām [19] ir apkopots 2. tabulā.

2. tabula

Bāzes staciju aprīkojums

Stacijas nosaukums	Uztvērēja nosaukums	Antenas nosaukums	
ALKS 10731M002	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
DLKS 10704M003	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
IRBE 10726M001	LEICA GR30	LEIAR25	LEIT
VAIN 10736M001	LEICA GR10/LEICA GR30*	LEIAR20	LEIM
RIGA 12302M002	LEICA GR25	LEIAR25.R4	LEIT
BOR1 12205M002	TRIMBLE NETR9	TRM59800.00	NONE
MAR6 10405M002	SEPT POLARX5	AOAD/M_T	OSOD

* 06.04.2020. bāzes stacijai VAIN nomainīts uztvērējs.

Stacijas nosaukums	Uztvērēja nosaukums	Antenas nosaukums	
MDVJ 12309M005	TPS NETG3	JPSREGANT_DD_E1	NONE
METS 10503S011	JAVAD TRE_3 DELTA	ASH700936C_M	NONE
ONSA 10402M004	SEPT POLARX5TR	AOAD/M_B	OSOD
POLV 12336M001	LEICA GR10	LEIAR10	NONE
POTS 14106M003	JAVAD TRE_3	JAVRINGANT_G5T	NONE
PULK 12305M001	TRIMBLE NETR9	TRM57971.00	NONE
SVTL 12350M001	JAVAD TRE_3 DELTA	JAVRINGANT_DM	JVDM
TOR2 10602M001	LEICA GR25	LEIAT504GG	LEIS
TRO1 10302M006	TRIMBLE NETR9	TRM59800.00	SCIS
VISO 10423M001	SEPT POLARX5	AOAD/M_T	OSOD
VLNS 10801M001	LEICA GRX1200+GNSS	LEIAR25.R4	NONE

Par visām izmantotajām bāzes stacijām sagatavota stacijas informācijas datne *.STA, kurā ir informācija par stacijas uztvērējiem, antenām un antenu augstumiem.

LATREF bāzes staciju koordinātu iegūšanai izmantotas *EPN/IGS* bāzes staciju (atbalststaciju) koordinātas divās *ITRF* realizācijās, jo ne visām izmantotajām bāzes stacijām bija publicētas koordinātas *IGS20* 2015. gada 1. janvāra epochā (3. tabula). Koordinātas un to ātrumi iegūti no *EPN FTP* servera [20], pēc tam atbalststaciju koordinātas pārrēķinātas uz *GNSS* mērījumu laiku *ITRF2020* realizācijā.

3. tabula

LATREF bāzes staciju koordinātu aprēķina pieņemtie nosacījumi

Versijas nosaukums	Kampaņu skaits	Nosakāmās stacijas	Atbalststacijas	Vektoru shēma	<i>ITRS</i> realizācija	Mērījumu ilgums
LATREFV8	1	ALKS, IRBE, DLKS, VAIN, RIGA	BOR1, MAR6, ONSA, MDVJ, TOR2*, VLNS*, METS, POLV, PULK*	Definēto vektoru shēma	<i>ITRF2020</i> un <i>ITRF2014*</i> (izmantotajām bāzes stacijām, kurām nebija publicēti dati <i>ITRF2020</i>)	01.03. – 23.05.2020. (84 sesijas)

LATREF bāzes staciju koordinātu iegūšanai izmantoti dati no 2020. gada 1. marta līdz 2020. gada 23. maijam, kas atbilst 2020. gada 61.–144. dienai (GNSS nedēļas 2095–2106).

Datu apstrādē izmantots datņu un modeļu kopums (1. pielikums).

LATREF bāzes staciju mērījumu izlīdzināti saskaņā ar *EPN* vadlīnijām analīzes centriem [21] un saskaņā ar *EUREF* sabiezināšanas noteiktajām vadlīnijām [22].

Globālās pozicionēšanas datu apstrāde veikta *Bernese 5.4* programmatūrā.

Katrai sesijai izmantota definēto vektoru shēma – divu sesiju neatkarīgie vektori kopā veido noslēgtas figūras starp stacijām (6. attēls).

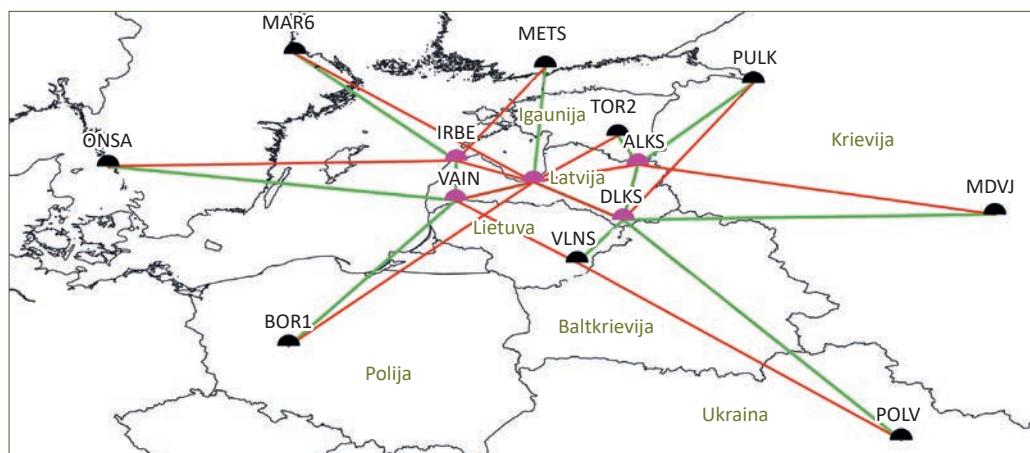
Gala risinājums ir LATREF bāzes staciju atskaites punkta koordinātas *ITRS* sistēmas *ITRF2020* realizācijā. Iegūto koordinātu epoha definēta kā aprēķinu perioda vidējā epoha 2020. gada 12. aprīlī.

LATREF bāzes staciju *ITRF2020* koordinātu standartnovirzes aprēķinam izmantotas LATREFV8 kampaņas 84 sesiju koordinātas. Rezultātā iegūtas LATREF bāzes staciju ģeodēzisko koordinātu (NEU – ģeodēziskais platums, ģeodēziskais garums un elipsoidālais augstums) standartnovirzes vērtības (3. tabula).

4. tabula

Stacijas nosaukums	Standartnovirze (84 sesiju risinājuma koordinātas pret gala risinājuma koordinātām)		
	σN , mm	σE , mm	σU , mm
ALKS	1,26	1,46	2,03
DLKS	1,30	1,52	2,15
IRBE	1,20	1,51	2,63
VAIN	0,44	0,65	2,31
RIGA	1,20	1,46	2,14

Transformācijai uz *ETRS* sistēmas *ETRF2020* realizāciju izmantots *EPN* mājaslapā pieejamais koordinātu transformācijas kalkulators [23]. Rezultātā iegūtas LATREF bāzes staciju XYZ koordinātas *ETRF2020* realizācijā. *ETRF2020* koordinātas ir tajā pašā epohā, kurā aprēķinātās koordinātas *ITRF2020* realizācijā – 2020. gada 12. aprīlis [18].



6. attēls.

Izmantotā definēto vektoru shēma.

LatPos bāzes staciju koordinātas LKS-2020

LatPos bāzes staciju koordinātas LKS-2020 koordinātu sistēmā, kas 2020. gada 12. aprīlī sakrīt ar koordinātām ETRF2020 realizācijā, noteiktas 27 LatPos bāzes stacijām, kam mērījumi bija pieejami izvēlētajā periodā. Izlīdzināšanā izmantotas tolaik LatPos tīklā iekļautās kaimiņvalstu pierobežas stacijas – četras LitPos un piecas EstPos stacijas. Šim mērķim LatPos bāzes stacijas tika izlīdzinātas pret piecām LATREF bāzes stacijām un to noteiktajām *IGS20 (ITRF2020)* koordinātām 2020. gada 12. aprīļa epohas realizācijā. Kopā ir izmantoti mērījumi no 41 stacijas [24], kas ar atbilstošajā periodā izmantoto aprīkojumu saskaņā ar *IGS* un *EPN* prasībām [19] ir norādītas 2. pielikumā.

Līdzīgi LATREF bāzes staciju izlīdzināšanai par visām izmantotajām bāzes stacijām sagatavota stacijas informācijas datne *.STA, kurā apkopota informācija par bāzes staciju uztvērējiem, antenām un antenu augstumiem.

Informācija par LatPos bāzes staciju nostiprinājumu pieejama Valsts ģeodēziskā tīkla datubāzē (<https://geodezija.lgia.gov.lv/VGT/>).

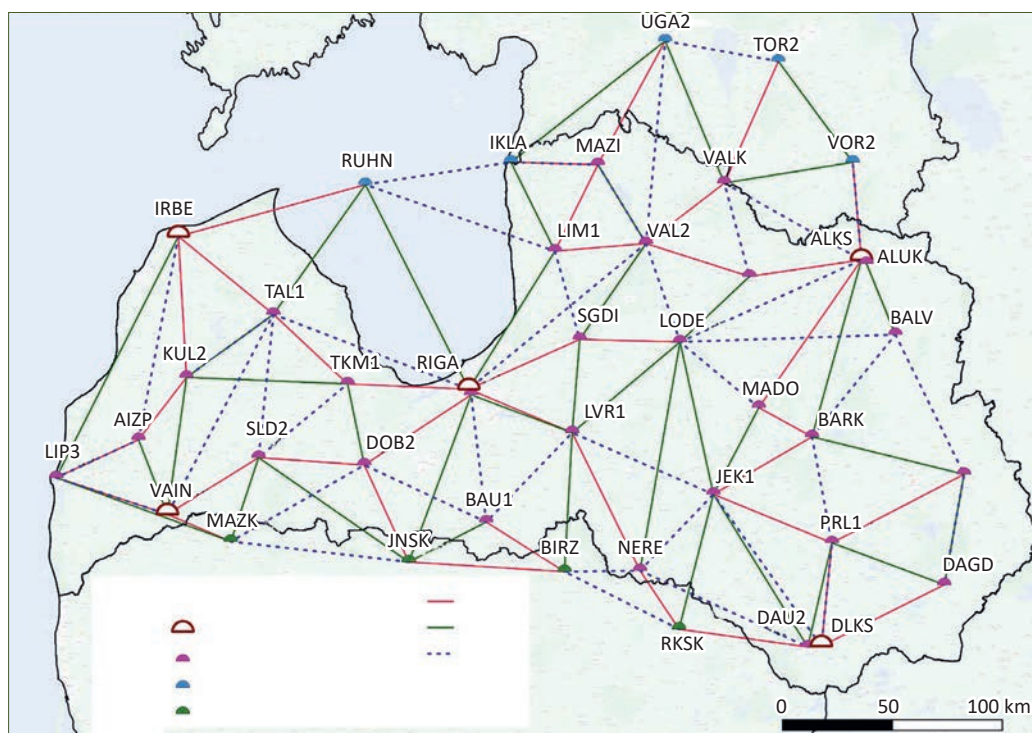
LatPos bāzes staciju LKS-2020 koordinātu iegūšanai izmantoti mērījumi no 2020. gada 11. aprīļa līdz 13. aprīlim, kas atbilst 2020. gada 102., 103. un 104. dienai (*GNSS* 2100. nedēļas beigas un 2101. sākums). Datu apstrādē izmantotas 1. pielikumā uzskaitītās datnes un modeļi.

Līdzīgi LATREF, arī LatPos globālās pozicionēšanas mērījumu izlīdzināšana veikta saskaņā ar *EPN* vadlīnijām analīzes centriem [21] un saskaņā ar *EUREF* sabiezināšanas

noteiktajām vadlīnijām [22]. Izlīdzināšanas programmatūrā izmantots dubultstarpību tīkla risinājums ar *NKG GNSS* analīzes centra izmantotajiem iestatījumiem.

Sesiju skaits un periods izvēlēts, vērtējot LATREF bāzes staciju koordinātu noteikšanas epochu, Eirāzijas plātnes kustības ātrumu *IGS20* koordinātu realizācijā un vektoru shēmu (neatkarīgie vektori, noslēgtas figūras starp bāzes stacijām visā mērījumu periodā, kā arī trīs īsie vektori starp stacijām RIGA–LGIA; ALKS–ALUK un DAU2–DLKS). Papildu nosacījums – LATREF aprēķināto koordinātu starpības pret oficiālajām LKS-2020 koordinātām mērījumu periodā nedrīkst pārsniegt 1 cm. Globālās pozicionēšanas datu apstrāde veikta *Bernese 5.4* programmatūrā.

Katrai sesijai izmantota sava definēto vektoru shēma – trīs sesiju neatkarīgie vektori kopā veido noslēgtas figūras starp stacijām (7. attēls).

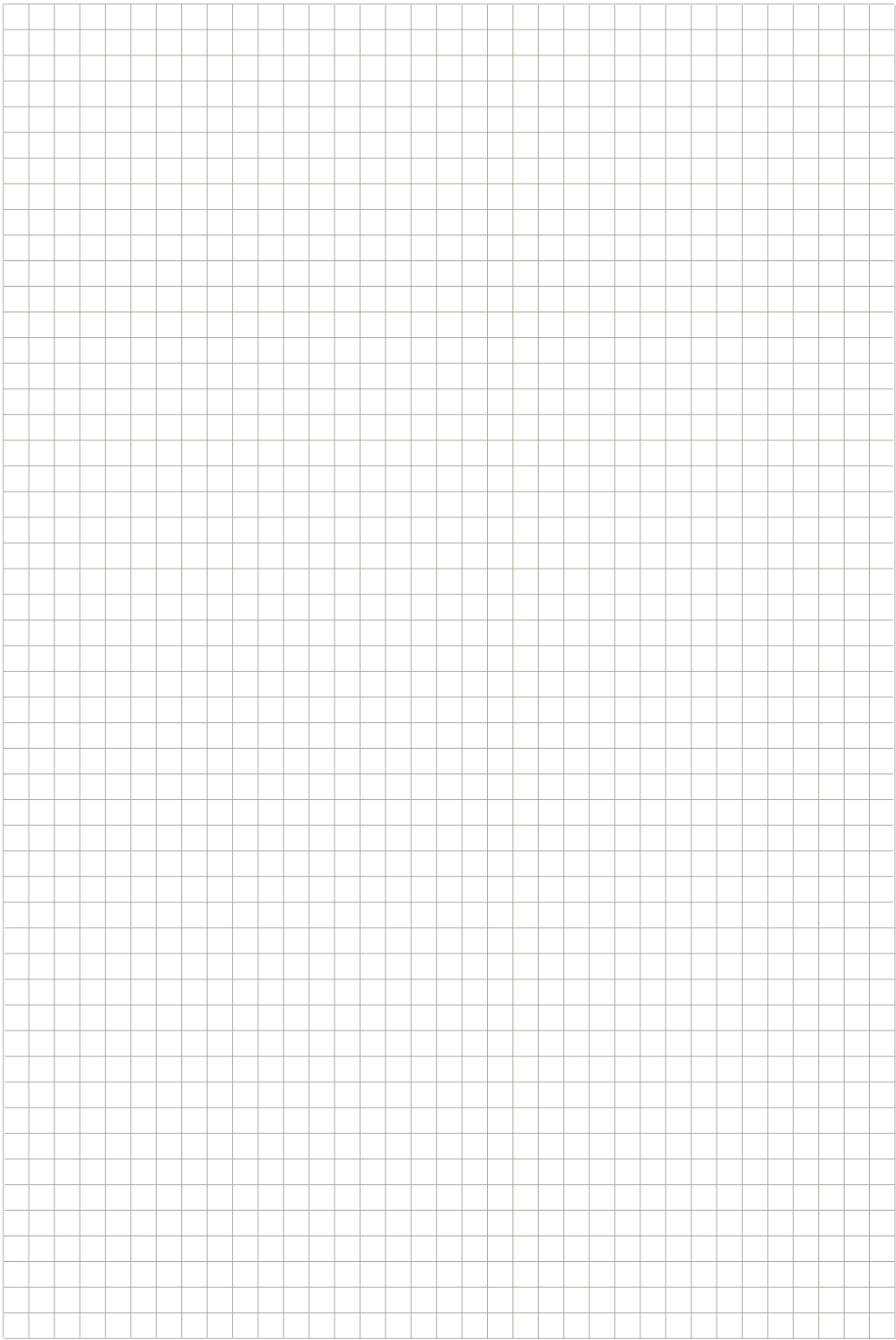


7. attēls.

Izmantotā definēto vektoru shēma.

Transformācijai uz *ETRS* sistēmas *ETRF2020* realizāciju, līdzīgi kā LATREF, izmantots *EPN* mājaslapā pieejamais koordinātu transformācijas kalkulators [23].

Rezultātā iegūtas LatPos bāzes staciju XYZ koordinātas *ETRF2020* realizācijā. *ETRF2020* koordinātas identiski *ITRF2020* aprēķinātajām ir 2020. gada 12. aprīļa epochas realizācijā [24].





8

7

6

5

4

3

2

1

Normālo augstumu sistēma

Latvijas normālo augstumu sistēma no 2014. gada 1. decembra ir integrēta vienotajā Eiropas Vertikālajā atskaites sistēmā *EVRS* (*European Vertical Reference System*), un tās realizācija ir Latvijas normālo augstumu sistēma epochā 2000,5 (turpmāk – LAS-2000,5) ar sākumpunktu – Amsterdamas pālis.

EVRS [25]

Eiropas Vertikālā atskaites sistēma (*EVRS*) ir kinemātiska augstumu atskaites sistēma. *EVRS* definīcija atbilst četriem starptautiskiem pieņēmumiem.

1. *EVRS* atskaites virsma definēta kā ekvipotenciāla virsma, kam ir nemainīgs Zemes gravitācijas lauka potenciāls:

$$W_0 = W_{0E} = \text{const.}$$

Tā ir Normālā Amsterdamas pāja (NAP) līmenī.

2. *EVRS* lieto SI sistēmas garuma mērvienību (metrs) un laika mērvienību (sekunde).
3. Augstuma komponente ir starpība ($-\Delta W_p$) starp Zemes gravitācijas lauka potenciālu (W_{0E}) caur noteiktajiem punktiem P un *EVRS* nulles līmeņa potenciālu W_p . Potenciālu starpību $-\Delta W_p$ apzīmē arī kā ģeopotenciāla vērtību c_p .

$$-\Delta W_p = c_p = W_{0E} - W_p$$

Normālais augstums ir vienāds ar ģeopotenciāla vērtību pie nosacījuma, ja ir definēts atskaites gravimetriskais lauks.

4. *EVRS* ir nulles plūdmaiņu sistēmā, kas atbilst 1983. gadā Hamburgā Starptautiskās Ģeodēzijas asociācijas *IAG* (*International Association of Geodesy*) pieņemtajām rezolūcijām Nr. 9 un Nr. 16.
EVRS ir trīs realizācijas: *EVRF2000*, *EVRF2007* un *EVRF2019* (*EVRF* – *European Vertical Reference Frame* – Eiropas Vertikālais atskaites tīkls).

EVRF2000 [26; 27]

EVRF2000 ir *EVRS* realizācija ar noteiktu labojumu Eiropas vienotajā nivelēšanas tīklā *UELN* (*United European Leveling Network*). Datu apstrāde un izlīdzināšana veikta *UEN* datu un aprēķinu centrā *BKG* (*Bundesamt für Kartographie und Geodäsie*) Leipcigā. *UEN*

realizācija 1995. gadā (*UELN95*) balstīta uz *UELN* 1973. gada realizācijas (*UELN73*) datiem. *UELN95* paplašināts pakāpeniski, izmantojot tīkla daļas, kas jau bija iekļautas *UELN73*, kā arī jaunos esošo tīklu sabiezinošos mērījumus, un pievienojot jaunos Centrāleiropas un Austrumeiropas nacionālo tīklu blokus, kas iepriekš nebija *UELN73* sastāvdaļa. Tīkls izlīdzināts ar ģeopotenciāla vērtībām, par zināmo izmantojot *UELN73* atskaites punktu – Amsterdamas pāli. Dalībvalstu iesniegtie dati bija dažādās plūdmaiņu sistēmās, tāpēc *EVRF2000* plūdmaiņu sistēma ir jaukta. Pārsvārā iesniegtie dati bija vidējo plūdmaiņu sistēmā.

1999. gada janvārī *UELN95/13* izlīdzināšanas versija iesniegta dalībvalstīm kā *UELN95/98* risinājums. Papildus datiem dalībvalstis saņēma izlīdzināšanas metodi un normālo augstumu aprēķinus skaidrojošo informāciju. Gadu vēlāk, pēc *EUREF* simpozija Trumsē (*Tromsø*), šim risinājumam dots nosaukums *EVRF2000* jeb Eiropas Vertikālais atskaites tīkls 2000 (*European Vertical Reference Frame 2000*).

EVRF2007 [26; 28]

EVRF2007 ir otrā *EVRS* realizācija. *EVRF2007* balstīta uz trīs elementu kombinētu stratēģiju: tīkls, atskaites virsma un atskaites tīkla izmaiņas laikā mērījumi.

EVRS realizācija *EVRF2007* bija nepieciešama, jo pēc *EVRF2000* aprēķināšanas *UELN* datu centrs saņēma daudz jaunus nivelēšanas datus. 14 valstis bija izveidojušas 1. klases nivelēšanas tīklu, un dalībvalstis tika lūgtas dalīties ar aktuālākajiem nivelēšanas datiem. Mērījumi, kas apkopoti *UELN* datubāzē, bija veikti dažādos laika periodos no 1910. gada līdz 2010. gadam. Projekta vājš punkts bija ilga mērījumu periods, ko daļēji varēja novērst, iespēju robežās reducējot datus uz vienotu epohu – 2000, izmantojot kinemātiskā tīkla pieeju un lietojot punktu ātrumu, piemēram, izmantojot zemes pacēluma modeli *NKG2005LU* atbilstošajā teritorijā, kas gan nenosedza visu projekta teritoriju. Veidojot *EVRF2007*, izvēlēti 13 atskaites punkti, kas atradās Eiropas plātnes stabilajās vietās un kas bija iekļauti *EVRS* realizācijā *EVRF2000*. Lai *EVRF2007* atbilstu *EVRS* definīcijai, ka tā ir nulles plūdmaiņu sistēmā, ģeopotenciāla starpības tika reducētas no vidējās plūdmaiņu sistēmas uz nulles plūdmaiņu sistēmu.

2008. gada decembrī *IAG* apakškomisija par Eiropas atskaites tīkliem *EUREF* (*IAG Subcommission for European Reference Frames*) nosūtīja visām dalībvalstīm datus un informāciju ar galīgo *EVRF2007* risinājumu.

EVRF2019 [29]

EVRF2019 ir jaunākā *EVRS* realizācija. Tā bija nepieciešama, jo kopš 2008. gada vairāk nekā puse datu bija mainījusies, turklāt četras valstis iesniedza datus pirmo reizi – Krievija (Eiropas daļa), Baltkrievija, Ukraina, Moldova.

EVRF2019 aprēķins balstīts uz *EVRs* definīciju un standartiem. Par atskaides punktiem izvēlēti 12 punkti, kas izmantoti arī *EVRF2007* aprēķinā. Tika pieņemts, ka atskaides punktu augstums nav mainījies – tātad punktu ātrums ir 0 mm/gadā. Izmantoti vairāki atskaides punkti, lai izslēgtu iespēju, ka kādam punktam tomēr ir mainījies augstums. Otrs svarīgais faktors – atskaides punktiem jābūt vienmērīgi izvietotiem visā nivelēšanas tīklā, lai izslēgtu sistemātisko kļūdu ietekmi, ja tādas būtu kādā konkrētajā zonā (valstī). Katram atskaides punktam jāatrodas citā valstī, kā arī jābūt ārpus apvidus, kur ir novērota Zemes virsmas vertikālā kustība.

EVRF2019 epoha ir 2000, jo tas ir aptuvenais visu valstu veikto nivelēšanas mērījumu vidējais laiks.

EVRF2019 izlīdzināts nulles plūdmaiņu sistēmā, iegūtie rezultāti konvertēti arī uz vidējo plūdmaiņu sistēmu, lai lietotājiem būtu pieejamas abas vērtības.

Normālais Amsterdamas pālis [26; 30]

Par *EVRs* sākumpunktu noteikts Amsterdamas pālis, saukts arī par Normālo Amsterdamas pāli (NAP) jeb Normālo Amsterdamas augstumu (*Normal Amsterdam Level*) (8. attēls).

NAP Amsterdamā ieviests jau 17. gadsimtā. Tajā laikā bieži notika plūdi un piedzīvota arī ūdens izsīkšana. Pēc traģiskajiem plūdiem 1675. gadā bija ieguldītas lielas pūles, lai aizsargātu valsts teritorijas zemākās vietas un iedzīvotājus. Paises ūdens līmeni mērija sistemātiski, no 1683. gada līdz 1684. gadam ūdens līmenis mērīts katru dienu. Vidējo novērojumu līmeni nosauca par Amsterdamas līmeni, lietoja saīsinājumu "A. P.". Šis vidējais jūras paisuma līmenis tika pieņemts par nulles līmeni jeb atskaides virsmu, un to izmantoja dambju un citu ūdens šķēršļu pastiprināšanai, šādi nodrošinot tiem pietiekamu augstumu. 1684. gadā Amsterdamas mērs Johanness Hude (*Johannes Hudde*) lika nostiprināt astoņus marmora akmeņus ap Vienradža slūžām (*Eenhoornsluis*) Amsterdamā. Katra akmens vidū bija horizontāla atzīme un uzraksts: "Jūras dambja augstums ir astoņas pēdas



8. attēls.
Normālais Amsterdamas pālis.

piecus tīkškus virs pilsētas līmeņa.” Šie marmora akmeņi, mūsdienās saukti par *Huddes-tenen* jeb Hudes akmeņiem par godu Amsterdamas mēram Hudem (*Hudde*), izmantoti kā indikatori, kas norāda, cik augstiem jābūt jūras dambjiem virs Amsterdamas līmeņa (A. P.). Pārreķinot Hudes akmeņu augstuma atzīmi SI sistēmas metros, noteiktais horizontālās atzīmes augstums katram akmenim ir 2,67 m virs Amsterdamas līmeņa. Divus gadsimtus vēlāk Amsterdamas augstums (A. P.) pārdēvēts par Amsterdamas normālo augstumu (NAP). Nosaukuma maiņas iemesls bija precīzāku mērījumu veikšana kopš 1875. gada. Starp A. P. un NAP nav nekādas atšķirības.

NAP ir definēti sākumdati – ģeopotenciāla vērtība, sasaiste ar ģeodēziskās atskaites sistēmas *GRS-80* (*Geodetic Reference System*) rotācijas elipsoīdu un Zemes smaguma spēks. Mūsdienās NAP uzturēšanā izmanto jaunākās tehnoloģijas – automatiskos augstumu fiksējošos instrumentus un *GNSS*.

Latvijas normālo augstumu sistēmas uzbūve [8; 31; 32; 33]

EVRS realizācija Latvijas teritorijā ir Latvijas normālo augstumu sistēma epohā 2000,5 jeb LAS-2000,5. Latvijas normālo augstumu sistēmu veido nivelēšanas tīkla 1. un 2. ka-ses līnijas, kas aptver visu Latvijas teritoriju (9. attēls). LAS-2000,5 sasaisti ar *EVRF2007* realizē 16 nivelēšanas tīkla 1. klases punkti.

LAS-2000,5 izveidota, izvirzot trīs galvenos mērķus:

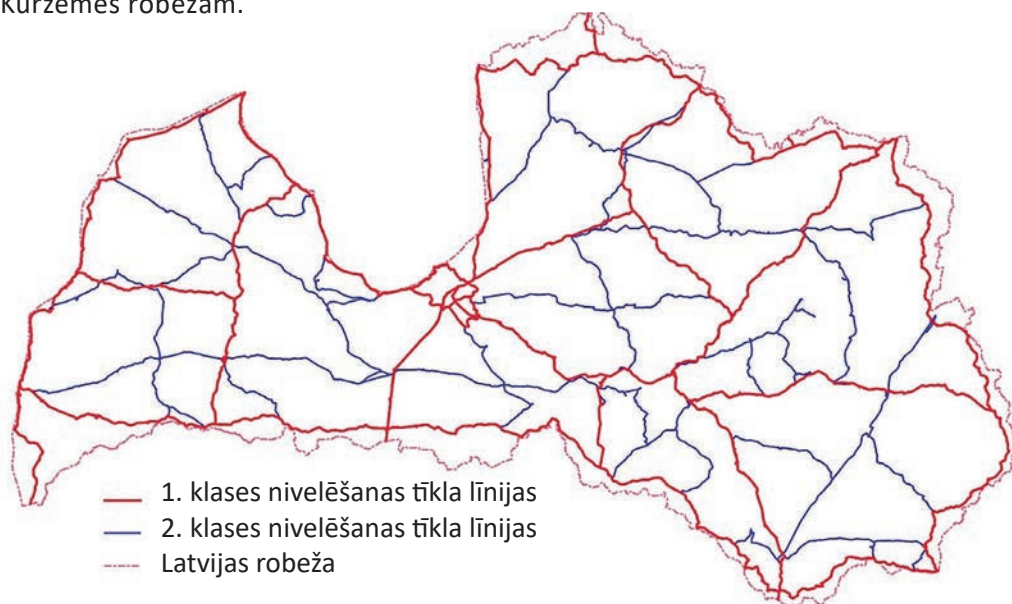
- 1) nodrošināt vienotu valsts augstumu sistēmu, kas ir pamats ģeodēziskajiem un kartogrāfiskajiem darbiem Latvijas teritorijā;
- 2) nodrošināt ģeodēzisko informāciju kvaziģeoīda modeļa precizēšanai un citiem zinātniski pētnieciskajiem darbiem;
- 3) pētīt Zemes virsmas vertikālo kustību.

1. klases nivelēšanas tīkls sastāv no 20 poligoniem, tos veido 51 nivelēšanas līnija, kuru kopējais garums ir 3108,7 km, nivelēšanas precizitāti raksturo standartnovirze 0,6 mm/km. Normālais augstums noteikts 2379 punktiem. Nivelēšanas darbi veikti lai-ka posmā no 2000. gada līdz 2010. gadam.

Latvijas 1. klases nivelēšanas tīkls pie Daugavpils, Elejas un Rucavas ir savienots ar Lietuvas 1. klases tīklu un pie Ainažiem, Ipiķiem, Apes, Valkas – ar Igaunijas nive-lēšanas tīklu, papildu savienojumi pie Rozēniem, Omuļiem un Rūpniekiem izveidoti 2021. gadā.

2. klases nivelēšanas tīklu veido 72 nivelēšanas līnijas, kuru kopējais garums ir 2904,7 km, tīkla precizitāti raksturo standartnovirze 1,7 mm. Normālais augstums no-teikts 605 punktiem. Nivelēšanas tīkla 2. klases pilnveidošana veikta laika posmā no 2012. gada līdz 2018. gadam.

2. klases nivelēšanas tīkls pilnveidots, sabiezinot 1. klases nivelēšanas tīklu, izmantojot vēsturisko informāciju par Latvijas teritorijā izpildītajiem mērījumiem laika posmā no 1922. gada līdz 1989. gadam, veicot atkārtotus kontrolmērījumus un veidojot jaunus nivelēšanas gājienus. 2. klases nivelēšanas tīkls pilnveidots pakāpeniski pa aptuvenajām kultūrvēsturisko novadu Latgales, Vidzemes, Zemgales un Kurzemes robežām.



9. attēls.

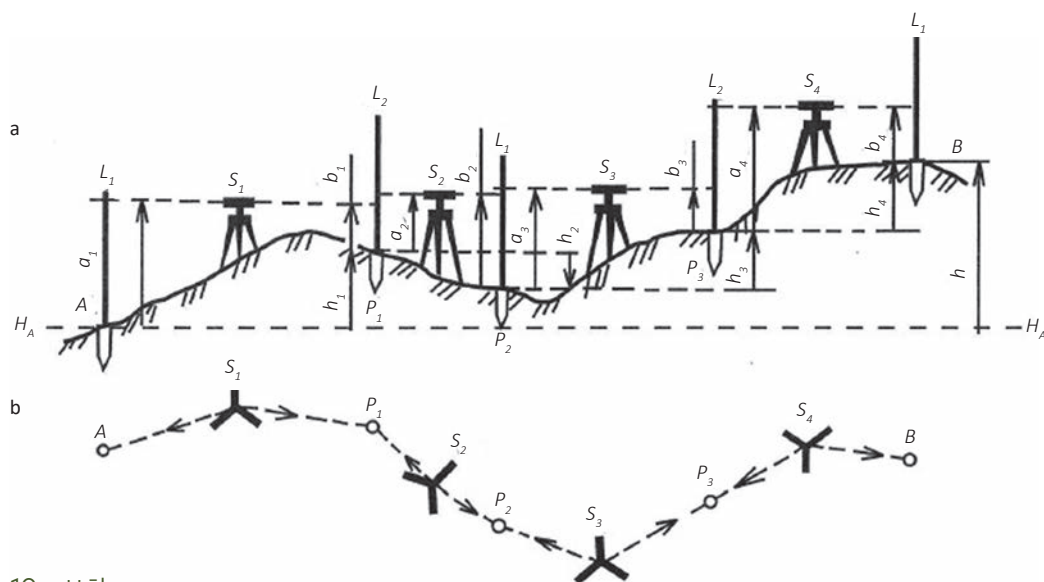
Latvijas nivelēšanas tīkls.

Precīzā nivelēšana [31; 33; 26; 34]

Nivelēšana ir darbību kopums punktu savstarpējā paaugstinājuma noteikšanai. Ir vairāki nivelēšanas veidi, bet par visprecīzāko atzīst ģeometrisko nivelēšanu. Precīzās nivelēšanas metodikas pamatā ir ģeometriskā nivelēšana no vidus bāzes, lai samazinātu visas iespējamās nivelēšanas kļūdas.

Nivelēšanā pastāv šādi jēdzieni: nivelēšanas stacija, nivelēšanas sekcija, nivelēšanas gājiens un nivelēšanas līnija. **Nivelēšanas stacija** ir nivelēšanas sekcijas posms starp diviem blakus esošiem saistpunktiem ar noteiktu viduspunktu, kurā uzstāda nivelieri. **Nivelēšanas sekcija** ir nivelēšanas gājiena posms starp blakus esošām pastāvīgi nostiprinātām nivelēšanas zīmēm. **Nivelēšanas gājiens** ir paaugstinājuma noteikšana vairākās savstarpēji saistītās nivelēšanas sekcijās. **Nivelēšanas līnija** ir nivelēšanas gājiens vai nivelēšanas gājienu virkne starp nivelēšanas līniju mezglu punktiem.

Divu punktu savstarpējā paaugstinājuma noteikšanai, ja starp tiem nav tiešās redzamības, veido nivelēšanas gājienu, ievērojot saliktās nivelēšanas principu.



10. attēls.

Saliktā nivelēšana: a – nivelēšanas gājiena skats profilā; b – nivelēšanas gājiena skats plānā [34].

10. attēlā parādīts saliktās nivelēšanas princips – nivelēšanas gājiens sadalīts stacijās S_1 , S_2 , S_3 un S_4 ar saistpunktiem P_1 , P_2 un P_3 . Nivelēšanas gājiena punkta B paaugstinājumu (h) virs punkta A var aprēķināt, saskaitot gājiena atsevišķajās stacijās iegūtos paaugstinājumus h_1 , h_2 , h_3 un h_4 .

$$h - h_1 + h_2 = h_3 = h_4$$

Nivelēšanas gājiena beigu punkta paaugstinājums virs sākuma punkta ir vienāds ar atsevišķās stacijās noteikto paaugstinājumu algebrisko summu. Vispārīgā gadījumā nivelēšanas gājienam ar n stacijām paaugstinājumu starp dotajiem punktiem aprēķina:

$$h = \sum_{i=1}^n h_i.$$

Paaugstinājumus katrā stacijā atsevišķi aprēķina:

$$\begin{aligned} h_1 &= a_1 - b_1 \\ h_2 &= a_2 - b_2 \\ h_3 &= a_3 - b_3 \end{aligned}$$

jeb

$$h_n = a_n - b_n.$$

Iegūstot vienādojumu abu pušu summas, iegūta formula:

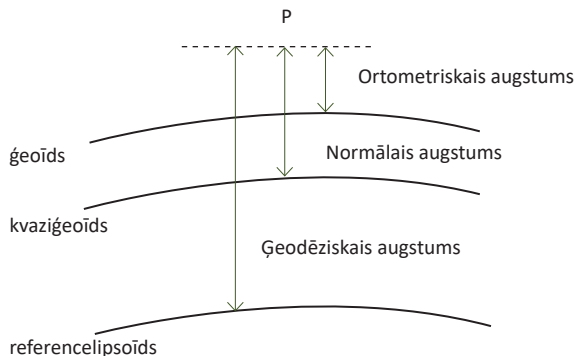
$$\sum_{i=1}^n h_i = \sum a - \sum b,$$

tātad

$$h = \sum a - \sum b.$$

Saskaņā ar pēdējo formulu nivelēšanas gājiena pēdējā punkta paaugstinājumu virs sākuma punkta iegūst, no atsevišķu staciju aizmugurējo latu nolasījumu summas atņemot staciju priekšējo latu nolasījumu summu.

Izpildot precīzo nivelēšanu, iegūst paaugstinājumu starp diviem punktiem uz Zemes virsmas. Par punkta augstumu sauc attālumu pa normāli no punkta līdz atskaites virsmai. Par atskaites virsmu globālajā ģeodēzijā un ģeodēziskajos mērījumos pieņem rotācijas elipsoīdu (referencilipsoīdu), kvaziģeoīdu un ģeoīdu, un augstums virs pieņemtās atskaites virsmas attiecīgi ir ģeodēziskais, normālais un ortometriskais augstums (11. attēls).



11. attēls.

Augstumu veidi un atskaites virsmas.

Punkta normālā augstuma iegūšanai vispirms aprēķina normālo paaugstinājumu, ieviešot trīs izmērītā paaugstinājuma labojumus:

- 1) nivelēšanas labojumu;
- 2) epohas labojumu;
- 3) gravimetrisko labojumu.

Datu izlīdzināšanā izmanto tikai normālos paaugstinājumus.

Punktu normālo augstumu apzīmē ar H un nosaka metros (m). Nivelēšanas tīkla izlīdzināšanā un punktu augstuma aprēķinos izmanto LKS TM koordinātas.

Nivelēšanas punkti un prasības [33; 35]

Nivelēšanas punktus dabā nostiprina ar nivelēšanas zīmēm, ko iedala divās grupās: fundamentālie reperi, kas ilgstoši saglabā nemainīgu augstumu un nodrošina vienotu augstumu sistēmu visā valsts teritorijā, un pārējās zīmes (grunts reperi, sienas reperi un sienas markas), kuru augstums ir nemainīgs nivelēšanas periodā un kuri nodrošina nivelēšanas tīkla praktisko izmantošanu, t. i., zemākas precizitātes nivelēšanas gājienu pieslēgšanu.

Ģeodēzisko punktu iekļaušanai nivelēšanas tīklā jāņem vērā šādi nosacījumi:

- grunts zīmes (fundamentālie un grunts reperi) nostiprināšana gruntī ne seklāk par 1,40 m;
- sienas zīmes nostiprināšana tikai stabilās būvēs bez plaisām un redzamiem bojājumiem;
- sienas repera augstākā punkta nepārprotama noteikšana latas uzstādīšanai uz tā.

Grunts zīmes ierīko vietās, kur gruntsūdens līmenis nav augstāks par grunts sasalšanas dziļumu un ir labvēlīgi apstākļi globālās pozicionēšanas mērījumu veikšanai. Pēc grunts zīmes ierīkošanas jānogaida vismaz viens gads pirms plānotās nivelēšanas, jo ir jāņem vērā pazemes ūdeņu ikgadējie procesi un grunts dabīgais stabilizācijas periods vai arī jāveic grunts laistīšanas darbi.

Sienas zīmes ierīko ēkās vai būvēs ar dziļiem, stabiliem pamatiem bez redzamiem fasādes bojājumiem un plaisām, labāk senākās ēkās vai būvēs. Sienas zīmes ierīko vismaz vienu nedēļu pirms plānotās nivelēšanas.

Fundamentālos reперus ierīko nivelēšanas līniju mezglu punktos, kas atrodas vismaz divu nivelēšanas līniju krustpunktā.

Katram nivelēšanas punktam ir piešķirts unikāls nosaukums, kas ir svarīgi punkta identifikēšanai dabā, un kods, ko izmanto nivelēšanas gājiena aprēķināšanā un nivelēšanas tīkla izlīdzināšanā.

Attālums starp nivelēšanas punktiem neatkarīgi no nivelēšanas klases pilsētās un apdzīvotās vietās ar blīvu apbūvi ir 2 km, bet ārpus pilsētām un apdzīvotām vietām, kā arī pilsētās un apdzīvotās vietās bez blīvas apbūves nivelēšanas 1. klasē nepārsniedz 3 km un nivelēšanas 2. klasē – 5 km.

Instrumenti un to pārbaudes [33; 35]

Precīzajā jeb 1. un 2. klases nivelēšanā izmanto digitālos nivelierus (piemēram, *Leica LS15*, *Trimble DiNi 03*) un invara sloksnes svītru koda latus. Digitālā niveliera tālskata palielinājumam jābūt ne mazākam par 30 reizēm, vizūras horizontēšanas kļūdai – ne lielākai par 0,3 sekundēm un sfēriskā līmeņrāža jutībai – ne lielākai par 8'/2 mm. Nivelēšanas latām jābūt aprīkotām ar diviem sfēriskajiem līmeņrāžiem, kuru jutība nav lielāka par 12'/2 mm, invara sloksnei jānosaka lineārais termiskās izplešanās koeficients. Nivelēšanā izmanto koka statīvu ar neregulējamām kājām.

Pirms nivelēšanas darbu uzsākšanas veic niveliera un latu pārbaudi. Vienu reizi gadā veic digitālā niveliera un invara sloksnes latu kalibrēšanu starptautiski atzītā un sertificētā institūcijā, piemēram, Somijas Ģeotelpiskās pētniecības institūtā, kas izsniedz niveliera un latu kalibrēšanas sertifikātus. Tajos iekļauta informācija par katras kalibrētās latus invara sloksnes lineāro termiskās izplešanās koeficientu α un vidējo latus metra garumu m_0 . Vismaz divas reizes mēnesī nivelēšanas darbu laikā pārbauda niveliera vizūras līnijas slīpuma leņķi pēc Forstnera metodes (3. pielikums).

Reizi gadā, pirms nivelēšanas darbu uzsākšanas, veic latus pēdas plaknes perpendikularitātes latus asij pārbaudi (4. pielikums). Reizi mēnesī, jau nivelēšanas darbu laikā, veic latus ieliekuma pārbaudi, lai novērotu izmaiņas, kas var veidoties latu transportēšanas un ekspluatācijas laikā (5. pielikums). Ja, pārbaudot latus ieliekumu, konstatēts, ka ieliekums ir lielāks par 5 mm, tad darba pārtraukumos latus novieto horizontāli, atbalstītas galos, ar izliekumu uz augšu. Nivelēšanas laikā katru dienu veic latus sfērisko līmeņrāžu pārbaudi. Uztāda latu vertikāli, izmantojot sfērisko līmeņrādi, un notur nekustīgi ar atbalstkārtīm. Vizējot uz latu, niveliera tālskata tīkliņa vertikālajai svītrai jāsakrīt ar latus asi. Pārbaudi atkārtoti, pagriežot latu par 90°, t. i., ar sānu pret nivelieri. Niveliera tālskata tīkliņa vertikālajai svītrai jāsakrīt ar latus sāna šķautni. Ja konstatētas novirzes, veic sfēriskā līmeņrāža regulēšanu.

Par niveliera un latu pārbaudes darbiem sagatavo pārbaudes protokolus, tos pievieno izpildīto nivelēšanas darbu pārskatam.

Nivelēšanas darbu secība [33; 35]

Nivelēšanas darbu secību iedala trīs posmos: nivelēšanas trases sagatavošana, instrumenta sagatavošana mērīšanai un nivelēšanas process.

Nivelēšanu drīkst veikt, ja:

- vizūras attēls ir stabils, nepārvietojas un ir nodrošināta precīza niveliera tālskata tīkliņa svītru savietošana ar latus svītru;
- vēja ātrums nepārsniedz 10 m sekundē;
- temperatūras svārstības nivelēšanas laikā nepārsniedz 10 °C;
- temperatūras diapazons ir no –5 °C, ja zeme nav sasalusi, līdz +25 °C.

Pirms nivelēšanas sagatavo nivelēšanas trasi – atzīmē nivelēšanas stacijas (saistpunktu vietas) sekcijā ar gruntī iedzītām tapām, uz tām nivelēšanas laikā vertikāli uzstāda latas pēc sfēriskā līmeņrāža un notur nekustīgi ar divām atbalstkārtīm. Parasti stacijas atzīmē visā nivelēšanas sekcijā. Ja tas nav iespējams, ar tapām atzīmē vienu vai divas nākamās stacijas un nivelējot atstāj atzīmētu iepriekšējo staciju. Ja nivelēšanas sekcijā atpakaļvirzienā izmanto turpvirzienā iedzītās tapas, pirms nivelēšanas atpakaļvirzienā pārliedzinās par to stabilitāti. Staciju skaitu turpvirzienā un atpakaļvirzienā veido vienādu un pāra skaitļa. Attālumu no niveliera stāvpunkta līdz saistpunktiem (latām) stacijā mēra ar tievu tērauda trosi vai ruleti.

Nivelēšanas sekcijas saistpunktos latas uzstāda uz nivelēšanas tapām (12. attēls). Nivelējot pa cietu, sausu un akmeņainu grunti, izmanto 30–35 cm garas un 2,5–3,0 cm diametra tērauda tapas. Nivelējot pa asfaltu, lieto 5–7 cm garas un 0,6–0,8 cm diametra tērauda naglas, kurām ir sfēriskas galvas 1,5–1,8 cm diametrā un kuras ir 0,7 cm garas. Nivelējot pa mīkstu un mitru grunti, izmanto 50–70 cm garas skrūvtapas.



12. attēls.
Nivelēšanas tapas.

Nivelieri novieto uz statīva ēnā, lai instruments pielāgojas darba vides temperatūrai. Optimālais instrumenta pielāgošanās laiks ir 2 minūtes par katru grāda atšķirību starp niveliera glabāšanas un darba vides temperatūru. Niveliera pasargāšanai no saules stariem vai lietus izmanto saulesargu vai komplektācijā esošo lietus pārsegu.

Nivelēšanu uzsāk stundu pēc saullēkta un pabeidz stundu pirms saulrieta. Katru nivelēšanas sekciju nivelēšanas gājienā nivelē turpvirzienā un atpakaļvirzienā, nivelējot katru sekciju dažādās dienas daļās, ievērojot tā saukto astotnieka principu, lai izslēgtu plūdmaiņu ietekmi uz mērījumiem. Turpvirzienā un atpakaļvirzienā sekciju vai gājienu nivelē pa vienu un to pašu trasi. Pārejot sekcijā no turpvirziena uz atpakaļvirzienu, latas un to

turētāji mainās vietām – turpvirziena sekcijas priekšējā lata ir atpakaļvirziena sekcijas aizmugurējā lata. Nivelētājam pārejot uz nākamo staciju, priekšējo latu noņem no tapas, lai neveicinātu tapas augstuma izmaiņas.

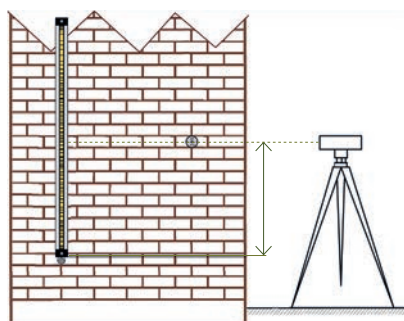
Nolasījumus uz latu nepāra stacijās izpilda šādā secībā: aizmugurējā lata – priekšējā lata – priekšējā lata – aizmugurējā lata. Pāra stacijās: priekšējā lata – aizmugurējā lata – aizmugurējā lata – priekšējā lata, nivelieri izvēloties mērīšanas programmu *aBFFB*.

Pārejot uz nākamo staciju, saulainā laikā nivelieri apklāj ar baltu auduma pārsegu un lietus laikā – ar komplektācijā esošo lietus pārsegu. Lai mērījumu laikā samazinātu sistematisko kļūdu veidošanos, ir svarīgi ievērot, ka, uzstādot nivelieri stacijas stāvpunktā, statīva divas kājas novieto nivelēšanas sekcijas virzienā, bet trešo – pārmaiņus pa labi un pa kreisi no nivelēšanas virziena uz priekšējo latu.

Pāra nivelēšanas stacijās fiksē instrumenta augstumā izmērīto gaisa temperatūru (vienība 0,1 °C).

Nivelēšanas gājiena sekciju sāk un beidz uz pastāvīga ģeodēziskā punkta. Ja turpmākie nivelējumi var ietekmēt mērījumu precizitāti, piemēram, uznāk spēcīgas vēja brāzmas vai citi nelabvēlīgi apstākļi, pieļaujams nivelēšanu pārtraukt uz trīs skrūvtpām, tādā veidā saglabājot pēdējās divas stacijas. Ja nivelēšanas sekciju pārtrauc uz trīs skrūvtpām, lauka žurnālā ieraksta pēdējo divu staciju paaugstinājumu. Pēc nivelēšanas pārtraukuma vispirms atkārti nivelēšanu pēdējā nivelēšanas stacijā, ja paaugstinājums stacijā atšķiras no iepriekš izmērītā paaugstinājuma šajā nivelēšanas stacijā vairāk par 0,5 mm, tad arī priekšpēdējā. Ja priekšpēdējā stacijā paaugstinājums atšķiras no iepriekš izmērītā paaugstinājuma šajā stacijā vairāk par 0,5 mm, tad nivelēšana sekcijā ir jāatkārto.

Noslēdzot nivelēšanas gājiena sekciju uz sienas marku, nelielā attālumā no tās ierīko pagaidu punktu. Paaugstinājumu starp sienas marku un pagaidu punktu nosaka šādi – ar nivelieri vizē uz sienas markas centru, nemainot vizūras augstumu, vizē uz latu, kas vertikāli uzstādīta uz pagaidu punkta, un veic latus nolasījumus. Mērījumus atkārti vismaz trīs reizes. Pagaidu punktu var neierīkot, ja blakus sienas markai atrodas sienas repers. Uz tā ir iespējams novietot latu un veikt nolasījumus (13. attēls).



13. attēls.
Nivelēšanas gājiena
noslēgšana uz sienas marku.

Nivelēšanā uz lauka iegūtos mērījumu rezultātus ieraksta nivelēšanas lauka žurnālā (6. pielikums) un niveliera datu lejupielādes datnē (digitāli). Ierakstus nivelēšanas lauka žurnālā izdara skaidrā rokrakstā ar zīmuli, korekti aizpildot visas nepieciešamās ailes.

Ja ēkas rekonstrukcijas gaitā sienas reperu paredzēts iznīcināt, tad tā vietā var ierīkot sienas marku vai, ja sienas repera konstrukcija ļauj, sienas reperu pārveido par marku, repera centrā izurbjot līdz 2 mm diametrā lielu urbumu. Šādas sienas markas augstumu nosaka, pārnesot sienas repera augstumu uz sienas marku. Sienas repera ar zināmo augstumu tuvumā ierīko pagaidu punktu. Iegūst paaugstinājumu starp sienas reperu un pagaidu punktu un aprēķina pagaidu punkta augstumu H_{pp} . Mērījumus sienas markai piesaista, vizējot uz markas centru un veicot nolasījumu N_{sm} uz pagaidu punktā uzstādīto latu. Sienas markas augstumu H_{sm} aprēķina, pagaidu punkta augstumam pieskaitot latas nolasījumu N_{sm} :

$$\begin{aligned} H_{pp} &= H - h_{mēr}, \\ H_{sm} &= H_{pp} + N_{sm}, \end{aligned}$$

kur

H_{sm} – sienas markas normālais augstums;

H_{sr} – sienas repera normālais augstums;

H_{pp} – aprēķinātais pagaidu punkta augstums;

N_{sm} – latas nolasījums ar vizūru uz sienas markas centru;

$h_{mēr}$ – paaugstinājums starp sienas reperu un pagaidu punktu.

Konkrētu darbību apraksts augstuma pārņemšanai no sienas repera uz sienas marku sniegts metodikā “Normālā augstuma pārņemšana no sienas repera uz sienas marku” (7. pielikums).

Nivelēšanas precizitātes prasības [26; 33; 35]

1. klases nivelēšanā maksimālais vizūras garums nedrīkst pārsniegt 40 m, bet 2. klases nivelēšanā – 60 m. Vizūras garumu starpība stacijā nedrīkst pārsniegt 0,5 m un starpību uzkrāšanās gājienā – 1,0 m 1. klases nivelēšanā. Savukārt 2. klases nivelēšanā vizūras garumu starpība stacijā nedrīkst būt lielāka par 1,0 m un starpību uzkrāšanās gājienā – 2,0 m. Lai novērstu vizūras garumu starpību stacijā un uzkrāšanos gājienā, nivelēšanas laikā pārbauda faktisko starpību, apskatot datus instrumenta atmiņā. Vizūras garumu iespējams korigēt, nivelējumu laikā novirzot instrumentu no atzīmētās stacijas vietas, bet nepārsniedzot noteiktās precizitātes prasības stacijā.

Vizūras līnijas augstumam virs zemes virsmas 1. klases nivelēšanā jābūt lielākam par 0,7 m un 2. klases nivelēšanā – par 0,5 m. Lai novērstu vizūras līnijas augstuma kļūdu, pirms nivelēšanas uzsākšanas instrumenta iestatījumos atzīmē nepieciešamo vizūras līnijas augstuma virs zemes vērtību. Ja pieļaujamais vizūras līnijas augstums virs zemes

tiek pārsniegts (tas ir zem 0,7 m vai 0,5 m atkarībā no nivelējumu klases), instruments ziņo par mērījumu kļūdu.

Starpība starp diviem izmērītajiem paaugstinājumiem stacijā neatkarīgi no nivelēšanas klases nedrīkst pārsniegt 0,3 mm. Ja paaugstinājumu starpība nivelēšanas stacijā pārsniedz 0,3 mm, mērījumus stacijā atkārti, iepriekš mainot niveliera augstumu.

Nivelēšanas precizitāti sekcijā raksturo sekcijas paaugstinājumu starpība starp turpvirzienā un atpakaļvirzienā izmērīto paaugstinājumu, kas 1. klases nivelēšanā nedrīkst pārsniegt 1,5 mmVL un 2. klases nivelēšanā – 3 mmVL, kur L ir sekcijas garums kilometros. Ja paaugstinājumu starpība pārsniedz pieļaujamo, nivelēšanu sekcijā atkārti turpvirzienā, ja nepieciešams, – arī atpakaļvirzienā.

Pieļaujamā nivelēšanas līnijas, gājiena vai poligona nesaiste 1. klases nivelēšanā nedrīkst pārsniegt 2 mmVL, bet 2. klases nivelēšanā – 4 mmVL, kur L ir gājiena garums vai poligona perimetrs kilometros. Ja pieļaujamā nivelēšanas līnijas, gājiena vai poligona nesaiste pārsniedz pieļaujamo, jāveic datu analīze un, ja nepieciešams, attiecīgajās sekcijās mērījumi jāatkārto.

Nivelēšanas datu apstrāde [26; 35; 36; 37]

Punkta normālā augstuma aprēķināšanai ir nepieciešams normālais paaugstinājums. To iegūst pēc trīs labojumu ieviešanas nivelētajiem paaugstinājumiem. Nivelēšanas labojums ietver latas metra garuma, latas invara sloksnes lineārā termiskās izplešanās koeficienta un temperatūras labojuma aprēķinu katras sekcijas turpvirzienā un atpakaļvirzienā izmērītajam paaugstinājumam, no kuriem aprēķina vidējo paaugstinājumu ar nivelēšanas labojumu. Epohas labojumu aprēķina vidējam paaugstinājumam ar nivelēšanas labojumu. Gravimetrisko labojumu aprēķina vidējam paaugstinājumam ar nivelēšanas un epohas labojumu, rezultātā iegūstot normālo paaugstinājumu.

Paaugstinājumu saraksts

Pēc izpildītajiem mērījumiem sastāda paaugstinājumu sarakstu katrai nivelēšanas sekcijai, gājienam vai līnijai (8. pielikums). Paaugstinājumu sarakstā ieraksta informāciju no nivelēšanas lauka žurnāla (sekciju garumu km, nivelēšanas dienas datumu, staciju skaitu sekcijā, vidējo gaisa temperatūru, izmērīto paaugstinājumu) un kalibrēšanas sertifikātiem, aprēķina nivelēšanas labojumu un veic aprēķinus paaugstinājumu kvalitātes novērtēšanai.

Par izpildīto nivelējumu kvalitāti pārliecinās, aprēķinot faktisko paaugstinājumu starpību sekcijā. Tā nedrīkst pārsniegt pieļaujamo. Gan faktisko, gan pieļaujamo paaugstinājumu

starpību aprēķina milimetros. Starpību starp sekcijas turpvirzienā un atpakaļvirzienā izmērīto paaugstinājumu aprēķina:

$$h_f = (h_t - (h_a(-1))) \cdot 1000,$$

kur

h_f – faktiskā paaugstinājumu starpība (mm);

h_t – paaugstinājums turpvirzienā (m);

h_a – paaugstinājums atpakaļvirzienā (m).

Ja faktiskā paaugstinājumu starpība nepārsniedz pieļaujamo, aprēķina nivelēšanas labojumu katras sekcijas turpvirzienā un atpakaļvirzienā izmērītajam paaugstinājumam un vidējo paaugstinājumu ar nivelēšanas labojumu. Ja faktiskā paaugstinājumu starpība pārsniedz pieļaujamo, nivelējumi jāatkārto vispirms vienā virzienā, ja nepieciešams, – arī otrā virzienā.

Nivelēšanas labojums

Katras sekcijas izmērītajam paaugstinājumam aprēķina nivelēšanas labojumu, ko veido četri lielumi:

- latu komplekta vidējais metra garums, kas noteikts, kalibrējot latus;
- vidējais latu invara slokšņu lineārais termiskās izplešanās koeficients, kas noteikts, kalibrējot latus;
- temperatūra latu kalibrēšanas laikā;
- vidējā temperatūra nivelēšanas laikā.

Nivelēšanas labojumu aprēķina:

$$L = h(m_0 + \alpha(T - T_e)),$$

kur

L – nivelēšanas labojums (m);

h – izmērītais paaugstinājums turpvirzienā vai atpakaļvirzienā (m);

m_0 – latu komplekta vidējais metra garums (m);

α – vidējais latu invara slokšņu lineārais termiskās izplešanās koeficients;

T – vidējā gaisa temperatūra nivelēšanas sekcijas turpvirzienā vai atpakaļvirzienā (°C);

T_e – temperatūra latu kalibrēšanas laikā (°C).

Vidējo gaisa temperatūru nivelēšanas gājiena sekcijas turpvirzienā vai atpakaļvirzienā aprēķina, izmantojot informāciju no lauka žurnāla, bet temperatūru latu kalibrēšanas laikā iegūst no kalibrēšanas sertifikātiem.

Katru latu kalibrē atsevišķi, un katrai latai iegūst vidējo latus metra garumu un vidējo latus invara sloksnes lineāro termiskās izplešanās koeficientu. Latu komplekta vidējo

metra garumu apzīmē ar m_0 , un tā ir vidējā vērtība no katras latas kalibrēšanas rezultātā iegūtā vidējā metra garuma.

Vidējo latu invara sloksnes lineāro termiskās izplešanās koeficientu kalibrēšanas sertifikātā apzīmē ar α , un to iegūst, aprēķinot abu lielumu vidējo vērtību.

Pēc nivelēšanas labojuma aprēķināšanas un izmērītā paaugstinājuma izlabošanas aprēķina vidējo sekcijas izlaboto paaugstinājumu.

Gājiena mērījumu kvalitātes novērtēšana

Lai pārliecinātos par gājiena mērījumu kvalitāti, aprēķina gājiena faktisko nesaisti, kas nedrīkst pārsniegt gājiena pieļaujamo nesaisti. Gājiena galapunktu augstumu izmanto gājiena teorētiskā paaugstinājuma aprēķinā (gājiena galapunktu augstuma starpība). Gājiena faktisko nesaisti aprēķina:

$$f = \sum h_{\text{vid}} - (H_b - H_s),$$

kur

f – gājiena faktiskā nesaiste (m);

$\sum h_{\text{vid}}$ – vidējo paaugstinājumu ar nivelēšanas labojumu summa (m);

H_b – gājiena beigu punkta normālais augstums (m);

H_s – gājiena sākuma punkta normālais augstums (m).

Ja gājiena faktiskā nesaiste pārsniedz gājiena pieļaujamo nesaisti, tad pēc iespējas izvēlas citus zināmos punktus, kas iekļauti gājienā, jo pastāv varbūtība, ka kāds no dotajiem punktiem nav stabils un ir mainījis savu raksturlielumu – normālo augstumu. Ja, izmantojot citus zināmos punktus, atkārtoti aprēķina faktisko nesaisti un tā pārsniedz gājiena pieļaujamo nesaisti, tad veic papildu mērījumus.

Mērījumu kvalitāti raksturojošie precizitātes rādītāji

Katram nivelēšanas gājenam, kas garāks par vienu sekciju, papildus aprēķina kopējo mērījumu kvalitāti raksturojošos precizitātes rādītājus: gājiena kilometrisko vidējo kvadrātisko kļūdu uz gājiena 1 km – m (mm) un viena virziena gājiena kilometrisko vidējo aritmētisko sistemātisko kļūdu uz gājiena 1 km – σ_a (mm).

Gājiena kilometrisko vidējo kvadrātisko kļūdu aprēķina:

$$m^2 = \frac{1}{4n} \left[\frac{h_f^2}{r} \right],$$

kur

n – sekciju skaits gājienā;

h_f – faktiskā mērītā paaugstinājumu starpība sekcijā (mm);

r – sekcijas garums (km).

Viena virziena gājiena kilometrisko vidējo aritmētisko sistemātisko kļūdu aprēķina:

$$\sigma_a = \frac{[h_f]}{2[r]},$$

kur

h_f – faktiskā mērītā paaugstinājumu starpība sekcijā (mm);

r – sekcijas garums (km).

Kopējiem mērījumu kvalitāti raksturojošajiem precizitātes rādītājiem jābūt aptuveni vienādiem ar mērījumos izmantotā instrumenta dotajiem precizitātes parametriem.

Epohas labojums [26; 35; 36]

Zemes garozas vertikālo kustību, ko ģeologi skaidro kā Skandināvijas un Baltijas pēcduslaikmeta izostāziju, novēro, izmantojot precīzās nivelēšanas datus. Latvijā precīzā nivelēšana veikta trīs reizes: no 1929. līdz 1939. gadam; no 1945. līdz 1990. gadam un no 2000. līdz 2010. gadam. Zemes garozas vertikālās kustības novērošanai Latvijas teritorijā salīdzināti 1929.–1939. gada un 2000.–2010. gada nivelēšanas dati. Iegūtā informācija liecina, ka Latvijas teritoriju šķērso nulles līnija jeb līnija, kurā nav novērotas augstuma izmaiņas, savukārt Kurzemes un Vidzemes ziemeļrietumos augstuma izmaiņas ir pozitīvas, bet Latvijas dienvidaustrumos – negatīvas.

Epohas labojums ir datu reducēšana uz vienotu epohu jeb noteiktu laika brīdi, tāpēc ar nivelēšanas labojumu izlabotais vidējais paaugstinājums tiek reducēts uz LAS-2000,5 epohu 2000,5. LAS-2000,5 epoha ir 2000,5 gads, tas ir aptuveni vidējais 1. klases nivelēšanas tīkla mērījumu laiks.

Epohas labojumu aprēķinam izmanto aktuālo Zemes garozas vertikālās kustības modeli. Pārsvārā Zemes garozas vertikālo kustību vērtību iegūšanai izmanto uz Latvijas precīzās nivelēšanas datiem balstīto Empīrisko Zemes garozas vertikālās kustības modeli Latvijas teritorijai. Latvijas teritorijas zonās, kur datu iztrūkuma dēļ nav iespējams izmantot Empīrisko Zemes garozas vertikālās kustības modeli Latvijas teritorijai, Zemes garozas

vertikālo kustību vērtību iegūšanai izmanto daļēji empīrisko Zemes pacēluma modeli *NKG2005LU_app* vai modeli *NKG2016LU_lev*, kas izstrādāti *NKG* darba grupās.

Zemes garozas vertikālās kustības modeli izmanto Zemes vertikālās kustības ātruma vērtības iegūšanai nivelēšanas sekciju, līniju vai gājiena sākuma un beigu punktā. Epohas labojumu nivelēšanas sekcijas, līnijas vai gājiena paaugstinājumam aprēķina:

$$\delta_{el} = (t_{LAS-200,5} - t) \cdot (v_b - v_a),$$

kur

δ_{el} – epohas labojums nivelēšanas sekcijas, līnijas vai gājiena paaugstinājumam (mm);

$t_{LAS-200,5}$ – 2000,5 (noteiktā LAS-2000,5 epoha);

t – līnijas, gājiena vai sekcijas nivelēšanas gads;

v_a, v_b – zemes garozas vertikālās kustības ātrums sekcijas, līnijas vai gājiena sākuma un beigu punktā (mm/gadā).

Zinot līnijas vai gājiena paaugstinājuma epohas labojumu, aprēķina epohas labojumu katras sekcijas paaugstinājumam proporcionāli sekcijas garumam:

$$\delta_{es} = (\delta_{el} \cdot d_s) / d_l,$$

kur

δ_{es} – epohas labojums sekcijai (mm);

δ_{el} – epohas labojums līnijai vai gājienam (mm);

d_s – sekcijas garums (km);

d_l – līnijas vai gājiena garums (km).

Gravimetriskais labojums [26; 35; 36]

Gravimetrisko labojumu pārejai uz normālo augstumu sistēmu aprēķina:

$$\Delta h = \frac{\left((\gamma_{01} - \gamma_{02}) \left(\frac{H_{epo1}}{2} + \frac{H_{epo2}}{2} \right) + h_{epo} \left(\frac{g_1}{2} + \frac{g_2}{2} - \frac{\gamma_{n1}}{2} - \frac{\gamma_{n2}}{2} \right) \right)}{980000},$$

kur

Δh – gravimetriskais labojums pārejai uz normālo augstumu sistēmu (m);

γ_{01}, γ_{02} – teorētiskā gravimetriskā vērtība divos blakus punktos (mGal);

H_{epo1}, H_{epo2} – augstums ar epohas korekciju divos blakus punktos (m);

h_{epo} – paaugstinājums ar epohas korekciju (m);

g_1, g_2 – mērītā gravimetriskā vērtība divos blakus punktos (mGal);

γ_{n1}, γ_{n2} – normālā gravimetriskā vērtība divos blakus punktos (mGal);

Katram punktam nivelēšanas līnijā, gājienā vai sekcijā ir jābūt zināmām trim gravimetriskajām vērtībām: mērītajai, teorētiskajai un normālajai gravimetriskajai vērtībai.

Mērītā gravimetriskā vērtība ir tiem punktiem, kam ir veikti gravimetriskie mērījumi. Punktiem, kam nav veikti gravimetriskie mērījumi, mērīto gravimetrisko vērtību aprēķina, izmantojot brīvā gaisa anomālijas vērtību un normālo gravimetrisko vērtību:

$$g = BGA + \gamma_n,$$

kur

g – mērītā gravimetriskā vērtība (mGal);

BGA – brīvā gaisa anomālijas vērtība (mGal);

γ_n – normālā gravimetriskā vērtība (mGal).

Brīvā gaisa anomālijas vērtību iegūst no brīvā gaisa anomāliju modeļa, kas izstrādāts noteiktai teritorijai, izmantojot zināma punkta koordinātas un brīvā gaisa anomālijas vērtību šajā punktā. Brīvā gaisa anomālijas vērtību iegūšanai izmanto aktuālo modeli.

Ja nav iespējams izmantot brīvā gaisa anomāliju modeli, brīvā gaisa anomālijas vērtību var iegūt, interpolējot starp oriģinālajām brīvā gaisa anomāliju vērtībām. Oriģinālā brīvā gaisa anomālija ir starpība starp mērīto gravimetrisko vērtību punktā un aprēķināto normālo gravimetrisko vērtību, kas piesaistīta punkta augstumam. Oriģinālā brīvā gaisa anomālija ir tikai tiem punktiem, kam ir mērītā gravimetriskā vērtība. Interpolācijas veikšanai jāzina to divu punktu oriģinālās brīvā gaisa anomālijas vērtības, starp kuriem atrodas punkti, kam šī vērtība jāaprēķina, un attālumi starp šiem punktiem.

Teorētisko gravimetrisko vērtību jeb gravimetrisko vērtību uz elipsoīda *GRS-80* (γ_0) aprēķina:

$$\gamma_0 = 9,78327 (1 + 0,0053024 \sin^2 B - 0,0000058 \sin^2 2B),$$

kur

B – ģeodēziskais platums radiānos.

Normālā gravimetriskā vērtība ir piesaistīta noteiktam punkta augstumam. Normālo gravimetrisko vērtību aprēķina:

$$\gamma_n = \gamma_0 - 0,3086 H,$$

kur

γ_n – normālā gravimetriskā vērtība (mGal);

γ_0 – teorētiskā gravimetriskā vērtība (mGal);

H – mērītais punkta augstums (m).

Nivelēšanas datu izlīdzināšana un mērījumu novērtējums [31; 32; 33; 34; 35; 36; 37]

Nivelēšanas datus izlīdzina, izmantojot aprēķinātos normālos paaugstinājumus, par dotajiem punktiem izvēloties nivelēšanas punktus, kas iesaistīti veiktajos nivelēšanas darbos un kam ir zināms normālais augstums LAS-2000,5. Nivelēšanas datus izlīdzina datorprogrammā, kas nodrošina normālo paaugstinājumu izlīdzināšanu pēc vismazāko kvadrātu metodes. Izlīdzinot nivelēšanas datus, iegūst punktu normālo augstumu. Rezultātus apkopo augstumu sarakstā (9. pielikums). Sarakstu pievieno pārskatam par izpildītajiem nivelēšanas darbiem. No tā uzmērītos nivelēšanas tīkla punktus iekļauj Valsts ģeodēziskā tīkla datubāzē.

Nivelēšanas precizitāti raksturo ar paaugstinājuma noteikšanas standartnovirzi uz gājiena 1 km (mm/km). Pieļaujamā mērījumu standartnovirze 1. klases nivelēšanas tīklā ir 0,5 mm uz kilometru, 2. klases nivelēšanas tīklā – 1,0 mm uz kilometru. Standartnovirzi aprēķina:

$$m = \frac{\mu}{\sqrt{c}},$$

kur

m – mērījumu standartnovirze;

μ – svara vienības vidējā kvadrātiskā kļūda (mm/km);

c – proporcionalitātes koeficients, ko izsaka no formulas $P = c/L$, kur L ir līnijas vai gājiena garums.

Svara vienības vidējo kvadrātisko kļūdu aprēķina:

$$\mu = \sqrt{\frac{PV^2}{z-i}},$$

kur

P – līnijas svars 1/ L (km);

V – izlīdzināšanas labojums (mm);

z – izlīdzināšanā iesaistīto gājienu/līniju skaits;

i – mezgla punktu skaits.



GRAVIMETRIJA

Fundamentālā gravitācijas mijiedarbība nosaka gravitācijas fizikālo konstanti G , ko izmanto gravitācijas spēka aprēķinam starp jebkuriem diviem ķermeņiem. Pirmoreiz šādas konstantes vērtība ir teorētiski apsvērta sera Īzaka Ņūtona gravitācijas likumā. Nodaļas tvērumā apskatītas gravitācijas spēka izpausmes, ar kādām Zeme iedarbojas uz ķermeņiem, kas atrodas uz tās virsmas.

$$G = \frac{3g}{4\pi R_z \rho_z},$$

kur

G – gravitācijas konstante;

ρ_z – Zemes vidējais blīvums;

R_z – Zemes rādiuss;

g – Zemes gravitācijas raksturlielums, ko sauc par brīvās krišanas paātrinājumu uz Zemes.

Pielāgojot gravitācijas likuma vienādojumu ķermenim, uz ko iedarbojas Zemes masa, iespējams aprēķināt Zemes smaguma spēku:

$$F = -m \frac{GM_z}{R_z^2},$$

kur

F – Zemes smaguma spēks;

m – ķermeņa masa, uz ko iedarbojas Zemes gravitācija;

G – gravitācijas konstante;

M_z – Zemes masa;

R_z – Zemes rādiuss.

Zinot, ka

$$F = ma,$$

kur

m – masa;

a – paātrinājums,

kā paātrinājumu izmantojot brīvās krišanas paātrinājumu g , iegūst

$$F = mg.$$

Apvienojot formulas

$$F = -m \frac{GM_z}{R_z^2}, F = ma \text{ un } F = mg$$

un izsakot g , iegūst

$$g = \frac{GM_z}{R_z^2}.$$

Zemes gravitācija rada spēku, kas iedarbojas uz jebkuru uz Zemes virsmas esošu objektu [38; 43. lpp.]. Zemes smaguma spēka lielumu ietekmē arī zemeslodes diennakts rotācija un tās kustība ap Sauli, tāpēc precīziem aprēķiniem nepieciešamas korekcijas, kas nedaudz maina brīvās krišanas paātrinājumu un smaguma spēku. Turpmāk par g vērtību pieņemta abu kustību paātrinājumu summa:

$$g = z + b,$$

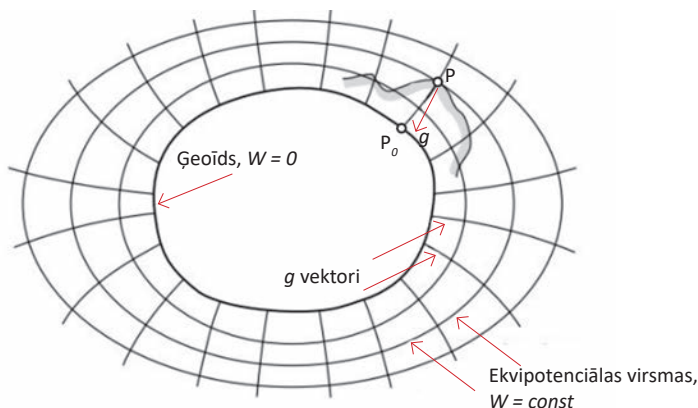
kur

z – Zemes rotācijas radītais centrīes paātrinājums;

b – brīvās krišanas paātrinājums uz Zemes poliem [39; 60.–61. lpp.].

Ņemot vērā, ka z veido procentuāli mazu daļu no g , fizikā pieņem $z = 0$. Ģeodēzijā z ietekme, ņemot vērā augstās datu precizitātes prasības, ir atzīta par statistiski nozīmīgu un aprēķinos to ņem vērā. Zemes gravitācijas vērtība mainās atkarībā no attāluma līdz Zemes centram un masu sadalījuma Zemē. Uz Zemes virsmas g vērtība mainās 0,7 % amplitūdā, no 9,7639 m/s² Peru kalnos līdz 9,8337 m/s² Ziemeļu Ledus okeānā. Vidējā standarta Zemes gravitācijas vērtība g_n , kas noteikta 1901. gadā, ir 9,80665 m/s² [40; 70. lpp.].

Zemes gravitācijas radītajā laukā ir ekvipotenciālas virsmas, kur Zemes gravitācijas potenciāls $W = \text{const}$. Zemes gravitācijas spēks jebkurā punktā ir vektors, kas vērsts uz Zemes masas centru (*plumb line*). Jebkuru divu vektoru g vērtības šo vektoru un ekvipotenciālās virsmas krustpunktā ir vienādas. Ekvipotenciālu virsmu, kas aptuveni sakrīt ar Pasaules okeāna līmeni, sauc par ģeoīdu. Uz šīs virsmas W vērtību pieņem par W_0 (14. attēls) [38; 46. lpp.]. Zemes gravitācijas potenciālam ir pieņemts tam pretējs lielums – ģeopotenciāls ϕ . Ģeopotenciāls ir darbs, kas jebkurā punktā būtu jāveic pretēji Zemes gravitācijas laukam, lai pārvietotu 1 kg masas no ģeoīda līdz šim punktam, jeb tā ir atšķirība starp Zemes gravitācijas potenciālu uz ģeoīda punktā P_0 un Zemes gravitācijas potenciālu punktā P [41; 11., 38. lpp.].

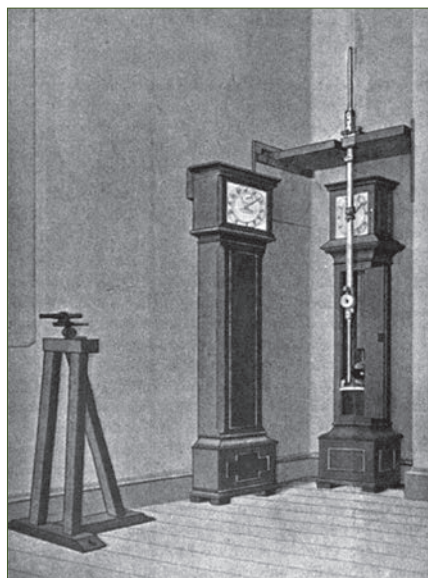


14. attēls.

Zemes gravitācijas potenciāla lauka virsmas un vektori [38].

Gravimetrija ir starpdisciplināra nozare, kas pēta Zemes gravitācijas izmaiņas. Gravimetrijā lieto paātrinājuma mērvienību, kas SI sistēmā ir m/s^2 . CGS sistēmā lieto mērvienību galileo, arī gals (Gal), kas atbilst $1 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$ [42; 50. lpp.]. Zemes gravitācijas izmaiņu amplitūda uz Zemes virsmas ir vairākas kārtas zemāka, tādēļ gravimetrijā praksē pārsvārā lieto mērvienību miligals, $\text{mGal} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ m/s}^2$ un mikrogals, $\mu\text{Gal} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}^2$. Šajās mērvienībās iegūtās vērtības ir gravimetriskās vērtības, un mērījumi, kuru laikā tās iegūtas, ir gravimetriskie mērījumi.

Gravimetrisko novērojumu vēsture aizsākās 1792. gadā, kad Žans Šarls de Borda (*Jean Charles de Borda*) un Žaks Dominiks Kasini de Turī (*Jacques-Dominique Cassini de Thury*) gravimetriskajos novērojumos izmantoja 3,8 m garu svārstu, pirmoreiz sasniedzot novērojumu precizitātes novērtējumu 10 mGal [43]. Pirmo lauka darbiem piemēroto svārsta gravimetru 1818. gadā izstrādāja Henrijs Keters (*Henry Kater*) (15. attēls). 1826. gadā to būtiski uzlaboja Frīdrihs Besels (*Friedrich Bessel*). No 19. līdz 20. gadsimtam novērojumu precizitāte uzlabojās aptuveni no 5 mGal līdz 1 mGal. Līdz pat 20. gadsimta sākumam vienotas atskaites gravimetriskajiem mērījumiem nebija. 20. gadsimta trīsdesmitajos gados svārsta gravimetrus relatīvajos mērījumos aizstāja lētākie un ātrākie atsperes gravimetri [44; 72. lpp.]. Šie gravimetri reģistrē parauga masas noturēšanai statiskā stāvoklī nepieciešamo kompensācijas spēku, mainoties g vērtībai.



15. attēls.

Ketera svārsts.

20. gadsimta piecdesmitajos un sešdesmitajos gados, attīstoties ballistikajiem gravimetriem, svārsta gravimetri zaudēja savu nozīmi [44; 75. lpp.]. Ballistikajos gravimetros g novēro tieši, mērot, cik ilgā laikā noteiktu distanci vakuumā krīt parauga masa. Ballistisko gravimetru uzbūve ļāva ieviest palīgierīču uzlabojumus, kāpinot mērījumu precizitāti līdz $1 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}^2$.

Līdz ar mērījumiem izmantojamo instrumentu modernizāciju un novērošanas metožu attīstību, pieauga gravimetrijas lietojums ģeodēzijā. 19. gadsimta beigās gravimetriskos mērījumos izmantoja citu ģeodēzisko un astronomisko datu reducēšanai uz jūras līmeni. Līdzīgi iegūta nivelēšanas datu gravimetriskā korekcija un vertikāles nobīde [44; 70. lpp.]. Šajā laikā gravimetrija kļuva par atsevišķu zinātnes jomu. Datoru skaitļošanas tehnoloģiju attīstība 20. gadsimta otrajā pusē nodrošināja labvēlīgus apstākļus augstas izšķirtspējas gravimetrisko datu izmantošanai precīza ģeoīda modeļa izstrādē. Pēdējās desmitgades laikā gravimetrijā ieviesti kvantu sensori, kā arī supravadošie gravimetri nepārtrauktu mērījumu veikšanai.

Gravimetrisko mērījumu praktiskai lietošanai, mērījumu datu sistemātiskai apstrādei un to salīdzināšanai reģionālajā un globālajā līmenī nepieciešama atskaites sistēma.

Starptautiskās un valsts gravimetriskās atskaites sistēmas

1909. gadā Londonā Starptautiskās ģeodēzijas asociācijas *IAG* (*International Association of Geodesy*) sanāksmē pieņemta Potsdamas gravimetriskā atskaites sistēma (*Potsdam datum*), kas balstījās uz vienu svārsta gravimetra noteikto Zemes gravitācijas jeb gravimetrisko vērtību Potsdamas ģeodēzijas institūtā (*Das Geodätische Institut in Potsdam*) [46]. Attīstoties mērījumu metodēm, Potsdamas sistēmas vērtībās kļuva redzama nozīmīga (-12 mGal līdz -16 mGal) sistemātiskā kļūda. 1971. gadā pieņemts Starptautiskais Gravimetriskais standartizācijas tīkls *IGSN71* (*International Gravity Standardisation Net 1971*). Tas izveidots, lai aizstātu Potsdamas sistēmu [47; 1. lpp.].

Atšķirībā no Potsdamas sistēmas *IGSN71* pamatā bija jauns princips – pieņēmums, ka tīkla jeb sistēmas realizācijas punktiem nav vienas noteiktas atskaites stacijas vērtības. *IGSN71* realizāciju veido savstarpēji neatkarīgi noteiktu un apstrādātu punktu gravimetriskās vērtības. Vecās Potsdamas sistēmas vērtības uz *IGSN71* transformē, piemērojot globālo korekcijas vērtību -14 mGal . *IGSN71* sistēmā absolūtās gravimetrijas mērījumu precizitāte ir $\pm 0,5 \text{ mGal}$.

2015. gadā Prāgā, Starptautiskās ģeodēzijas un ģeofizikas apvienības *IUGG* (*International Union of Geodesy and Geophysics*) XXVI Ģenerālajā asamblejā, pieņemta *IAG*

rezolūcija Nr. 2 “Par globālas absolūtās gravimetriskās atskaites sistēmas ieviešanu” [48]. Izveidota IAG darba grupa, kas izstrādā atskaites sistēmas projektu. Jaunās šobrīd izstrādes stadijā esošās atskaites sistēmas nosaukums ir Starptautiskā sauszemes gravimetriskā atskaites sistēma *ITGRS* (*International Terrestrial Gravity Reference System*). Tās realizācija ir Starptautiskais sauszemes gravimetriskais atskaites tīkls *ITRGF* (*International Terrestrial Gravity Reference Frame*).

IGSN71 terminoloģijā izmanto vēsturisko terminu “tīkls” (*Network*), kas balstīts uz ģeodēzijas metodisko izpratni par savstarpēji uzmērītām saitēm. *ITGRS* projektā mūsdienu gravimetrijas izpratnē skaidri nodalīti termini “sistēma” (*System*) un “tīkls” (*Frame*) [49]. Ar terminu “sistēma” apzīmē gravimetriskās atskaites definīciju, kas ietver smaguma spēka paātrinājuma definīciju SI sistēmā un laikā neatkarīgo korekciju parametrus. Termins “tīkls” apzīmē sistēmas realizāciju – punktu smaguma spēka paātrinājuma vērtības, ietverot absolūto gravimetrisko mērījumu definīciju un novērtējumu, laikā atkarīgo korekciju parametrus un infrastruktūras standartus. *ITGRS* mērķis ir nodrošināt precīzas, ilglaicīgas absolūto mērījumu rezultātā iegūtās gravimetriskās atskaites vērtības visā pasaulē. Lai atbilstu *ITGRS* pašreizējam standartam, absolūtajos punktos gravimetriskie mērījumi jāveic vismaz vienu reizi gadā. Punktu vēlams savietot ar vēl kādu Visuma ģeodēzijas mērījumu metodi, piemēram, *SLR* vai pastāvīgo *GNSS* bāzes staciju. *ITGRS* kalibrēšanas stacijās nepārtraukti veic mērījumus, izmantojot supravadošos gravimetrus.

Padomju okupācijas laikā veiktie gravimetriskie mērījumi Latvijas sauszemes un jūras telpā veikti Potsdamas atskaites sistēmā. Dokumentācija par Potsdamas sistēmas realizāciju valsts teritorijā līdz šim nav atrasta. *IGSN71* ieviešanas brīdī neviens sistēmas punkts neatradās PSRS teritorijā. Pēc Latvijas neatkarības atjaunošanas neviens tās teritorijā esošais gravimetriskais punkts oficiāli *IGSN71* realizācijā nav iekļauts.

Mūsdienu izpratnē dokumentētā gravimetriskā atskaites sistēma Latvijas Republikas teritorijā *de facto* izveidota 1995. gadā, veicot pirmos dokumentētos absolūtos gravimetriskos mērījumus. Lai sabiezinātu atskaites sistēmu, relatīvos mērījumus, sākot no 1998. gada, organizēja Valsts zemes dienesta (VZD) darbinieki, bet kopš 2005. gada – Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras speciālisti [50]. Šī faktiski eksistējošā atskaites sistēma nav definēta, un oficiāli nav noteikta tās mērījumu epoha. Spriežot pēc sistēmas punktu oficiālajām gravimetriskajām vērtībām, par tās mērījumu epohu var pieņemt 1995,0. Sistēmas absolūto vērtību pēcapstrāde veikta atbilstoši *ITGRS* vadlīnijām.

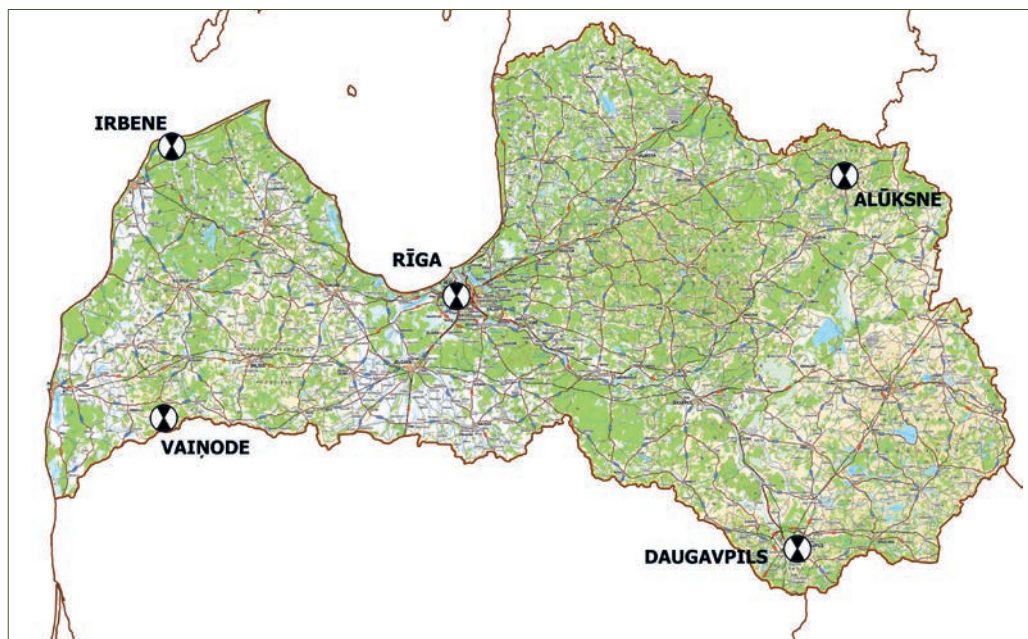
Latvijas gravimetriskā atskaites sistēma LAG-2019 ir epohā 2019,7. Šobrīd tā tiek izstrādāta. LAG-2019 realizē absolūtās gravimetriskās vērtības piecos gravimetriskā atskaites tīkla 1. klases punktos jeb absolūtajos punktos. Visu valsts teritoriju vienmērīgi pārklāj 2. klases gravimetriskais tīkls jeb relatīvais gravimetriskais tīkls. Šeit termins “tīkls” lietojams tā klasiskajā izpratnē – metroloģiski vienots punktu un saišu kopums.

Nemot vērā, ka no 1992. līdz 2019. gadam faktiski pastāvošajai sistēmai ir līdzīga uzbūve (ar ballistisko absolūto gravimetru iegūtas definējošās mērījumu vērtības, ko sabiezina ar relatīvo gravimetru iegūtu vērtību tīkls) un tās absolūto vērtību pēcapstrāde notikusi identiski LAG-2019 vērtībām, var pieņemt, ka LAG-2019 ir līdz 2019. gadam faktiski pastāvošās bezvārda gravimetriskās atskaides sistēmas modernizācija. Līdz 2019. gadam iegūtas vērtības, piesaistot tās jaunajiem punktiem un pārrēķinot uz vienotu mērījumu epohu, iespējams iekļaut LAG-2019.

Valsts gravimetriskā atskaides sistēma LAG-2019

LAG-2019 punktu izvietojums

LAG-2019 definē pieci absolūtie gravimetriskie punkti, kas ierīkoti Rīgā, Alūksnē, Daugavpilī, Vainodē un Irbenē (16. attēls). Atskaides sistēmu definējošās punktu vērtības iegūst absolūtajos mērījumos, mērījumu epoha ir 2019,7.



16. attēls.

LAG-2019 sistēmu definējošie punkti.

Mērījumiem, kuru rezultātā iegūtas LAG-2019 absolūtās gravimetriskās vērtības, līdzīgi *IGSN71* un *ITGRS*, nav atskaides – nepastāv noteikts punkts, no kura atvasinātas pārējās

gravimetriskās vērtības. Katrs absolūtais mērījums ir metroloģiski patstāvīgs. Mērījumu uzticamības nodrošināšanai absolūtos gravimetrus regulāri pārbauda starptautiskās salīdzināšanas mērījumu kampaņās *ICAG (International Comparison of Absolute Gravimeters)* [51]. Katra atsevišķa absolūtā gravimetra īpatnējā nobīde no vidējā rezultāta salīdzinājuma stacijās izteikta t. s. atbilstības pakāpē *DoE (Degrees of Equivalence)*, un tā raksturo absolūtā gravimetra patiesumu.

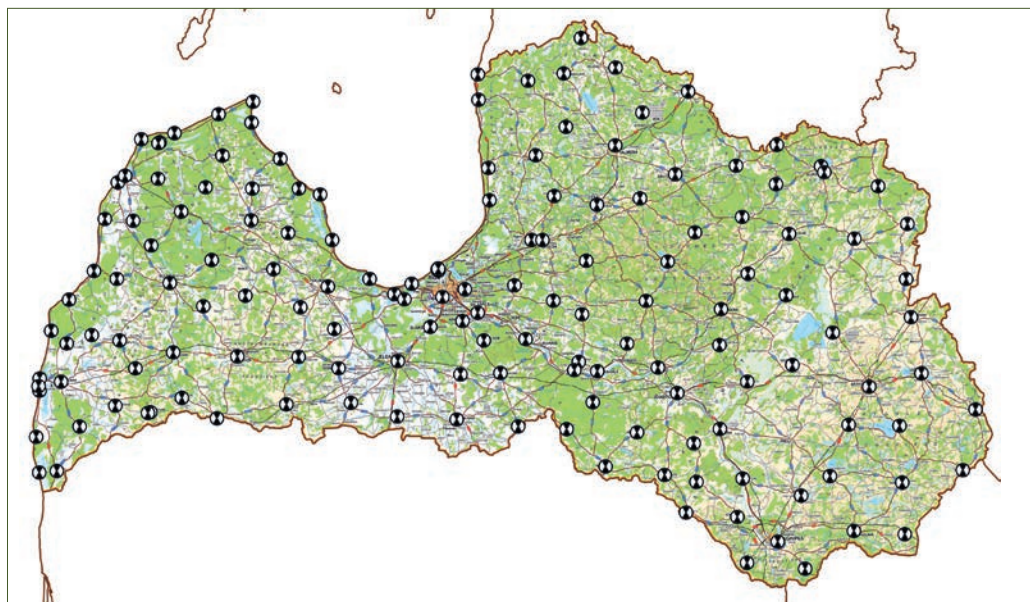
LAG-2019 atskaides punktus lietotāji praktiski izmanto, lai:

- veiktu ģeopotenciāla kartēšanu Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras uzdevumu izpildei;
- kalibrētu mērinstrumentus;
- veiktu zinātniski pētniecisko darbu;
- veiktu citus uzdevumus (piemēram, derīgo izrakteņu izpēti, ģeoloģisko procesu monitoringu).

Minēto uzdevumu izpildei ar pieciem valstī esošajiem absolūtajiem punktiem nepietiek, tāpēc visā valsts teritorijā ar vienlaidu pārklājumu izvietoti relatīvie punkti jeb 2. klases gravimetriskā tīkla jeb Gr2 punkti. Attālums starp relatīvajiem punktiem tīklā svārstās no 20 km līdz 30 km. Ieviešot atskaides sistēmu praksē, atkāpes no punktu regulāra izvietojuma nosaka vairāki turpmāk uzskaitītie apstākļi.

- Ģeopotenciāla kartēšana – teritorijai starp diviem atskaides punktiem jābūt kartējamai (uzmērāmai), izmantojot tikai šos punktus.
- Punkta nostiprinājums – brīvi pieejams objekts, kas atbilst punkta nostiprinājuma tehniskajai specifikācijai.
- Mērījumu metodika – jānodrošina vienāds braukšanas ilgums starp punktiem, vēlams, lai punktus savienotu asfaltēti ceļi.
- Mērījumu vide – kopējais grunts vibrāciju režīms uz gravimetriskā punkta nostiprinājuma.
- Piekļuve un vietējā infrastruktūra – punktam jābūt pieejamam visu diennakti.
- Attālums līdz valsts ģeodēziskā tīkla punktiem – atvieglo augstuma un koordinātu vērtību noteikšanu.

Vietās, kur ģeopotenciāla kartēšanu ietekmē dabas vai antropogēnie šķēršļi (upes, purvi, pilsētas ar dzīvu satiksmi), relatīvie punkti jāizvieto blīvāk (17. attēls). LAG-2019 kalibrēšanas līnijā relatīvie punkti jāizvieto vienādā attālumā cits no cita, neskatoties uz apkārtējo atskaides punktu tīklu.



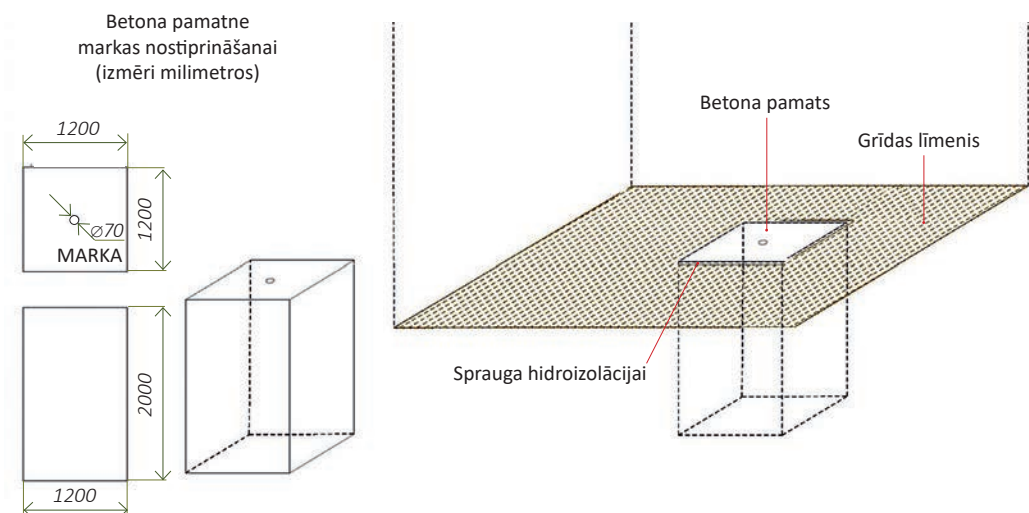
17. attēls.
LAG-2019 relatīvo atskaites punktu tīkls.

LAG-2019 punktu tehniskā specifikācija

LAG-2019 punkta fiziskā reprezentācija dabā ir ģeodēziskā zīme, kas ievietota speciāli izstrādātajā (absolūtajiem punktiem) vai jau pastāvošajā (relatīvajiem punktiem) nostiprinājumā.

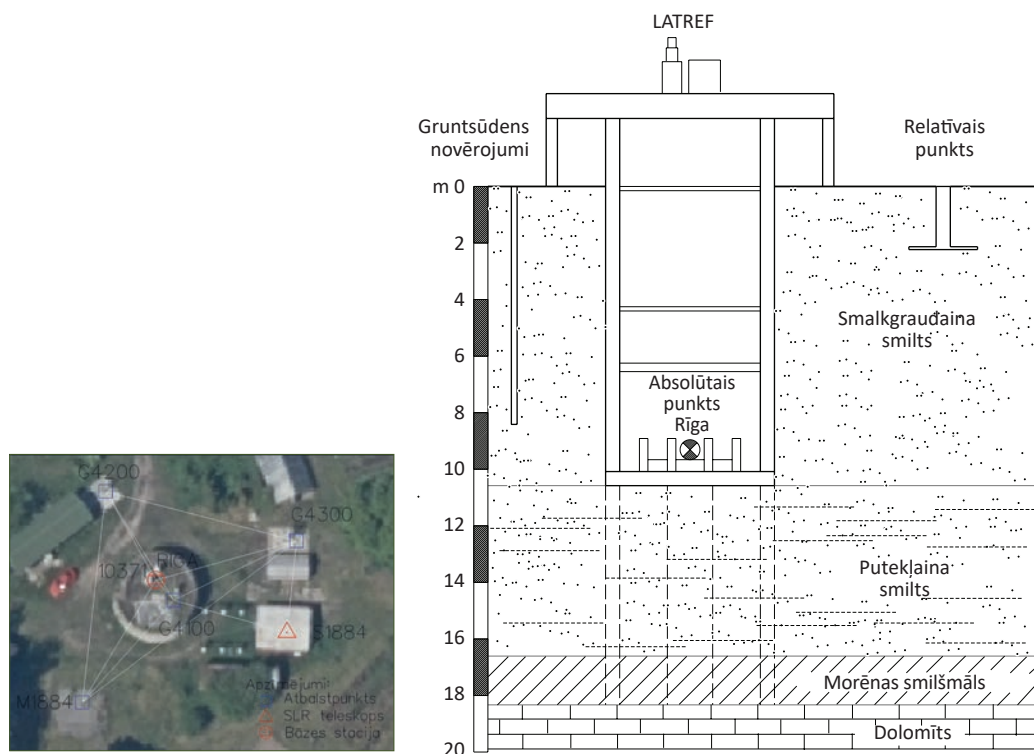
Absolūtajam punktam izveidota specializēta dzelzsbetona konstrukcija, kuras izmērs ir vismaz $1,2\text{ m} \times 1,2\text{ m} \times 2,0\text{ m}$. Tajā nostiprina ģeodēzisko zīmi (18. attēls). Punkta atrašanās vietā jānodrošina elektrības pieslēgums, un tam jābūt pasargātam no dabas stihijām. Vēlams punktu savietot ar gruntsūdens mērījumu aku. Iepriekš jāizvērtē absolūtā gravimetra uzstādīšanas iespēja uz punkta, kā arī koordinātu un normālā augstuma noteikšanas iespēja.

19. attēlā redzamais LAG-2019 absolūtais punkts Rīga savietots ar LATREF pastāvīgo bāzes staciju RIGA un SLR radioteleskopu. Plāna skatījumā attēlots dažādo mērījumu staciju izvietojums. Pazemē esošais absolūtais punkts Rīga, tam blakus virszemē esošais relatīvais punkts 1884, LATREF bāzes stacija un gruntsūdens mērījumu aka attēloti ģeoloģiskajā kontekstā šķēsgriezumā.



18. attēls.

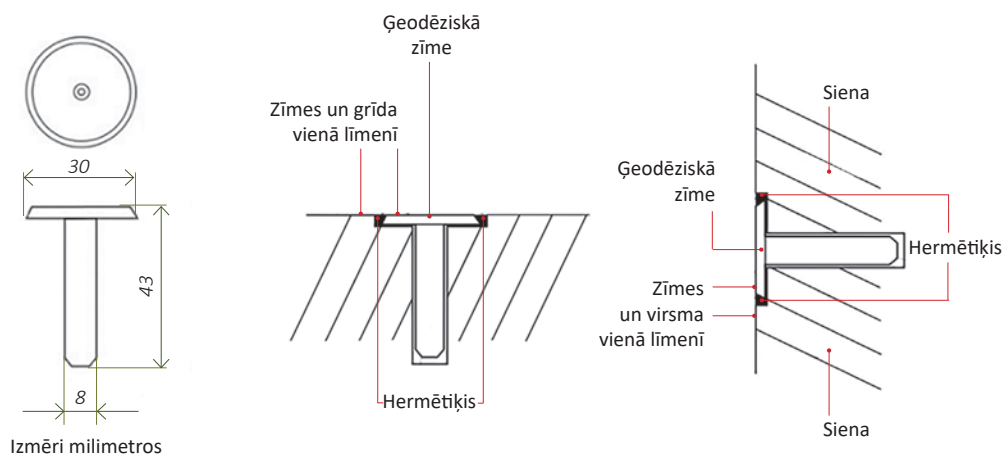
Absolūtā gravimetriskā punkta nostiprinājuma shēma.



19. attēls.

Absolūtā gravimetriskā punkta Rīga atrašanās vieta.

Relatīvajam atskaites punktam speciālu punkta nostiprinājumu neveido. Punkta izveidošanai izmanto jau esošo ģeodēzisko zīmi vai jaunu ģeodēzisko zīmi nostiprina esošajā inženierbūvē (20. attēls). Punktu var nostiprināt gan kā grunts, gan kā sienas zīmi. Sienas zīmes gadījumā gravimetra sensors atrodas tuvāk ģeodēziskajai zīmei, samazinot augstuma korekcijas kļūdas ietekmi uz galējās punkta vērtības patiesumu. Zīmes tipu galvenokārt nosaka inženierbūves materiāli un optimālā instrumenta novietošanas vieta, kas noteikta punkta rekognoscēšanas laikā. Atskaites punktiem, kas nostiprināti ar sienas zīmi, fiksēta vēlāmā gravimetra pozīcija, lai samazinātu mērītās vērtības variācijas.

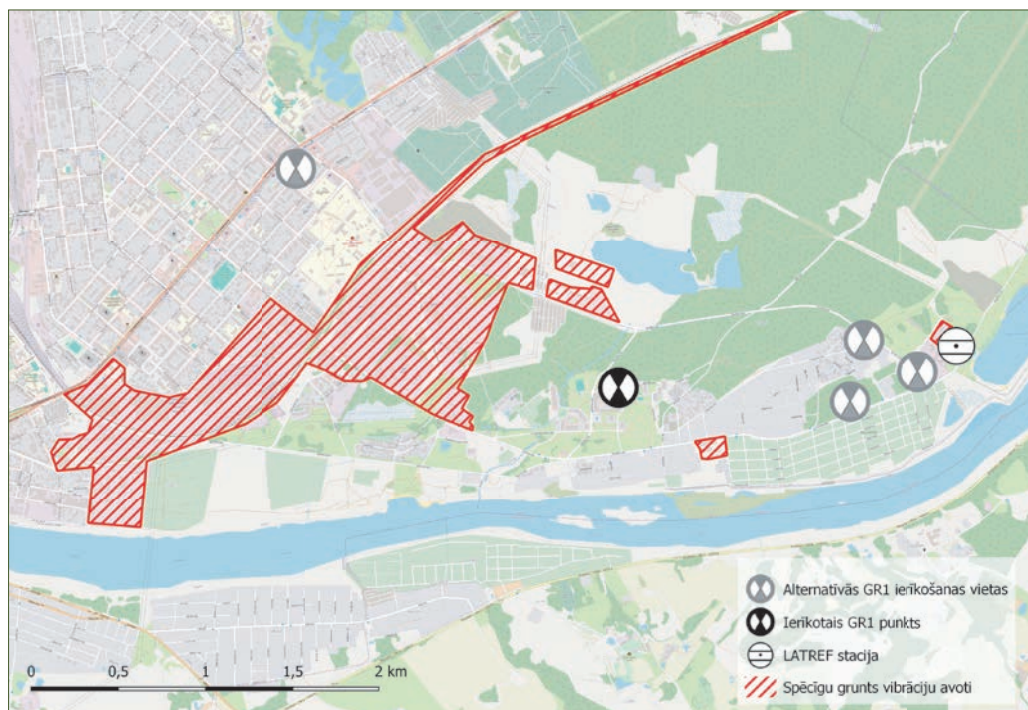


20. attēls.

Relatīvā atskaites punkta ģeodēziskās zīmes un nostiprinājuma shēma.

Svarīgākā relatīvā atskaites punkta nostiprinājuma īpašība ir iepriekš izveidota, stabila pamatne (kāpņu laukumi, ēkas pamati). Pamatnes virsmas izmēri vismaz 0,3 m, vēlams 0,6 m diametrā, kas ļauj vienlaicīgi novietot uz punkta divus gravimetrus.

21. attēlā redzama LAG-2019 absolūtā punkta atrašanās vieta Daugavpilī. Lai gan punkts atrodas dzelzceļa un industriālās zonas tuvumā, vietējā ģeoloģija un labi ierīkotais nostiprinājums pasargā punktu no apkārtējām vibrācijām.



21. attēls.

Absolūtā gravimetriskā punkta Daugavpils rekognoscēšanas karte.

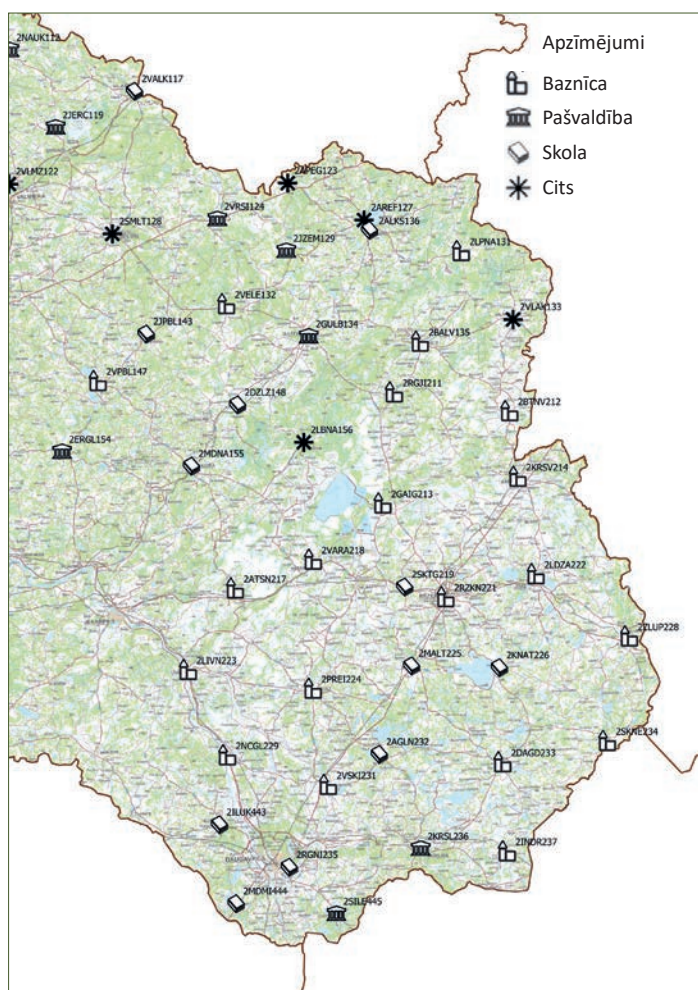
Ģeopotenciāla punkti netiek speciāli ierīkoti. Ja punktu plānots uzņēmēt atkārtoti, to var atzīmēt ar īslaicīgas darbības marķējumu (krāsu vai karodziņu).

Punktu rekognoscēšana

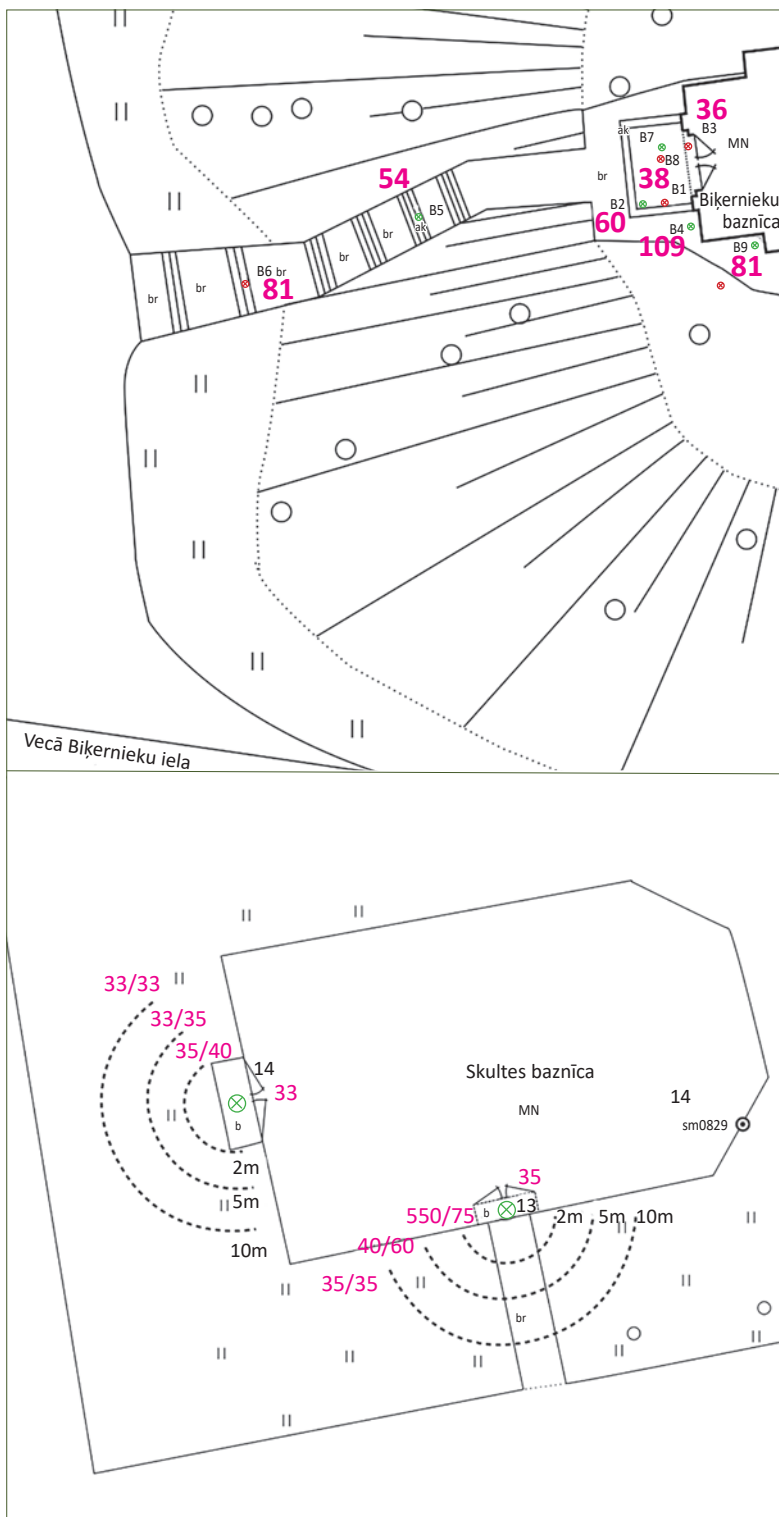
Jebkura LAG-2019 punkta ierīkošana sākas ar rekognoscēšanu, ko veic, lai precīzi noteiktu ierīkojamā punkta atrašanās vietu, tā ierīkošanas, uzmērīšanas un uzturēšanas iespējas. Turpmāk raksturots punktu rekognoscēšanas process secīgi pa soļiem.

1. Iespējamās punkta atrašanās vietas atzīmē kamerāli atbilstoši izvirzītajiem nosacījumiem un brīvprīgiejas informācijai. Apsver punkta nostiprinājuma primārās izmantošanas biežumu un režīmu, izvērtē gājēju kustības regularitāti punktā, ietekmi uz mērījumiem un punkta izmantošanu citiem mērķiem. 22. attēlā apkopots primārais LAG-2019 punktu izvietojums Latgalē. Ņemot vērā daudzu dievnamu skaitu reģionā, vispiemērotākā mērījumu vieta apkaimē bieži vien ir tieši baznīcu sliekšņi.
2. Izveido rekognoscēšanas plānu – optimālo maršrutu no vienas iespējamās punkta atrašanās vietas uz citu.

3. Katrā objektā novieto gravimetru dažādās inženierbūves vietās, kur iespējami mērījumi un var ierīkot gravimetrisko punktu. 23. attēla augšdaļā parādītas vairākas vietas, kas rekognoscēšanas laikā pārbaudītas atskaite punktam “Biķeri”. Vidējā cikla mērījumu kopas standartnovirze μGal attēlota violetā krāsā. Novēro fona seismiskās svārstības, salīdzina tās ar citām vietām tiešā tuvumā. Viens operators vēro gravimetra mērījumu grafiku, otrs, soļojot un palecoties, rada grunts vibrāciju. Tipiskas pārbaudes laikā, staigājot dažādos attālumos, redzamas grunts vibrāciju avota attāluma un ietekmes sakarības. 23. attēla apakšējā daļā ar pārtraukto līniju atzīmēta distance, kādā novērota soļu un lēcienu radīto vibrāciju ietekme, un ar violeto – mērījumu cikla standartnovirze uz punkta, otram operatoram staigājot vai lecot.
4. Novēro gājēju un tehnikas ietekmi uz mērījumiem. Katram ierīkojamajam punktam atrod vienu primāro un sekundāro vietu citā adresē. Vēlams katrā adresē noteikt primāro un sekundāro punkta ierīkošanas vietu.



22. attēls.
Relatīvo atskaite punktu nostiprinājumu iedalījums pēc to primārā lietojuma tipa Austrumlatvijā.



23. attēls.
Rekognoscēšanas
laikā veikto
pārbaužu shēma.

Gravimetriskā punkta ierīkošana

Turpmāk raksturoti gravimetriskā punkta ierīkošanas procesa posmi.

1. Ģeodēzisko zīmi ievieto nostiprinājumā izurbtajā caurumā. Pārliedzinās, vai tā ir vienā līmenī ar nostiprinājuma virsmu (24. attēls). Pirms zīmes ievietošanas izurbumā tās virsmā iekāļ četru burtu abreviatūru, kas apzīmē punkta atrašanās vietu.
2. Nosaka koordinātas un augstumu. Ja 1 km rādiusā atrodas valsts ģeodēziskā tīkla nivelēšanas punkts, augstumu nosaka no tā ar ģeometrisku nivelēšanu, savukārt, ja tuvākajā apkārtnē nav valsts ģeodēziskā tīkla punktu, augstumu nosaka no globālās pozicionēšanas pēcapstrādes režīmā noteiktās atzīmes. Koordinātas nosaka ar globālo pozicionēšanu RTK režīmā vai no kartogrāfiskā materiāla.
3. Nosaka punkta gravimetrisko vērtību. Absolūtajos punktos mērījumus vēlams veikt ne agrāk par gadu pēc punkta ierīkošanas; relatīvajos punktos mērījumus drīkst veikt uzreiz pēc to ierīkošanas.

Ar valsts ģeodēziskā tīkla punktu savietotajos punktos ierīkošanas procesā izmanto tikai trešo posmu.



24. attēls.

Relatīvā atskaites punkta rekognoscēšana un ierīkošana Jērcēnos.

Gravimetriskā punkta uzturēšana

Gravimetriskās atskaites sistēmas punkta realizāciju saprot divējādi – kā punkta fizisko reprezentāciju dabā, ko veido ģeodēziskā zīme un punkta nostiprinājums, un kā punkta noteiktos raksturlielumus (gravimetrisko, koordinātu, augstuma vērtību). Punkti jāuztur tehniskā kārtībā atbilstoši iekšēji un globāli noteiktajiem standartiem.

Gravimetriskā punkta fiziskās reprezentācijas uzturēšana

Ideālos apstākļos situācija ap punktu un pats fiziskais punkts dabā saglabājas nemainīgs no tā ierīkošanas brīža. Punkta uzraudzība un aizsardzība ir identiska visiem valsts ģeodēziskā tīkla punktiem. Absolūto gravimetrisko punktu galvenokārt apdraud neinformēta teritorijas apsaimniekotāja rīcība. 25. attēlā redzams absolūtais punkts, kad pēc tā ierīkošanas ēkas īpašnieks, veicot grīdas apdari, savienojis grīdas segumu ar punkta nostiprinājumu. Rezultātā, pretēji specifikācijai, ēkas vibrācijas tiek translētas uz punkta virsmas.



25. attēls.
Absolūtā punkta bojājumi.

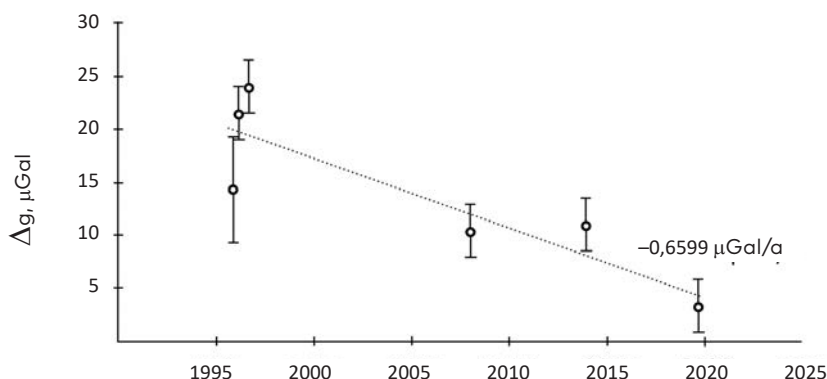
Relatīvo punktu apdraud dabīgie dēdēšanas procesi, ēku nolietojums un remontdarbi. 26. attēlā redzams piemērs, kad ēkas renovācijas laikā uzbūrtie oļi liedz iespēju kvalitatīvi uzstādīt gravimetru pie punkta.



26. attēls.
Relatīvā atskaites punkta bojājumi.

Punkta raksturlielumu uzturēšana

Punkta raksturlielumu uzturēšanas pasākumi jāveic, ja rodas pamatotas aizdomas par nobīdi no sākotnēji noteiktajām vērtībām. Svarīgākais LAG-2019 punkta raksturlielums ir gravimetriskā vērtība. Latvijas teritorijā gravimetriskās vērtības izmaiņas lielākoties skaidrojamas ar glacioizostāzijas efektu. Tā rezultātā absolūto punktu teorētiskās izmaiņas valstī svārstās no $-0,6 \mu\text{Gal/gadā}$ līdz $+0,6 \mu\text{Gal/gadā}$ [52]. Šīs modelētās vērtības būtiski atšķiras no mērītajām, piemēram, absolūtajā punktā Rīga teorētiskā gravimetriskās vērtības izmaiņa ir $-0,2 \mu\text{Gal/gadā}$, bet empīriskā izmaiņa ir $-0,66 \pm 0,1 \mu\text{Gal/gadā}$ (27. attēls), tādēļ empīrisko gravimetriskās vērtības izmaiņu noteikšanai jāveic atkārtoti mērījumi. Līdz šim Latvijā absolūtos mērījumus veic reizi piecos gados. Absolūtos mērījumus veicot biežāk, iespējams ātrāk gūt pārliecību par gravimetrisko izmaiņu tendenci [53; 23. lpp.].



27. attēls.

Mērījumu vērtību laika līnija absolūtajā punktā Rīga.

Absolūtā punkta augstumu un tā izmaiņas mēra ar nivelēšanas metodi. Ņemot vērā, ka absolūtā punkta nostiprinājuma masa ir aptuveni 6250 kg, iespējama punkta sēšanās pēc tā ierīkošanas vai izmaiņām gruntī. Mainoties augstumam, mainās arī tā gravimetriskā vērtība, kas var traucēt jauno mērījumu vērtību patiesuma izvērtēšanu. Pirmos absolūtos gravimetriskos mērījumus ieteicams veikt ne ātrāk kā gadu pēc punkta ierīkošanas. Pirmajos gados pēc punkta ierīkošanas nivelēšanu vēlams atkārtot vismaz reizi gadā. Atkārtotu absolūtās gravimetrijas kampaņu laikā veic arī nivelēšanas darbus. Punkta ģeodēziskā platuma un garuma vērtību nosaka ar precizitāti $0,003''$. Par punkta raksturlielumu var uzskatīt arī ar punktu savietotos gruntsūdens svārstību datus, kas būtiski var ietekmēt gravimetrisko signālu.

Relatīvā punkta raksturlielumus nenosaka atkārtoti, izņemot gadījumu, kad rodas pamatotas aizdomas par kāda punkta būtiskām izmaiņām – mainījies masas sadalījums ap punktu, punkta dabīgais nostiprinājums sēdies vai izkustināts utt.

Relatīvā gravimetra darbības princips

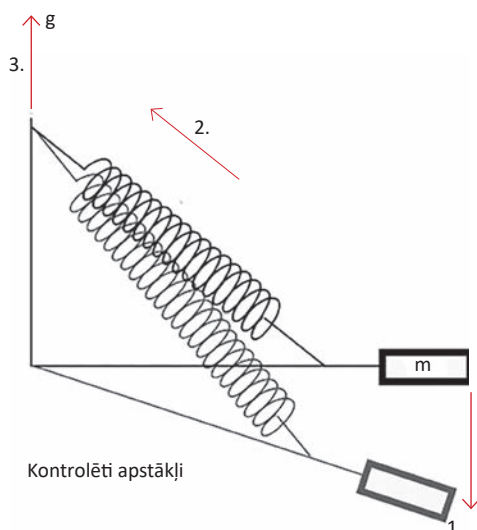
Ievadā jau aplūkota gravimetru attīstība no vienkārša svārsta 18. gadsimtā līdz jaunākās paaudzes kvantu absolūtajiem gravimetriem mūsdienās, minēta atspere relatīvā gravimetra ieviešana 20. gadsimta septiņdesmitajos gados. Visplašāk pazīstamie relatīvie gravimetri mūsdienās ir *Scintrex Autograv* sērija, 28. attēlā redzams CG-3 (1995–2008), CG-5 (2008–2015) un CG-6 (2016) modelis.



28. attēls.

Scintrex Autograv CG-3 (pa kreisi), CG-5 (vidū), CG-6 (pa labi).

Relatīvā gravimetra darbības princips ir sensora mehānisms – kontrolētā vidē spēka plecā iekārta parauga masa (29. attēls). *Scintrex* gravimetriem šis sensora mehānisms izveidots no īpaša kvarca sakausējuma materiāla.



1. Zemes gravitācijai mainoties, masas ķermeņa pozīcija mainās.
2. Atspere kompensē gravitācijas efektu, atgriežot masas ķermeni sākotnējā stāvoklī.
3. Instruments reģistrē spēku, kāds vajadzīgs g efekta kompensēšanai, pārrēķina to g mērvienībās.

29. attēls.

Relatīvā gravimetra sensora mehānisma vienkāršota shēma.

Veicot gravimetriskos mērījumus, gravimetru novieto secīgi vairākās mērījumu stacijās dažādās vietās ar dažādu ģeopotenciāla vērtību. Mainoties ģeopotenciālam, parauga masa tiek vairāk vai mazāk pievilktā Zemes masas centram. Reaģējot uz šīm kustībām, parauga masu nemainīgā stāvoklī notur kompensatora mehānisms – atspere, kas pieliek mehānisku (vecākiem modeļiem) vai elektrisku (jaunākiem modeļiem) spēku. Atkarībā no ģeopotenciāla izmaiņām mainās pieliekamais kompensēšanas spēks. To katrā mērījumu stacijā reģistrē/mēra relatīvais gravimetrs. Ja viena gājiena stacija atrodas LAG-2019 punktā ar iepriekš noteiktu gravimetrisko vērtību, tad, balstoties uz uzmērītajām starpībām, iespējams aprēķināt visu pārējo uzmērīto staciju gravimetriskās vērtības.

Salīdzinot ar vecākiem modeļiem, kvarca sensora gravimetri ir būtiski precīzāki, un to darbības mērogs ir globāls, taču tiem ir izteikts instrumenta dreifs.

Gravimetra datu pirmapstrāde

Kompensācijas spēka nolasījumus neveic gravimetriskajās mērvienībās – galos, jo Zemes gravitācija netiek novērota tieši. Mērījumu datus nolasa t. s. Skalas mērvienībās, *C. U. (Counter Units)*. Skalas mērvienības tuvinās gravimetriskajām mērvienībām, parasti $1 \text{ C. U.} = 0,999 - 1,001 \text{ mGal}$, šo abu vērtību attiecību nosaka gravimetra koeficients *GCAL1*. Skalas mērvienības gravimetra programmatūra pārrēķina galos un ieraksta tās instrumenta datnē. Šo pārrēķinu iespējams precizēt, regulāri veicot instrumenta koeficienta *GCAL1* kalibrēšanu.

Kompensēšanas spēka lasījumus gravimetrs veic noteiktā frekvencē (piemēram, *Scintrex CG5* frekvence $1/6''$) viena cikla ietvaros. Cikls ir noteikts laika periods, kurā tiek ievākti nolasījumi, to uzstāda operators, un parasti tās ir 60 sekundes. Cikla beigās aprēķina ievāktās kopas statistiskos rādītājus, kas atbilst vienam ierakstam gravimetra darba datnē. Svarīgi saprast, ka relatīvie gravimetri ir iekārtoti vienmēr, kad tiem pievadīta strāva, t. i., mērījumi tiek veikti pastāvīgi, kamēr instrumentā ievietotas baterijas, vienīgi dati netiek apstrādāti un ierakstīti.

Jebkuros mērījumos augstāku precizitāti iespējams sasniegt kontrolētā vidē. Šī iemesla dēļ gravimetrā ir nodrošināta nemainīga iekšējā temperatūra un vakuums. Vairāki iestatījumi gravimetra programmatūrā nodrošina mērījumu datu korekciju un filtrēšanu.

Iestatījums, kas principiāli maina gravimetra ierakstu aprēķinu, ir seismiskais filtrs (*Seismic filter*). Seismiskais filtra darbības pamatā ir Kalmana filtrs [54]. Pēc katra mērījuma tiek paraugoti līdz šim ciklā iegūtie dati, un, balstoties uz šo informāciju, pastāvīgi izslēgti neraksturīgi mērījumi. Seismisko filtru ieteicams izmantot sliktos mērījumu apstākļos, kad grunts vibrāciju amplitūdu standartnovirze pārsniedz $100\text{--}200 \mu\text{Gal}$. Labos mērījumu apstākļos filtram ir pretējs efekts – iegūtajiem datiem ir zemāka precizitāte, nekā neizmantojot filtru vispār. Seismisko filtru izslēdzot, automātiski tiek izslēgti mērījumi, kas atšķiras no cikla vidējās vērtības par $> 4\sigma$.

Gravimetra darbību traucējošie faktori

Instrumenta dreifs

Instrumenta dreifs ir relatīvā gravimetra uzbūves blakusparādība. Parauga masa ir iekārta spēka plecā, kas ir noslogots, bet ilgtermiņā tam atslābstot, masa slīd uz leju. Šī iemesla dēļ mainās arī mērījumu vērtība, un instrumenta uzbūves ietekmē vērtību izmaiņas ir nelineāras. Lai novērstu instrumenta dreifa radītās nobīdes mērījumos, dreifu aproksimē ar laika un mērītās vērtības funkciju. Dreifa funkcijas pakāpe jeb tās komplikētība ir atkarīga no koriģējamā procesa viļņa garuma, nepieciešamās korekcijas precizitātes un empīriskiem dreifa kontroles mērījumiem. Ilgtermiņa izmaiņas koriģē ar iespējami vienkāršāku funkciju. Koriģējot īstermiņa izmaiņas, jo augstāka precizitāte ir nepieciešama, jo vairāk ir jāpielāgo polinoma funkcija. Tomēr būtu jāizvairās no pārlietu lielas funkcijas pielāgošanas mazām datu kopām (pārmērīgas pielāgošanas kļūda).

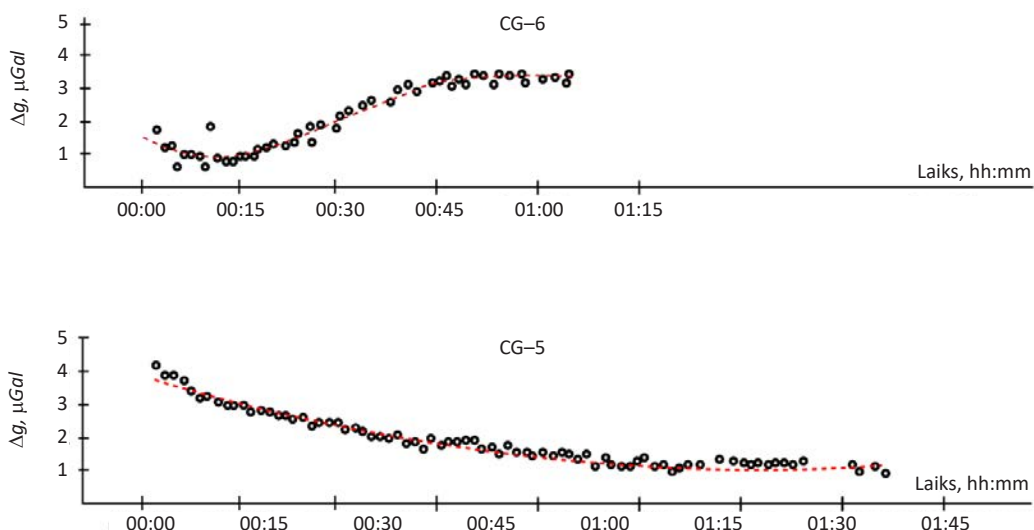
Dreifam izšķir ilgtermiņa jeb gara viļņa garuma un īstermiņa jeb īsa viļņa garuma komponentes. Ilgtermiņa komponente mērījumu līknē novērojama 24 stundu līdz dažu mēnešu periodā, tā ir vienmērīga. Ilgtermiņa dreifa korekciju gravimetrs piemēro mērījumu datu pirmapstrādē, izmantojot lineāru jeb 1. pakāpes polinoma funkciju. Ilglaicīgā dreifa vērtība *DRIFT'* ir šīs lineārās funkcijas koeficients, ko nosaka gravimetra kalibrēšanas laikā.

Dreifa īsa viļņu garuma komponente veidojas grunts vibrāciju, transportēšanas un triecienu rezultātā. Dreifa izmaiņas var veidoties, mainoties mērījumu apstākļiem, pat ja tie ir labvēlīgi. Īstermiņa dreifu koriģē, gravimetrisko datu pēcāpstrādes laikā izmantojot 1.–3. pakāpes polinoma funkciju. Īstermiņa un ilgtermiņa dreifa vērtības var ļoti atšķirties. Īstermiņa dreifu var pietuvināt lineārajai funkcijai, nodrošinot vienādus mērījumu apstākļus un laika līnijas simetriju gājiena laikā. Piemēram, pirms gājiena uzsākšanas vēlams 10–20 minūtes gravimetru vadāt ar automašīnu, pieradinot instrumentu pie jaunajiem darba apstākļiem. Īstermiņa dreifa vērtības nosaka empīriski, mērījumu laikā izmantojot atkārtotas stacijas. Veicot atkārtotus mērījumus vairāku dienu un pat nedēļu laikā, ierobežoti iespējams fiksēt arī ilgtermiņa dreifa izmaiņas.

Histerēzes efekts

Histerēzes efekts ir jebkādas sistēmas aizkavēta reakcija uz apstākļu maiņu. Gravimetra darbībā histerēzes efekts izpaužas kā gravimetra sensora nespēja pielāgoties jauniem apstākļiem pēc ilglaicīga sasvēruma. Detalizēti šo efektu un tā izpausmes apraksta Reudinks (*Reudink*) u. c. [55, 56]. Ilglaicīgi pārvadājot gravimetru uz darba teritoriju, pirmajā mērījumu stacijā mērījumos rodas nobīde no teorētiskās patiesās vērtības. Pārvadājot gravimetrs un tā sensors atrodas slīpā stāvoklī. Nobīdes sensora stāvoklī rada nobīdes mērītajās vērtībās. Uzsākot mērījumus pēc pārvadāšanas, ir jānogaida, līdz saliektais sensors iztaisnojas un nobīde izzūd. Mērījumu nobīde izzūd t. s. stabilizēšanās perioda

laikā. Stabilizēšanās periods vidēji ilgst 10–30 minūtes, tas mainās atkarībā no gravimetra pārvadāšanas ilguma (30. attēls).

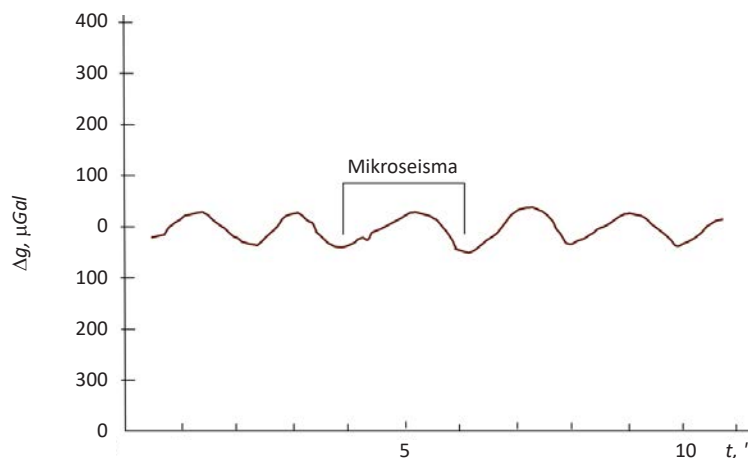


30. attēls.

Gravimetra mērījumu datu nobīde pēc pārvadāšanas.

Grunts vibrācijas

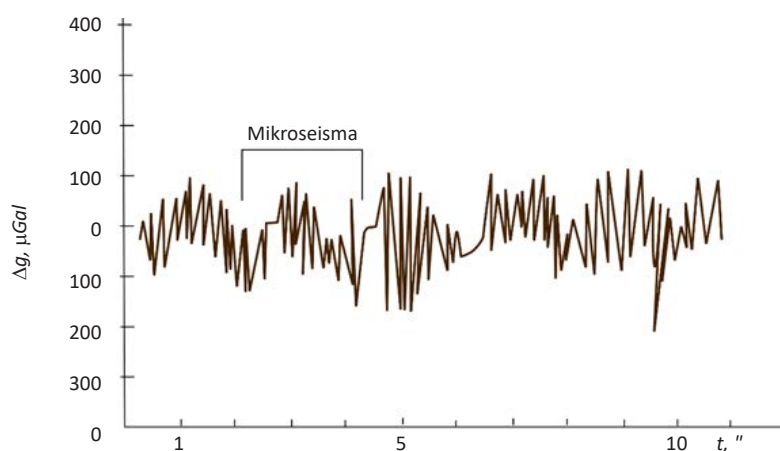
Vibrāciju avotus pēc to ietekmes rādiusa iedala tuvākajos (gājēji, automašīnas, dzelzceļš, industriālie objekti), lokālajos (kopējais vibrāciju fons blīvi apdzīvotās pilsētās, jūras viļņu ietekme piekrastes joslā līdz 20 km iekšzemē) un reģionālajos (mikroseismas). Šos avotus gravimetra ierakstu līknē var izšķirt pēc viļņa garuma un amplitūdas (31. attēls). Jāapzinās arī tie grunts vibrācijas avoti, kas nav acīmredzami vienmēr. Piemēram, atstatus stāvoši, lieli koki vējainā laikā var būtiski ietekmēt mērījumu precizitāti, taču bezvēja laikā to ietekme nav jūtama. Izdarot secinājumus par atsevišķu datu precizitāti un kopējo vibrāciju daudzumu, uzmanīgi jāsalīdzina dažādās nedēļās un pat dienās veiktie mērījumi, jo reģionālo un lokālo vibrāciju amplitūda var strauji mainīties. Ieteicams starp nedēļām un dienām izveidot kopējas stacijas, kur iespējams salīdzināt grunts vibrāciju apmēra izmaiņas laikā.



31. attēls.

Gravimetra mērījumu līkne mierīgos apstākļos.

Gravimetra signālā novērotās dažādas izcelsmes svārstības var identificēt pēc to viļņa garuma un formas. Reģionālās vibrācijas jeb mikroseismas [57] grafiski reprezentē noapaļotas formas viļņi. Šo viļņu garums ir $1\text{--}2\text{ s}^{-1}$, tas nemainās gada griezumā. Mikroseismu amplitūda visbūtiskāk mainās atkarībā no gadalaika un īslaicīgām vētrām jūrā. Gada griezumā tā var variēt no $0,02\text{ }\mu\text{Gal}$ jūnijā līdz $0,2\text{ }\mu\text{Gal}$ ziemas mēnešos. Ziemas mēnešos mikroseismu amplitūdas izmaiņās reizēm novērojams $5\text{--}20$ sekunžu garš cikliskums. Pilnīgi no šīm vibrācijām atbrīvoties nav iespējams, to ietekme gravimetra mērījumu līknē ir redzama pat uz absolūtajiem punktiem. Reģionālo un lokālo avotu ietekme gravimetra līknē lielākoties izpaužas kā smailas viļņu virsotnes (32. attēls).



32. attēls.

Gravimetra mērījumu līkne nepiemērotos reģionālajos un lokālajos apstākļos.

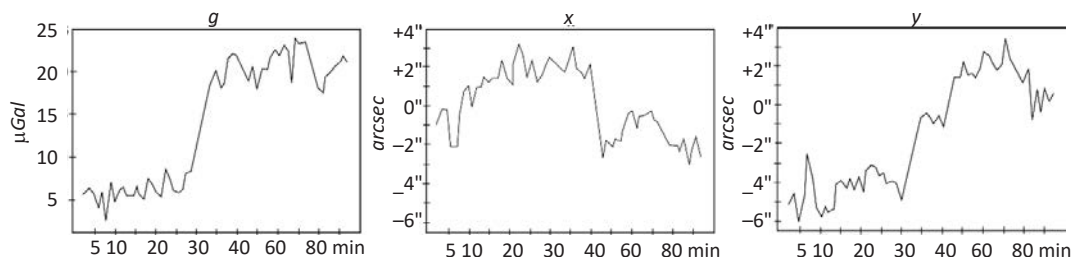
Ja reģionālo vibrāciju ietekme ir zema, lokālie efekti to var pārmākt. Šādā gadījumā gravimetra mērījumu līknē svārstības nav periodiskas, bet haotiskas. Kartēšanas laikā iespējams saskarties ar cikliskām lokālām vibrācijām, piemēram, mērījumos uz ledus. Visuvāko avotu radītās vibrācijas gravimetra līknē redzamas kā haotiskas īsa viļņa garuma (s^{-1}) svārstības, to amplitūda pieaug proporcionāli vibrāciju avota izmēram un attālumam. Lai gan lokālo vibrāciju viļņi ir haotiski, reizēm var redzēt periodus ar augstāku un zemāku lokālo vibrāciju radīto troksni datos. Visbiežāk tas novērojams vēja brāzmās.

Gravimetra kalibrēšana

Instrumenta kalibrēšanu veic, lai instrumenta mērījumos novērstu statistiskas nobīdes. Šīs nobīdes rodas instrumenta uzbūves un darbības rezultātā, un laika gaitā pieaug to negatīvā ietekme uz mērījumu precizitāti.

Gravimetra asu korekcijas kalibrēšana

Lai relatīvā gravimetra sensors darbotos pareizi, mērījumu laikā tam jābūt nolīmeņotam. Ja instruments nav līdzsvara stāvoklī, sasveras arī tajā ievietotais sensors. Rezultātā mainās sensora fiksētais kompensācijas spēks un veidojas nobīde starp mērīto un patieso gravimetrisko vērtību stacijā. Instrumenta iekšējo līmeņrāžu precizitāte ir $1''$. Praksē pilnībā nolīmeņot instrumentu nav iespējams, nodrošināt sasvērums $<5''$ iespējams inženierbūvēs un uz stabilām gruntīm. Uz nestabilām gruntīm, kūdras vai iridenās augsnes sasvērums mērījumu cikla laikā var mainīties par $10-20''$. Šī iemesla dēļ mērījumu datu pirmapstrādes laikā aprēķina asu sasvēruma korekciju. Tās pamatā ir relatīvā gravimetra līmeņrāža nolasījumi un korekcijas koeficients, ko apzīmē ar *XYOFF-SET*. Laika gaitā gravimetra līmeņrāžu jutīgums mainās, līdz ar to mainās arī korekcijas koeficients. To precīzē, lai pirmapstrādē piemērotu patieso korekciju. Korekciju vēlams veikt, ja rodas aizdomas par vērtību izmaiņām, mainoties gravimetra līmenim, bet ne retāk kā vienu reizi mēnesī. 33. attēlā redzamas nekalibrēta gravimetra nolasīto mērījumu izmaiņas, kas korelē ar y ass sasvērums. Pēc 30 minūtes ilgušiem mērījumiem instruments līmeņots atkārtoti, rezultātā y ass sasvērums ir mainījies par $+6'' - +8''$ un gravimetriskās vērtības mērījumi – par $-15 \mu\text{Gal}$.



33. attēls.

Asu sasvērums un mērīto vērtību izmaiņas nekalibrētā gravimetrā.

Kalibrēšanu vēlams veikt uz nostiprinājuma, kas atbilst absolūtā gravimetriskā punkta stabilitātei un tehniskajiem parametriem. Ieslēdzot instrumenta kalibrēšanas režīmu, sākotnēji veic mērījumus viena cikla garumā, gravimetram esot pareizā līmenī (x/y ass nobīde $\sim 0''$), tad katru asi secīgi sasver līdz $150''$ un mērījumus atkārtō. Mērīto vērtību starpību izmanto x un y ass nobīdes koeficienta ($X\ Offset$ un $Y\ Offset$) un x un y ass līmeņa nolasījumu jutīguma koeficienta ($X\ Sensitivity$ un $Y\ Sensitivity$) aprēķinā. Modelim CG-5 x un y ass jutīgumu un nobīdes koeficientu nosaka divos atsevišķos režīmos. CG-6 šos abus koeficientus nosaka vienā, apvienotā kalibrēšanas režīmā.

Kalibrēšanas laikā būtiski ievērot precīzu mērījumu pamatprincipus, jo kalibrēšanas rezultāts ir tieši proporcionāls tās laikā iegūtajiem mērījumiem. Ja kādā kalibrēšanas solī mērījumu cikla rezultāti ir neprecīzi, tiek aprēķināta nepatiesa koeficienta vērtība, un tā ietekmē turpmāko mērījumu patiesumu. Šādā gadījumā eksperimentu pārtrauc, un kalibrēšanas procesu atkārtō, atsākot no pēdējā veiksmīgā kalibrēšanas soļa (modelim CG-5) vai no sākuma (modelim CG-6). Par nepatiesi aprēķinātu koeficientu var liecināt aizdomīgi augsta starpība starp pēdējo un jauno vērtību.

No kalibrēšanas procesa apraksta var secināt, ka kalibrēts instruments spēj nolasīt patiesu vērtību pie sasvēruma $<150''$. Praksē pieņemts, ka gravimetra asu korekcija ir uzticama līdz sasvērumam $<10''$. Ja kādai asij lauka darbu laikā sasvēruma vērtība pārsniedz $10''$, tad pirms nākamā cikla uzmērīšanas vēlams gravimetru atkārtoti nolīmeņot. Šī ir arī laba iespēja kontrolēt, vai pēc atkārtotas nolīmeņošanas nav būtiski mainījusies uzmērītā vērtība.

Gravimetra ilgtermiņa dreifa kalibrēšana

Instrumenta dreifs apgrūtina gājiena izlīdzināšanu datu pēcāpstrādē, kā arī traucē noteikt stabilizēšanās perioda beigas. Instrumenta dreifa ietekmi iespējams daļēji novērst datu pirmāpstrādē, piemērojot instrumenta dreifa koeficientu. Koeficients norāda gravimetriskās vērtības izmaiņu ($mGal/24\ st.$).

Kalibrēšanu ieteicams veikt uz stabilas virsmas, lai izslēgtu instrumenta sasvēšanās ietekmi uz mērījumiem kalibrēšanas laikā ($\geq 6\ st.$). Praksē šim nolūkam visbiežāk izmanto absolūto punktu nostiprinājumu. Kalibrēšanu veic automatizēti vai manuāli.

Automatizētās kalibrēšanas laikā relatīvajā gravimetrā iestata dreifa kalibrēšanas režīmu un uzsāk mērījumus. Mērījumu sesiju turpina, līdz pagājis pietiekams laiks, lai gūtu pareizu priekšstatu par instrumenta ilgtermiņa dreifu (≥ 6 st.). Gravimetra operētājsistēma aprēķina jauno dreifa vērtību:

$$D = D' + \left(\frac{R2 - R1}{T2 - T1} \right),$$

kur

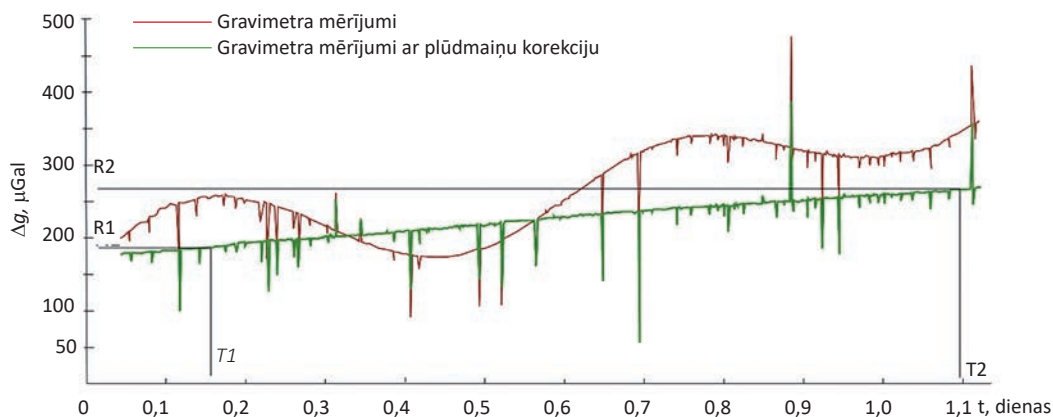
D' – vecā dreifa vērtība;

D – jaunā dreifa vērtība;

$R1/T1$ – pirmā mērījumu cikla vērtība un decimāllaiks;

$R2/T2$ – pēdējā mērījumu cikla vērtība un decimāllaiks (34. attēls).

Pēc operatora apstiprinājuma gravimetrā iestatītā dreifa vērtība tiek atjaunināta. Šīs metodes nepilnības – bieži pirmajam un pēdējam gravimetra ciklam sesijā ir nobīde attiecībā pret pārējiem, nav iespējams izvērtēt, vai sesijas laikā notikušas izmaiņas dreifā. Metodē izmantota gravimetrā iebūvētā Zemes plūdmaiņu korekcija, taču līdzšinējā pieredze liecina, ka gravimetros iebūvētie plūdmaiņu modeļi nav pietiekami precīzi, un plūdmaiņu korekciju ieteicams veikt pēcapstrādē. Šī metode lietojama, ja nav iespējams veikt datu izlādi. Zemes plūdmaiņu negatīvās ietekmes samazināšanai vēlmais sesijas ilgums ir 24/48/72 stundas.



34. attēls.

Gravimetra ilgtermiņa dreifa izmaiņu vizualizācija, kalibrējot manuāli.

Manuāla gravimetra kalibrēšana sniedz detalizētāku ieskatu instrumenta dreifa funkcijā. Šim nolūkam mērījumu sesiju veic kā parasti, neieslēdzot dreifa kalibrēšanas režīmu. Beidzot sesiju, dati tiek izgūti, un tiem piemērota plūdmaiņu korekcija. Datus attēlo

grafiski un izvēlas divus mērījumus, starp kuriem novērojamās izmaiņas ir reprezentatīvas ilgtermiņa dreifa līknei. Jauno dreifa vērtību aprēķina, izmantojot formulu

$$D = D' + \left(\frac{R2 - R1}{T2 - T1} \right),$$

Jauno dreifa vērtību ievada manuāli instrumenta iestatījumu vidē.

Līdzīgi pārējām kalibrēšanas procedūrām, svarīgi ievērot precīzu mērījumu pamatprincipus, kā arī kritiski un analītiski izvērtēt kalibrēšanas rezultātus.

Gravimetra skalas vienības koeficienta kalibrēšana

Instrumenta mērījumus veic skalas mērvienībās (*Counter Units, C. U.*). Pārreķinu uz SI sistēmas mērvienībām mGal veic, izmantojot koeficientu GCAL1 un GCAL2. GCAL2 ir laikā nemainīgs, bet GCAL1 ir regulāri jāprecizē.

Praksē koeficients ilgtermiņā mainās vidēji par $35 \cdot 10^{-6}$ gadā [58], ir fiksētas arī straujākas izmaiņas – virs $100 \cdot 10^{-6}$ gadā. Tas nozīmē, ka teorētiski koeficienta patiesajai vērtībai izmainoties par $100 \cdot 10^{-6}$, uzmērot relatīvo saiti starp diviem punktiem, kuru vērtību patiesā starpība 100 mGal, instruments uzmērīs starpību ar kļūdu 0,1 mGal. Ņemot vērā, ka Latvijas mērogā Zemes gravitācijas vērtības diapazons ~150 mGal, var secināt, ka šāda kļūda ir praktiski iespējama atskaites sistēmas punktu gravimetrisko vērtību noteikšanas laikā.

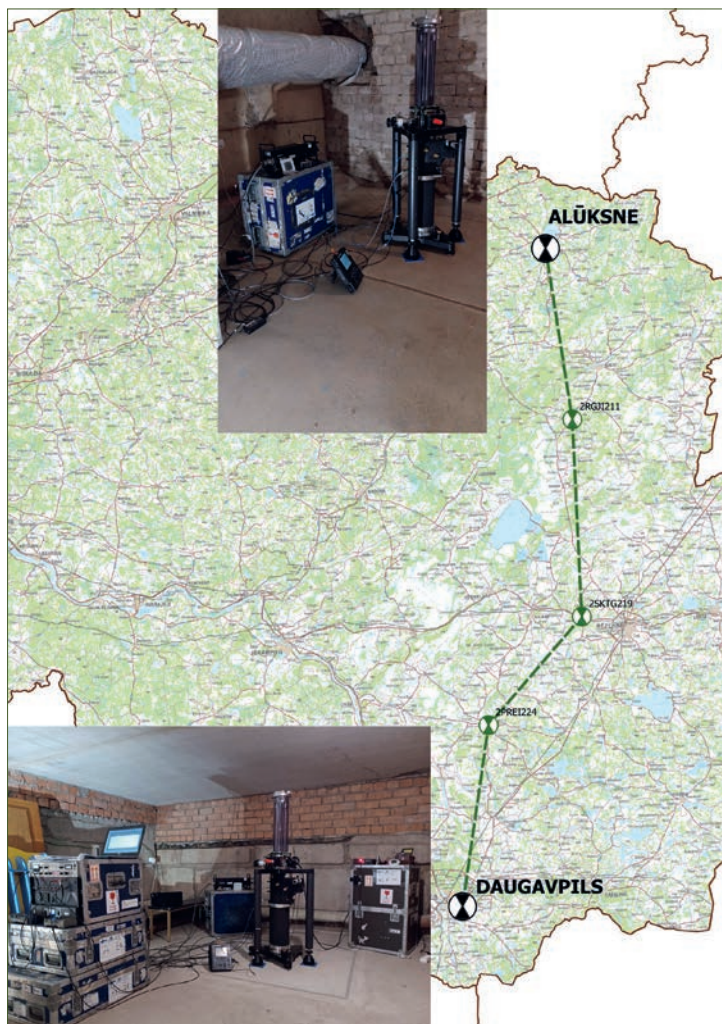
Vislielākās un nelineārākās koeficienta vērtības izmaiņas vērojamas pirmajos gados pēc instrumenta izgatavošanas. Šī iemesla dēļ ir obligāti jākalibrē jaunie instrumenti, ko visbiežāk izmanto svarīgu uzdevumu veikšanai drīz pēc iegādes. Pēc pāris gadiem GCAL1 izmaiņu tendence stabilizējas, bet turpinās, instrumenta kļūda palielinās, tāpēc ir svarīgi turpināt to regulāri kalibrēt.

Kalibrēšanas procesā veic gājieni starp punktiem ar iepriekš precīzi noteiktām gravimetriskajām vērtībām. Relatīvā gravimetra uzmērītās atšķirības salīdzina ar zināmajām vērtībām, starpību izmanto, lai aprēķinātu GCAL1 koeficienta izmaiņas kopš pēdējās kalibrēšanas reizes.

Jo precīzāk noteiktas kalibrēšanas punktu vērtības, jo precīzāk iespējams noteikt GCAL1 koeficientu. Šī iemesla dēļ lielākoties kalibrēšanas līnijas ierīko starp punktiem, kuru vērtības noteiktas ar absolūto gravimetru. Lai noteiktais koeficients būtu reprezentatīvs turpmākajiem ar gravimetru veicamajiem darbiem, kalibrēšanas līnijas gravimetrisko vērtību diapazonam jābūt identiskam vai lielākam, nekā plānots uzmērīt ar gravimetru. Visizdevīgāk kalibrēšanas līnijas ierīkot vietās ar augstām Zemes gravimetrisko vērtību izmaiņām [59, 60], kas ļauj veidot kalibrēšanas līniju ar īsāku attālumu starp punktiem

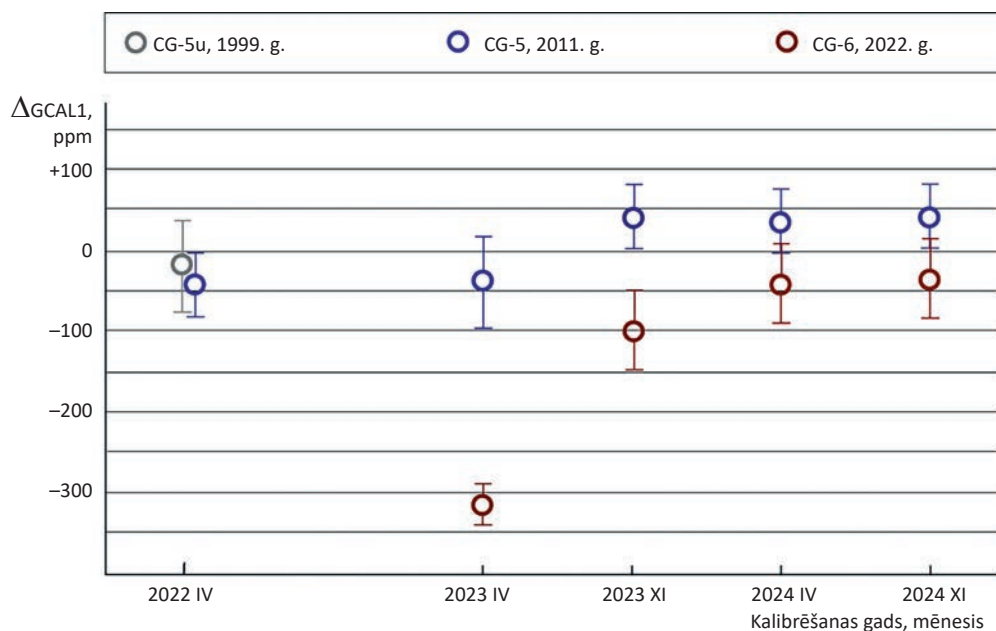
un saīsina pārbraucienus. Valstīs ar vienmērīgām gravitācijas izmaiņām, kā tas ir Latvijā, kalibrēšanas līnijas pārsvarā šķērso valsts teritoriju Z–D virzienā [53, 61]. Kalibrēšanas līnijai jābūt uzmērāmai vienas dienas laikā.

LAG-2019 kalibrēšanas līnija ierīkota starp absolūtajiem punktiem Alūksnē un Daugavpilī (35. attēls). Kalibrēšanas līnijas g diapazons ir 105 mGal. Starp absolūtajiem punktiem vienādā attālumā cits no cita ierīkoti trīs 2. klases punkti Rugājos, Sakstagalā un Preiļos. Starpstacijās veic mērījumus, lai noteiktu instrumenta dreifu un samazinātu histerēzes efektu pārbraucienu laikā. Pēc vajadzības ir iespējams līniju pagarināt līdz Igaunijas atskaites sistēmas absolūtajam punktam Hānjā (*Haanja*), palielinot vērtību diapazonu līdz 125 mGal.



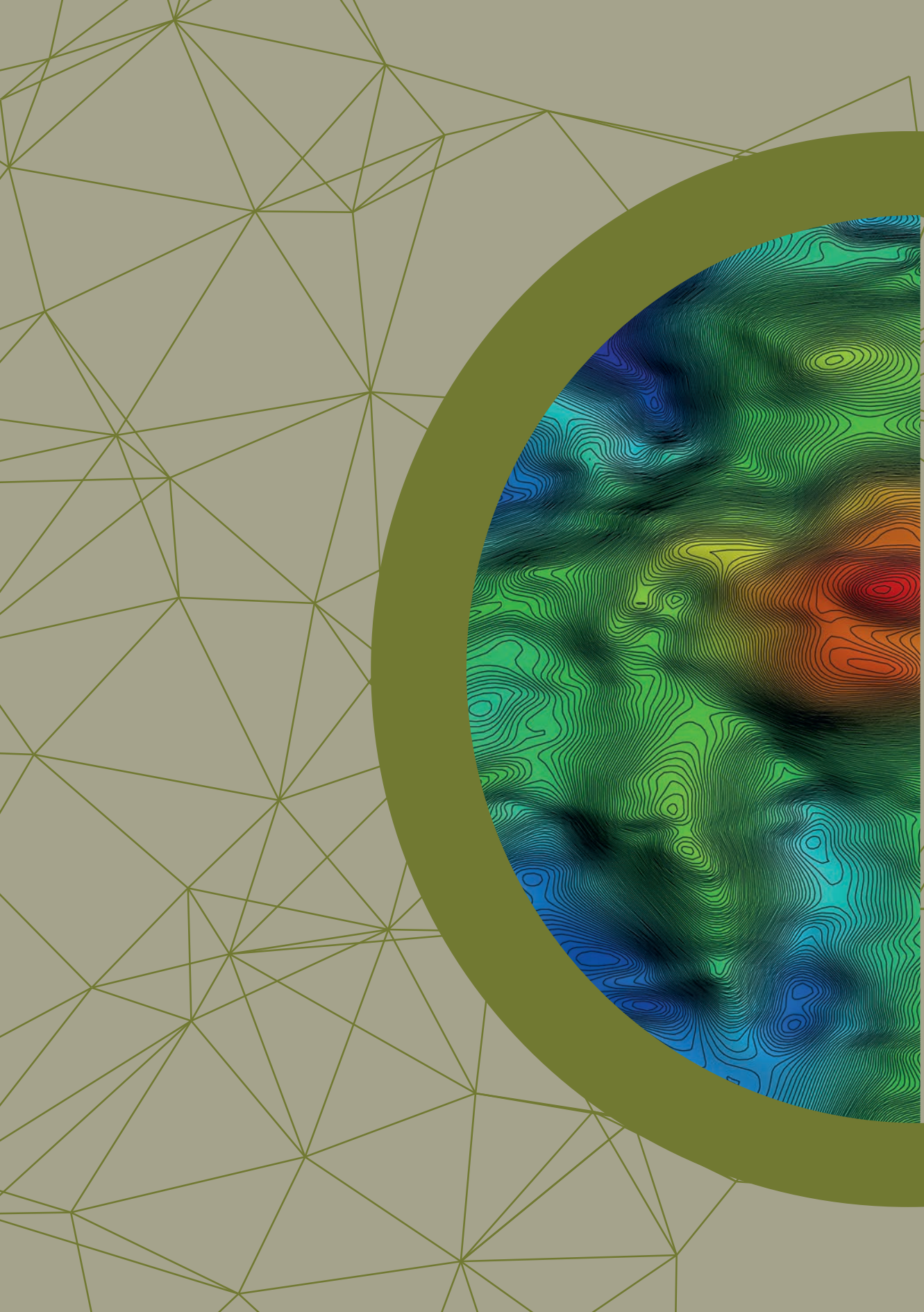
35. attēls.
Kalibrēšanas līnija.

Noteikto koeficienta vērtību gravimetrā ievada manuāli, un jauno vērtību turpmāk piemēro visos mērījumos. GCAL1 kalibrēšana ir laikietilpīga. Instrumenta skalas koeficienta izmaiņas ir nelineāras [58] (36. attēls), tādēļ vairāku secīgu kalibrēšanu rezultātus iespējams norādīt datu pēcapstrādes programmatūrā. Šādā gadījumā pēc dažādos laikos uzmērītu datu izlīdzināšanas pareizo GCAL1 vērtību katram mērījumam interpolē no empīriskajām vērtībām. Jāpiezīmē, ka, lai iegūtu reprezentatīvu datu kopas, kalibrēšana jāveic ilgtermiņā un regulāri. Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra instrumentu kalibrēšanu veic ikgadēji, pirms aktīvās mērījumu sezonas sākuma un tās beigās. Skalas koeficients var strauji mainīties tehnisku problēmu vai triecienu rezultātā, tādā gadījumā ieteicams kalibrēšanu veikt atkārtoti.



36. attēls.

Dažāda ekspluatācijas laika un modeļa relatīvo gravimetru GCAL1 koeficienta izmaiņas ilgtermiņā.



Relatīvo mērījumu teorija un prakse Latvijā

Ar terminu “novērojumi” gravimetrijā saprot gravimetra sensora darbību, lai fiksētu un analizētu dabas parādību. Gravimetrijā novērojamā parādība ir ģeopotenciāla lauka izmaiņas telpā un laikā. Gravimetrs ieslēgtā stāvoklī ģeopotenciāla izmaiņu novērojumus veic pastāvīgi. Mērījumi jeb process, kurā novērojumus atliek uz mērvienību skalas, tiek veikts mērījumu stacijā. Secīgi veicot mērījumus divās stacijās, uzmēra relatīvo gravimetrisko saiti (turpmāk – relatīvā saite, *Relative gravity tie*) jeb ģeopotenciāla vērtības starpību šajās divās stacijās. Ja vienai stacijai ir iepriekš noteikta gravimetriskā vērtība, pamatojoties uz izmērīto starpību, iespējams iegūt jaunu vērtību otrajā stacijā. Savirknējot divas un vairāk relatīvās saites, veido gravimetrisko darbu jeb gājienu. Gājienu, kas veikti metodiski vienādi noteiktā laika rāmī ierobežotā ģeogrāfiskā teritorijā, apvienoti sauc par gravimetrijas kampaņu, piemēram, 2022. gada ģeopotenciāla kampaņa Latgalē, 2022. gada atskaites sistēmas sabiezināšanas kampaņa Dienvidkurzemē.

Precīzu mērījumu pamatprincipi

Mērījumu simetrija ir svarīgs princips, kas jāievēro relatīvo mērījumu plānošanā un lauka darbos. Visos lauka darbu uzdevumos (instrumenta stabilizācija, aktīvo mērījumu periods, pārbrauciens uz nākamo staciju), kas gājiena laikā atkārtojas n reizes (n – mērījumu staciju skaits), vēlamas nodrošināt līdzīgus apstākļus, un katrs darba uzdevums jāveic vienādā laika periodā. Augsta mērījumu simetrija mazina instrumenta nelineārā dreifa ietekmi, ļauj precīzāk izlīdzināt gājienu pēcapstrādes laikā un kopumā uzlabo datu ticamību.

Lai stacijās samazinātu histerēzi, veicami vairāki pasākumi:

- pārbraucienus starp stacijām veic pa asfaltētiem ceļiem ar iespējami maz pagriezieniem. Lai izvairītos no instrumentu saskrāpēšanas pārbraucienā laikā, tos novieto uz speciāli izstrādātām platformām;
- mērījumu stacijās ievēro stabilizēšanās periodu – laiku, kurā novērsta sākotnējā vērtību nobīde no ilgtermiņa lineārās tendences. Stabilizēšanās periodā iegūtos mērījumus neizmanto vērtību aprēķināšanā.

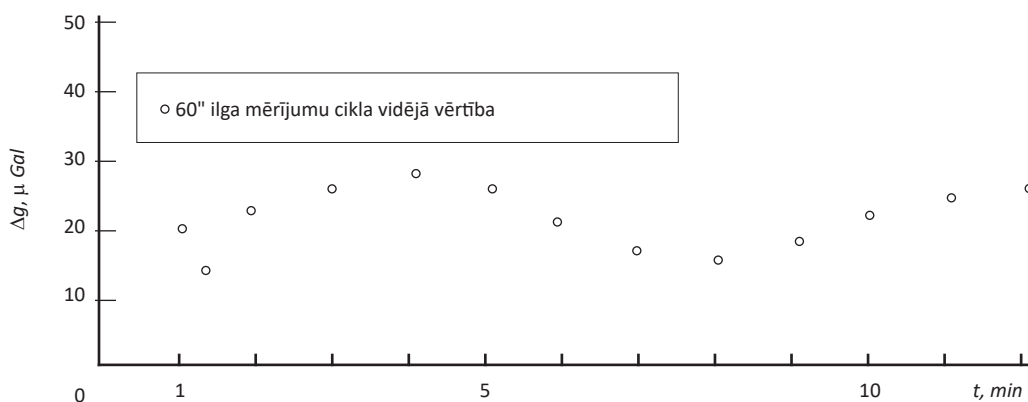
Lai būtu iespējams objektīvi novērtēt instrumenta stabilizēšanos, stabilizēšanās perioda laikā ieteicams izvēlēties mērījumu ciklu, kas nav ilgāks par 60 sekundēm, līdz ar to iegūst datus, kas ļauj izveidot precīzāku stabilizēšanas līkni.

Mērījumu periods

Mērījumu periods, kurā iegūtos datus izmanto stacijas vērtību aprēķinā, sākas, kad instruments ir nostabilizējies. Mērījumu periods turpinās līdz staciju aprakstošas ierakstu kopas iegūšanai.

Mērījumu periodā cikla garumu un citus iestatījumus izvēlas operators, balstoties uz lokālajiem apstākļiem gājiena laikā. Mērījumu simetrijas nodrošināšanai ieteicams izmantot vienādus iestatījumus visā gājiena laikā. Labos apstākļos (pie 60 sekunžu cikla mērījumu kopas standartnovirze $<50 \mu\text{Gal}$) mērījumus ieteicams veikt, izslēdzot seismisko filtru. Sliktos apstākļos (pie 60 sekunžu cikla mērījumu kopas standartnovirze $>150 \mu\text{Gal}$) ieteicams ieslēgt seismisko filtru, iespējams arī pagarināt mērījuma cikla garumu.

Sliktos mērījumu apstākļos bieži sastopamas gara viļņa ($T > 5 \text{ s}$), ļoti gara viļņa ($T > 5 \text{ min}$) un lielas vērtību amplitūdas ($\Delta g > 50 \mu\text{Gal}$) gravimetriskā signāla svārstības (37. attēls). Šīs svārstības var būtiski ietekmēt vidējo mērījuma cikla vērtību. To ietekmi uz cikla vērtībām izvērtē operators un pieņem lēmumu, vai ierakstītā mērījuma cikla vērtība ir reprezentatīva.



37. attēls.

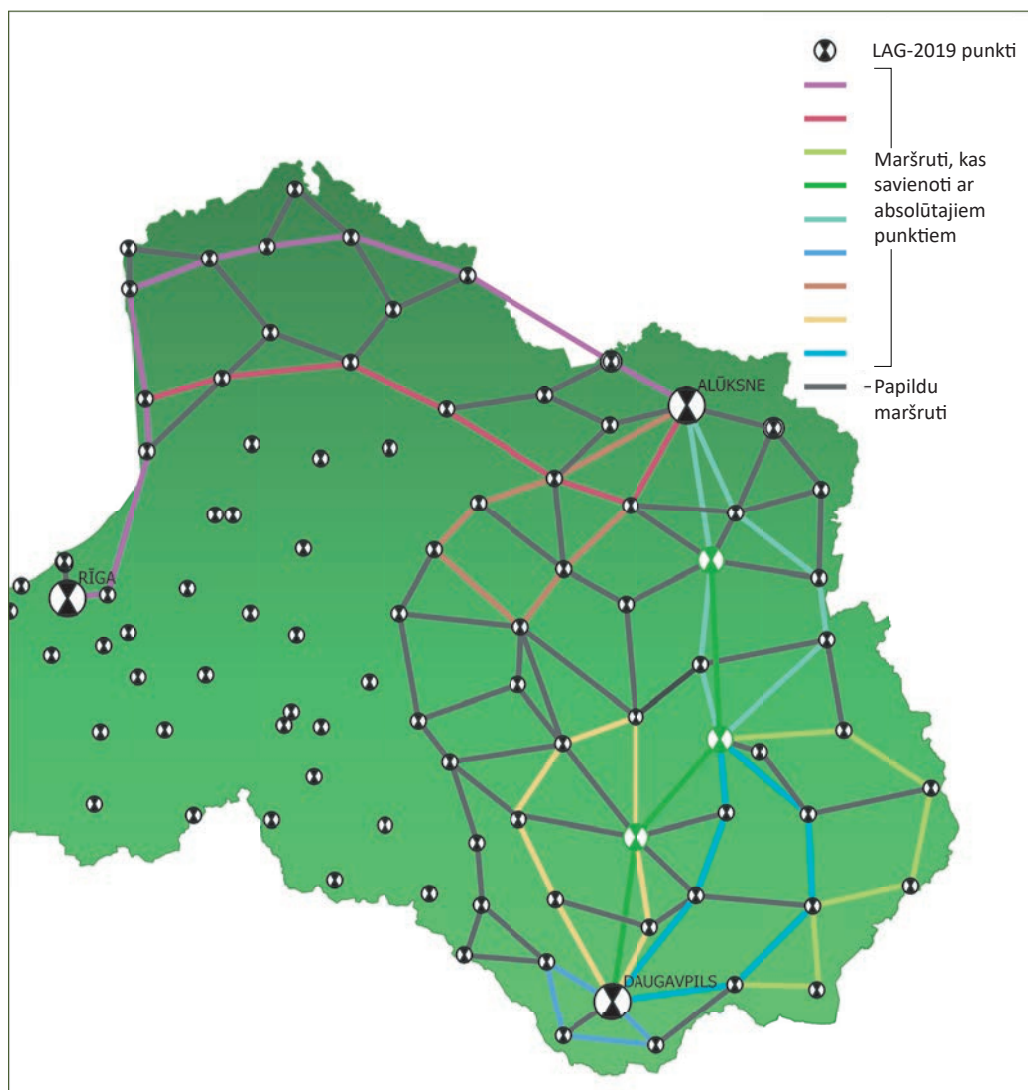
Gara viļņu garuma signāla svārstības gravimetra mērījumu līknē.

Gravimetrisko mērījumu plānošana

Atskaites sistēmas sabiezināšanas jeb relatīvo atskaites punktu uzmērīšanas ietvaros visi punkti ar relatīvo saišu palīdzību ir savienoti ar LAG-2019 definējošajiem absolūtajiem punktiem (38. attēls). Relatīvo atskaites punktu uzmērīšanas plānošanu veic trīs līmeņos.

- Augstākajā jeb starpkampaņu līmenī plāno maršrutu kompleksu, ko iecerēts uzmērīt vairāku kampaņu laikā. Nosaka, no kura LAG-2019 punkta uzmērīs kuru teritoriju un kuru punktu.

- Vidējā jeb kampaņas līmenī plāno maršrutu konfigurāciju, nodrošinot kampaņas uzdevuma paveikšanu lauka darbiem atvēlētajā laika periodā. Rezultātā katram atskaides sistēmas punktam vēlams uzmērīt relatīvās saites ar vismaz trim citiem atskaides punktiem, kā arī vismaz divas relatīvās saites ar katru no šiem punktiem.
- Zemākajā līmenī plāno pārbraucienus starp punktiem. Svarīgi apzināties, cik lielā mērā iespējams pārplānot maršrutu sarežģītumu gadījumā.

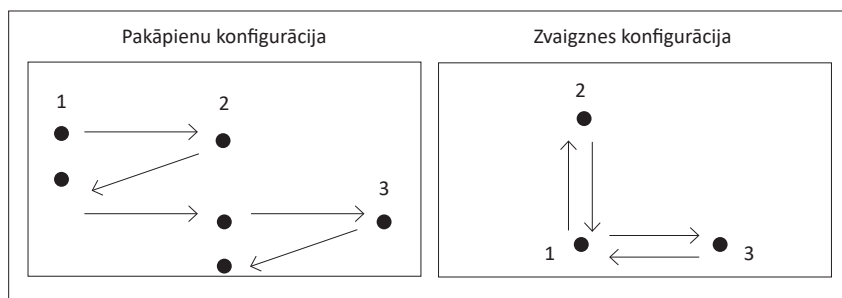


38. attēls.

2022. un 2023. gada LAG-2019 sabiezināšanas kampaņas uzmērītās relatīvās gravimetriskās saites Latvijas austrumu daļā.

Uzmērīšanas gājienu maršrutus lielākoties plāno, izmantojot trīs dažādas metodes (39. attēls).

1. Gājienu uzsāk uz viena un noslēdz uz cita absolūtā punkta; gājienu veic ar pakāpienu (soļu) konfigurāciju.
2. Gājienu uzsāk un noslēdz uz viena un tā paša absolūtā punkta; gājienu veic ar pakāpienu (soļu) konfigurāciju.
3. Gājienu uzsāk un noslēdz uz viena un tā paša absolūtā punkta; gājienu veic ar zvaigznes konfigurāciju.



39. attēls.

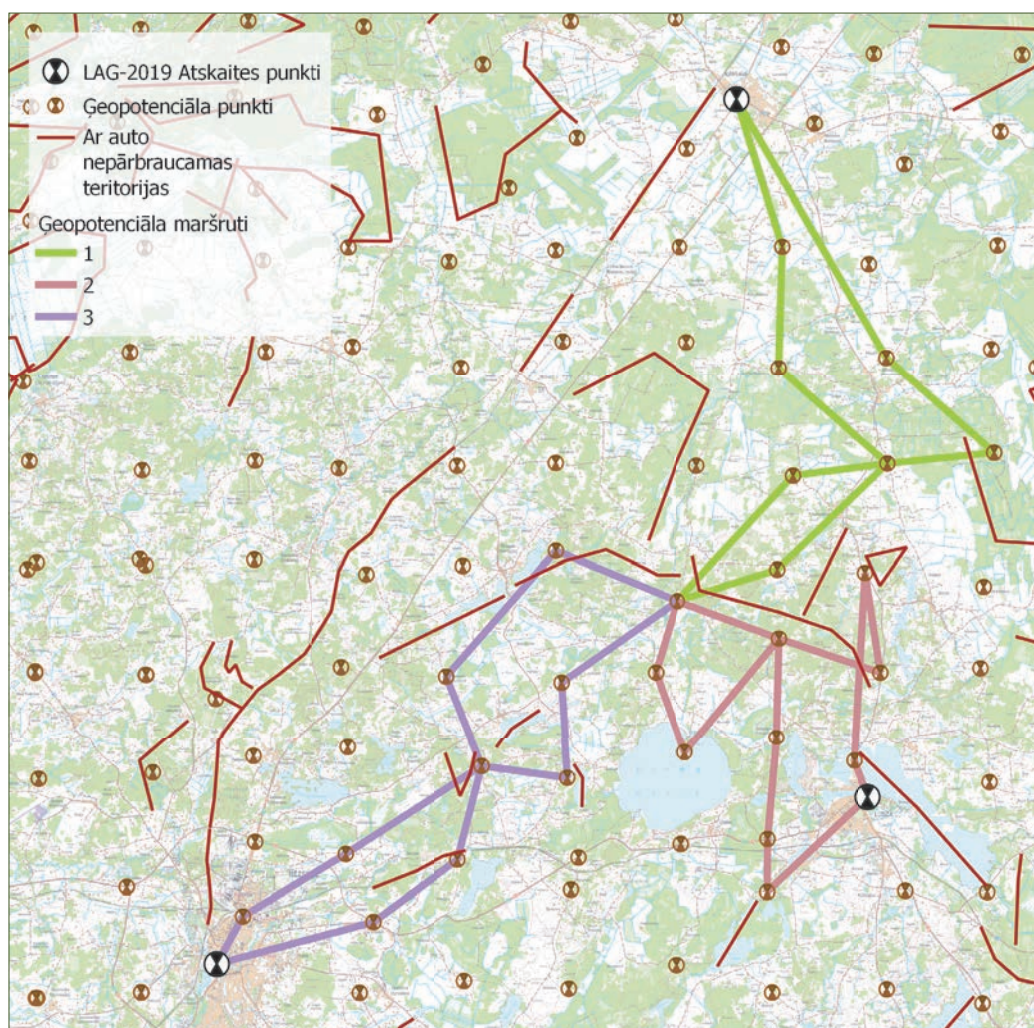
2. klases punktu relatīvo saišu uzmērīšanā izmantotās maršrutu konfigurācijas.

Pirmo un otro metodi lielākoties izmanto maršrutos, kas aizņem vairākas dienas. Pēdējo vakara un pirmo rīta mērījumu veic tajā pašā stacijā. Trešo metodi galvenokārt izmanto papildu saišu uzmērīšanai izlīdzināšanas vajadzībām. Visās LAG-2019 sabiezīnāšanas maršrutu konfigurācijās atkārtoti katru otro staciju, jo tas sniedz visaugstāko instrumenta īslaicīgā dreifa kontroli. Gravimetrisko mērījumu norise stacijā aprakstīta 10. pielikumā, savukārt punktu nosaukuma izveide – 11. pielikumā.

Apvidū ierīkotos un uzmērītos atskautes sistēmas punktus izmanto ģeopotenciāla kartēšanā. Ģeopotenciāla kartēšanas kampaņu uzdevums ir nodrošināt dabīgā ģeopotenciāla vērtības mērījumus regulāri visā valsts teritorijā. Pēc vērtības noteikšanas ģeopotenciāla punktā pietiek uzmērīt relatīvās saites ar diviem blakus esošajiem punktiem un tikai vienu saiti ar katru no tiem. Ar terminu “dabīgs” šeit jāsaprot ģeoīdu aprakstošs mērījums, tādēļ nav ieteicams ģeopotenciāla staciju ierīkot lokālu anomāliju vietā. Pirms maršruta plānošanas veic priekšdarbus – neizbraucamo teritoriju digitizēšanu darba teritorijā. Pēc paveiktajiem priekšdarbiem plāno ģeopotenciāla gājienu, ņemot vērā šādus kritērijus:

- visi gājienu ir slēgti. Gājienu pirmā un pēdējā stacija (bāzes stacija) ir vienā vietā, tā savietota ar LAG-2019 relatīvo (2. klases) punktu. 40. attēlā visi trīs gājienu ir slēgti, un katrs balstās uz sava atskautes punkta;

- gājienos, kas sastāv no astoņām un vairāk stacijām, ierīko vismaz vienu atkārtotu staciju instrumenta dreifa kontrolei – iekšējās kontroles staciju;
 - gājienu pēc iespējas savieno ar ģeogrāfiski blakus esošajiem gājieniem, uzņemot vienu kopīgu staciju divos vai vairāk gājienos – ārējās kontroles staciju.
40. attēlā redzamajiem trim gājieniem izveidota viena kopīga stacija, kas atvieglo kļūdainu gājienu atklāšanu.

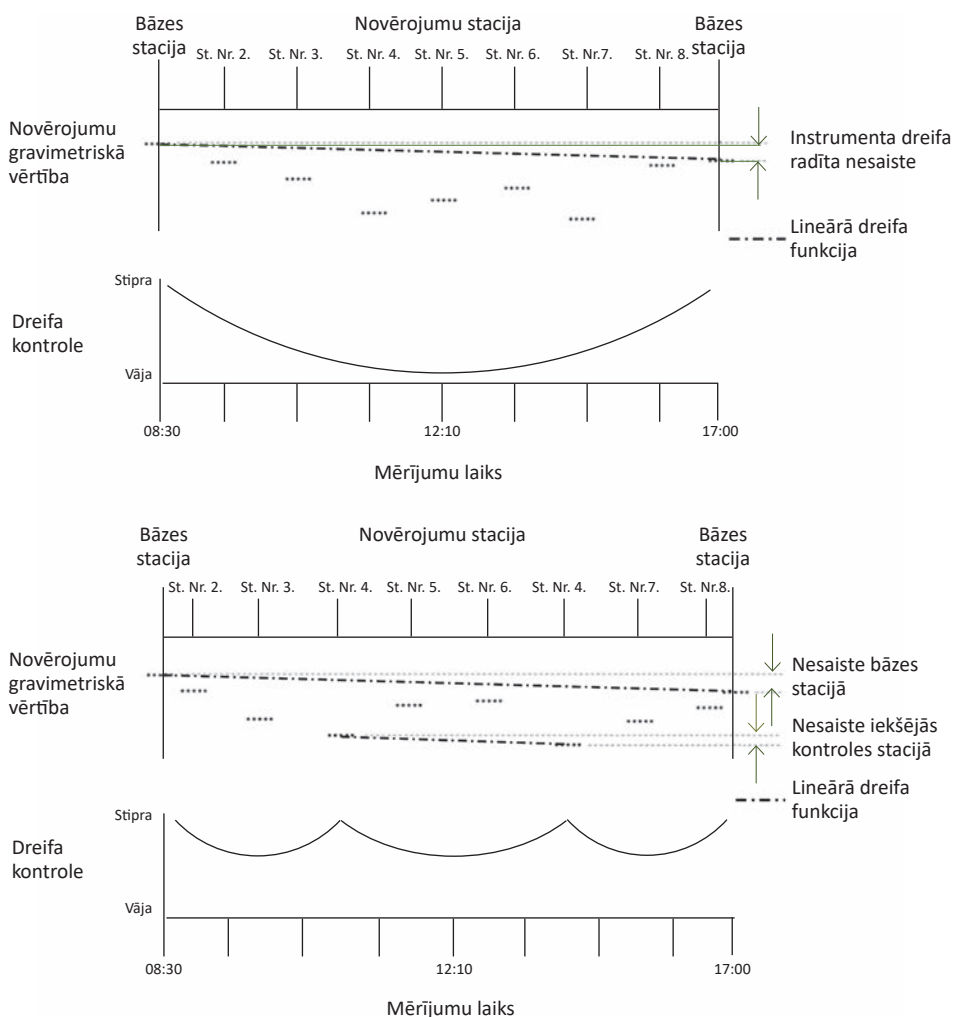


40. attēls.

Veiksmīgi saplānoti ģeopotenciāla kartēšanas maršruti.

Instrumenta dreifa kontroli ģeopotenciāla maršrutos praktisku iemeslu dēļ neveic tik stingri, kā nosakot atskaites punktu vērtības. Salīdzinot tipiska gājiena rīta un vakara mērījumus bāzes stacijā, nesaisti izdala uz visa gājiena staciju vērtībām. Zināms, ka

instrumenta dreifs nav lineārs, bet var mainīties haotiski. Līdz ar to šāda lineāra izlīdzināšana nav optimāla, un stacijām, kas atrodas tālāk no bāzes stacijas, izlīdzināšanas rezultāti ir maz precīzi. 41. attēlā shematiski parādīta dreifa kontroles kvalitāte gājienam bez papildu dreifa kontroles stacijas (A) un ar dreifa kontroles staciju (B). Šī iemesla dēļ ir jāierīko iekšējās kontroles stacijas, lai kontrolētu instrumenta dreifu gājiena vidusdaļā. Pieaugot dreifa kontroles staciju skaitam, konstatējot atšķirības dreifā dažādos gājiena posmos, iespējams aproksimēt 2. pakāpes polinoma funkciju, tā palielinot izlīdzinājuma precizitāti.



41. attēls.

Instrumenta dreifa radīta mērījumu nesaiste un dreifa kontrole noslēgtā gājienā.

Gravimetriskais gājiens Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras praksē

Gravimetriskos mērījumus veic brigāde, kas sastāv no diviem apmācītiem Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras darbiniekiem – gravimetrijas lauka operatoriem. Gravimetriskā gājiena uzmērīšanas laikā izmanto automašīnu ar tajā ierīkoto gravimetru pārvadāšanas platformu. Gravimetrisko mērījumu palīginventārs skatāms 12. pielikumā. Atsevišķos reģionos vienmērīgi uzmērīt darba teritoriju, izmantojot tikai automašīnu, nav iespējams. Mērījumu veikšanai purvos un smiltajos piemērotāki ir kvadricikli, bet uz ledus – specializētie transportlīdzekļi [62].

Brigāde veic gājienu saskaņā ar kamerāli izplānoto shēmu. Pārbraucienā laikā starp stacijām viens lauka operators veic navigatora, bet otrs – autotransporta vadītāja pienākumus. Globālās pozicionēšanas sistēmu izmantošanu navigējot praksē bieži ierobežo interneta pārklājums, tādēļ ir svarīgs bezsaistes kartogrāfiskais un tehniskais nodrošinājums, spēja lasīt karti un orientēties apvidū. Pārbraucienos navigators izvēlas ātrāko maršrutu ar iespējami labāku segumu. Jāizvērtē ieguvums un risks, izvēloties pārbraucienā pa īsāko maršrutu potenciāli neizbraucamā apvidū. Šeit svarīga spēja izmantot dažādus kartogrāfiskos (ortofotokartes, topogrāfisko informāciju) un brīvpieejas resursus (ceļu remontu kartes, laika prognozes, ziņas par koku sagāzumiem), lai noteiktu grunts caurbraucamību, ceļa stāvokli, potenciālos šķēršļus.

Būtiskākie apstākļi, ko jācenšas nodrošināt lauka darbu laikā, ir mērījumu simetrija, precizitāte un darba ražīgums. Gājiena laikā brigādei jācenšas sabalansēt šos trīs faktorus atbilstoši darba specifikai (atskaites punktu vērtību noteikšana vai ģeopotenciāla kartēšana). Ģeopotenciāla kartēšanas laikā nereti nākas mainīt iepriekš izstrādāto maršrutu, visbiežāk ceļu stāvokļa dēļ.

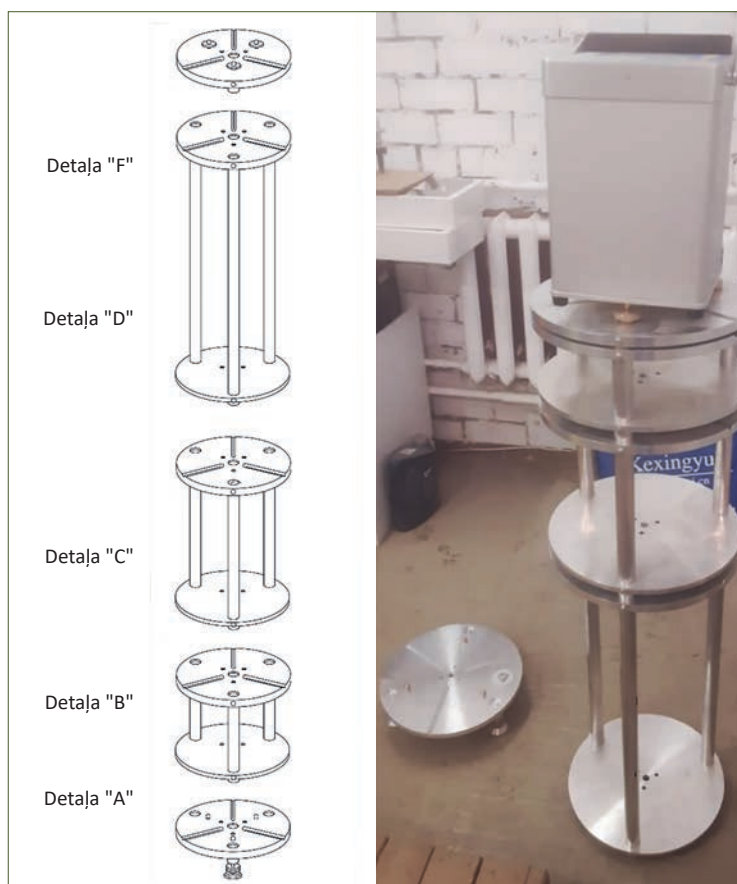
Vislielākā problēma ir precīza stacijas koordinātu un augstuma noteikšana. Tādā gadījumā ieteicams pārcelt staciju uz atklātāku vietu vai izvēlēties stacijai valsts LiDAR modelī labi atpazīstamu vietu, kam augstumu un koordinātas viegli noteikt kamerāli.

Vertikālais gradients

Gravimetriskās vērtības, kas iegūtas gravimetra sensora atrašanās vietā (aptuveni gravimetra masas un ģeometriskajā centrā), uz atskaites punktu pārnēs ar vertikālo gravimetrisko gradientu. Ar atskaites punktu jāsaprot arī ģeopotenciāla kartēšanas stacijās izmantotā RTK mērījumu vieta. Pasaulē vidējā noteiktā vertikālā gradienta vērtība ir 0,306 mGal/m [43]. Atkarībā no mērījumu stacijas ģeodēziskā platuma, normālā augstuma, stacijas ģeoloģijas un masu sadalījuma tās tiešā tuvumā vertikālā

gradienta īpatnējā lokālā vērtība var atšķirties no vidējās globālās. Svarīgi minēt, ka vertikālā gradienta vērtība mainās dažādā augstumā virs grunts – gradients nav lineārs [63]. LAG-2019 absolūtajiem punktiem noteiktās specifiskās vertikālā gradienta vērtības variē robežās no 0,200 mGal/m līdz 0,359 mGal/m. Izmantojot globālo vidējo gradienta vērtību mērījumu laikā, relatīvo mērījumu vērtībās var rasties sistemātiskā kļūda līdz 0,025 mGal. Šī iemesla dēļ punktos ar augstāku gravimetrisko vērtību precizitāti ieteicams uzmērīt punkta specifisko vertikālo gradientu. Parasti šos mērījumus veic uz absolūtajiem punktiem. Vertikālā gradienta mērījumos izmanto gravimetru un statīvu, kas atkārtotajos mērījumos nodrošina vienādas augstuma izmaiņas virs atskaites punkta.

Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūrā ir izstrādāts vertikālā gradienta mērījumu statīvs (42. attēls). Statīva projektam par piemēru ņemts Polijas ģeodēzijas un kartogrāfijas institūtā *IGiK* izstrādātais modelis [64]. Modeļa īpašības nodrošina statīva līmeņošanu pie pamatnes, tādējādi koriģējot nelīdzenas mērījumu virsmas radīto neprecizitāti. Statīvs sastāv no savstarpēji kombinējamiem plauktiem ar augstumu 700 mm, 400 mm, 300 mm, 100 mm. Tas sniedz vertikālā gradienta precīzu uzmērīšanas iespēju gan vienkāršotam, gan detalizētam gradienta modelim.



42. attēls.
Vertikālā gradienta
statīvs shematiski
un darbā.

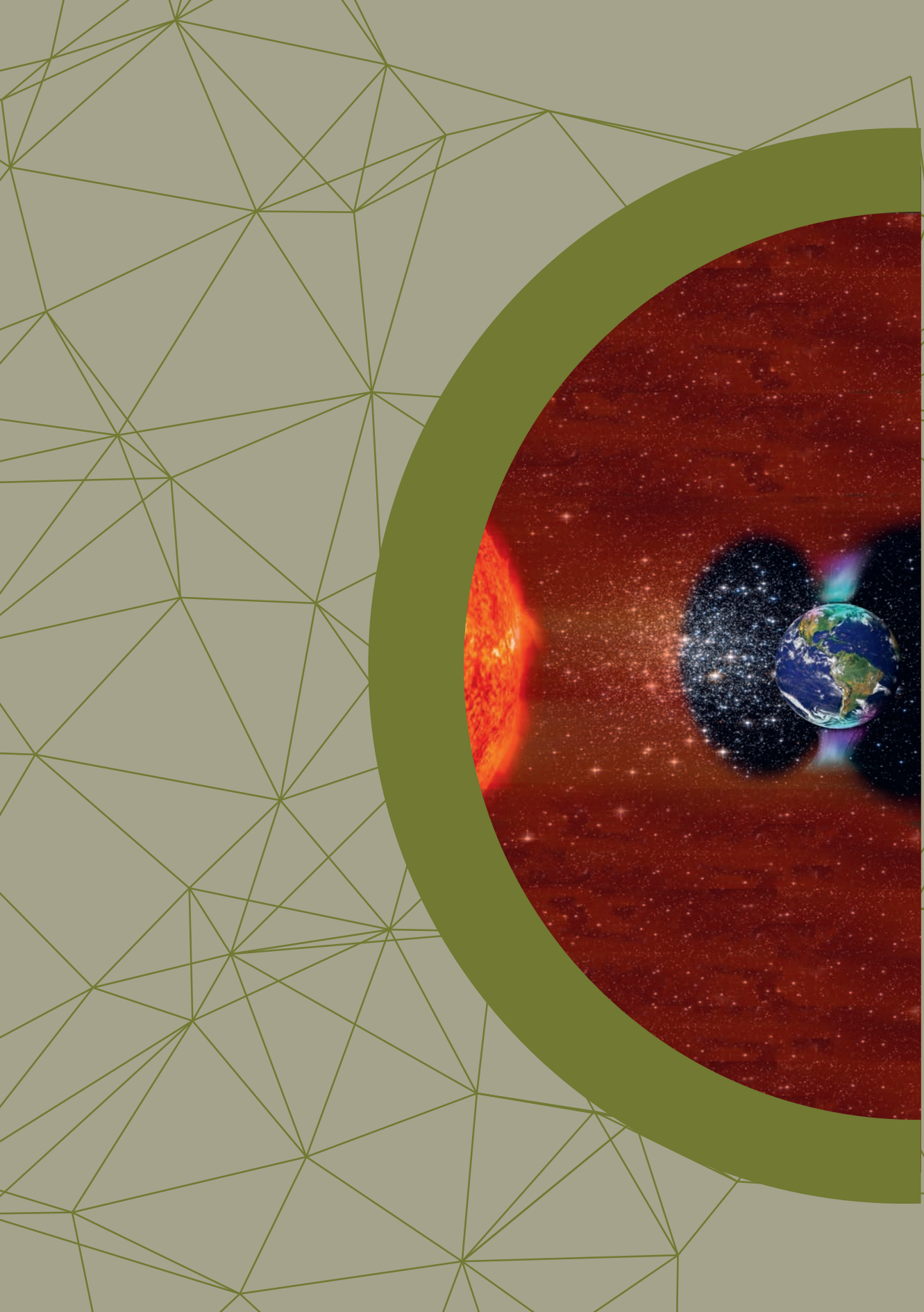
Salīdzinot ar metodi, kad gradienta mērījumiem gravimetrs novietots uz ģeodēziskā trijkāja, statīvs ir daudz stabilāks un būtiski paaugstina precizitāti. Statīva platformu nemainīgais augstums un fiksatoru sistēma nodrošina ātru un ērtu mērījumu izpildi. Vertikālā gradienta statīvs sniedz plašas ģeopotenciāla lauka izpētes iespējas un lietojumu [65].

Horizontālais gradients

Ideālā gravimetrisko mērījumu stacijā visas ap gravimetru novietotās masas atrodas tikai starp gravimetru un Zemes masas centru, masas sadalījums plaknē visos virzienos prom no gravimetra ir vienāds. Ja masas sadalījumā pastāv nobīdes no šīs idealizētās stacijas, jāņem vērā, ka pastāv izmaiņas smaguma spēka paātrinājuma laukā gan pa vertikāli, gan plaknē.

Ģeodēzijā smaguma spēka paātrinājuma vērtību (Zemes gravitācijas vai gravimetrisko vērtību) izmaiņas plaknē mērogā m^{-1} līdz m^1 uzskata par nebūtiskām. Pašreiz tās ņem vērā tikai uz 1. klases punktu nostiprinājumiem un absolūto gravimetru salīdzināšanas kampaņās [51].

Stacijās ar sarežģītu masu sadalījumu ap punktu (baznīcas laukakmeņu mūra sienas, masīvi sliekšņi, arkas ar masu virs punkta utt.) jāņem vērā arī gravimetrisko vērtību izmaiņas šī masu sadalījuma klātbūtnē. Lai izvairītos no iespējamām kļūdām, šādās vietās nosaka horizontālo īpatnējo gradientu, kā arī atkārtoto mērījumu laikā gravimetrus novieto precīzi tajā pašā vietā. Situācijā, kad atskaites punkta vērtību uz gravimetra masas centru pārnes pa horizontāli, neparedzot šīs izmaiņas, var ieviesties statistiskā kļūda.



Ģeomagnētisms

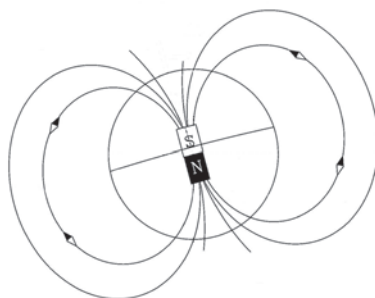
Zemes magnētiskais lauks jau izsenis atrodas cilvēces interešu lokā. Rakstiskas liecības par to ir sastopamas jau kopš 250. gada pirms Kristus dzimšanas, kad senie ķīnieši sāka lietot vienkāršu kompasu dienvidu virziena noteikšanai. Tā bija magnetīta karotīte, kas novietota uz nemagnētiska metāla plāksnes ar iegravētiem virzieniem. Karotītes miera stāvoklī tās rokturis norādīja dienvidu virzienu, un no tā cēlies šīs ierīces nosaukums *Si Nan* – dienvidu meklētājs [66].

Jaunie laiki nāca ar britu fiziķa Viljama Gilberta (*William Gilbert*) izteikto secinājumu darbā “*De Magnete*” (1600), ka pati Zeme ir viens liels magnēts un tā magnētiskie poli atrodas netālu no Zemes ģeogrāfiskajiem poliem.

Kārlis Frīdrihs Gauss (*Johann Carl Friedrich Gauß*), ģeodēzistiem zināms matemātiķis, 1848. gadā ieviesa uzlabotas Zemes magnētiskā lauka novērošanas metodes [67].

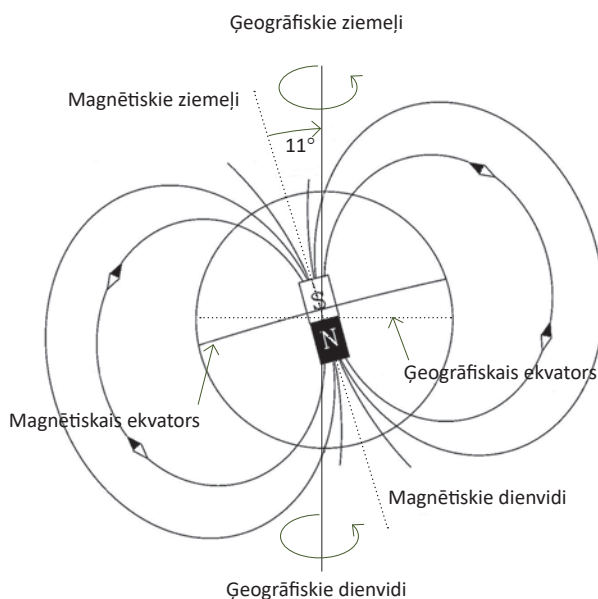
Ģeomagnētiskos mērījumus izmanto Zemes garozas un tās dziļāku struktūru izpētē, derīgo izrakteņu meklēšanā, kā arī iegulu apjoma un sastāva noteikšanā. Ģeomagnētiskie mērījumi vajadzīgi arī navigācijā izmantojamo magnētisko karšu sastādīšanā un paleomagnētismā – nozarē, kas pēta Zemes vēsturisko magnētisko lauku. Kopš 1859. gada, kad ģeomagnētiskā vētra izraisīja nepieredzētus telegrāfa bojājumus [68], magnētiskā lauka izmaiņu fiksēšanai ir liela nozīme. Elektropārvades līnijas, gāzes un naftas vadi, dzelzceļi, sakaru kabeļi – visi šie liela izmēra objekti līdzteku tiešajām funkcijām ir arī lieli elektrovadītāji, kas pakļauti lielu ģeomagnētisko vētru ietekmei [67]. Ģeomagnētiskās vētras ietekmē arī visa veida Zemes mākslīgo pavadoņu darbību. Piemēram, Habla kosmiskais teleskops (*Hubble Space Telescope*), tam virzoties cauri apgabaliem ar lielu lādētu daļiņu koncentrāciju, tika izslēgts, lai to pasargātu.

Zemes magnētiskais lauks tuvināti uztverams kā magnētiskā dipola radīts lauks. Magnētisko dipolu veido divi pretēji lādiņi $-q$ un $+q$, starp kuriem ir attālums d (43. attēls).



43. attēls.
Magnētiskais dipols.

Magnētiskā dipola ass ir slīpa pret Zemes rotācijas asi apmēram 11° , un magnēta dienvidu pols atrodas vienā virzienā ar Zemes ziemeļu polu (44. attēls).



44. attēls.

Vienkāršota Zemes magnētiskā lauka vizualizācija.

Zemes magnētisko lauku veido arī kvadrupols un oktopols, tomēr dipola lauka daļa ir vislielākā, un tā rodas no Zemes dzīlēs esošo šķidro iežu kustības. Zinātnieki ir izvirzījuši dinamo teoriju, kas pieņem, ka Zemes magnētiskais lauks rodas un tiek uzturēts Zemes rotācijas radītā spēka un šķidro iežu konvekcijas rezultātā [67].

Pasaulē pamatā izmanto divus modeļus. Viens ir Starptautiskais Ģeomagnētisma atskaites lauks *IGRF* (*The International Geomagnetic Reference Field*) [70], otrs – Pasaules magnētiskais modelis *WMM* (*World Magnetic Model*) [71]. Abi ir Zemes kopējā magnētiskā lauka matemātiskie apraksti, kas regulāri tiek atjaunoti.

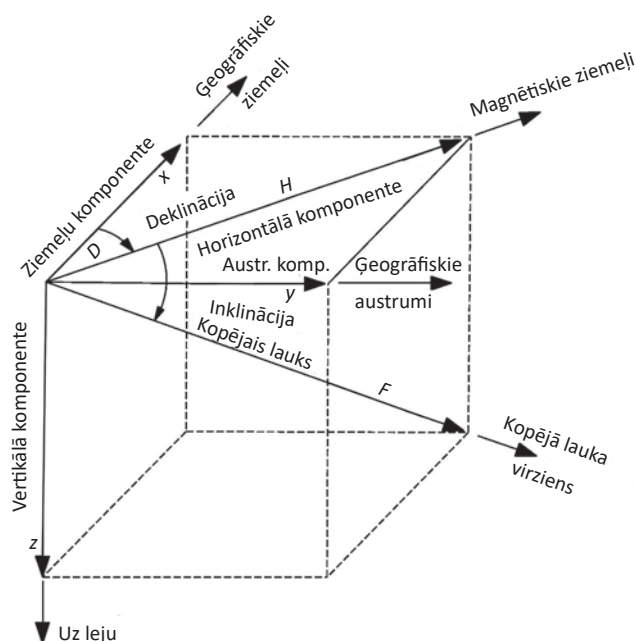
Latvijā valsts ģeodēziskajā tīklā iekļautais ģeomagnētiskais 1. klases tīkls neatbilst ģeodēziski tradicionālajam uzskatam par tīklu, kas realizē atskaites sistēmu un ir savstarpēji saistīts ar mērījumiem. Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras veiktie ģeomagnētiskie mērījumi ir absolūti pēc būtības, tiem nav nepieciešama savstarpējā sasaiste vai piesaiste atskaites punktiem, un tos var veikt jebkurā piemērotā vietā. To galvenais uzdevums ir fiksēt ģeomagnētiskā lauka izmaiņas laika gaitā.

Precīzus un ilglaicīgus ģeomagnētiskos mērījumus veic observatorijās vai variometra stacijās. *IGA* ir noteikusi observatorijām un variometra stacijām kritērijus attiecībā uz

to atrašanās vietu un aprikojumu. Starptautiskā Ģeomagnētisma un aeronomijas asociācija IAGA (*The International Association of Geomagnetism and Aeronomy*) ir vadošā organizācija, kas apvieno ģeomagnētisma pētniekus un praktiķus [69].

Zemes magnētiskā lauka komponentes

Zemes magnētisko lauku ģeomagnētisko mērījumu kontekstā ir pieņemts apzīmēt ar $\vec{F}$ (fizikā magnētiskā lauka indukciju apzīmē ar $\vec{B}$). Uz Zemes virsmas $\vec{F}$ raksturo trīsdimensiju vektoru. Analogiski taisnleņķa koordinātu sistēmai, kur x ass ir vērsta uz ziemeļiem, y ass – uz austrumiem un z ass – vertikāli uz leju, šo asu virzienā vērstas arī Zemes magnētiskā lauka komponentes jeb vektori – ziemeļu (x), austrumu (y) un vertikālā (z) komponente. Zemes magnētiskā lauka vektoru $\vec{F}$ sauc arī par magnētiskā lauka kopējās intensitātes vektoru. Papildus nošķir arī horizontālo komponenti $\vec{H}$ jeb magnētiskā lauka vektora horizontālo intensitāti. Secināms, ka Zemes virsmas konkrētajā mērījumu punktā ir pieci Zemes magnētisko lauku raksturojošie vektori. Līdztekus šiem vektoriem izmanto divas leņķiskās vērtības: deklināciju (D) un inklināciju (I). Deklinācija (ārzemju literatūrā saukta arī par variāciju) ir leņķis starp $\vec{x}$ un $\vec{H}$ vektoriem. Inklinācija ir leņķis starp $\vec{H}$ un $\vec{F}$ vektoriem. Šīs septiņas Zemes magnētiskā lauka komponentes vizualizētas 45. attēlā [72].



45. attēls.

Zemes magnētiskā lauka komponentes.

Starptautiskajā mērvienību sistēmā (SI) magnētiskā lauka intensitātes mērvienība ir tesla (T), bet praktiski mērījumos lieto nanoteslu (nT), tā ir $1 \cdot 10^{-9} \text{T}$. Leņķiskos lielumus mēra grādos ($^{\circ}$).

Starp magnētiskā lauka komponentēm pastāv savstarpējas matemātiskas sakarības:

$$\vec{F}^2 = \vec{X}^2 + \vec{Y}^2 + \vec{Z}^2 = \vec{H}^2 + \vec{Z}^2$$

$$\vec{H}^2 = \vec{X}^2 + \vec{Y}^2 = \vec{F}^2 \cos I$$

$$\vec{X} = \vec{H} \cos D$$

$$\vec{Y} = \vec{H} \sin D = \vec{X} \tan D$$

$$\vec{Z} = \vec{F} \sin I = \vec{X} \tan I$$

$$D = \text{tg}^{-1}(Y/X)$$

$$I = \text{tg}^{-1}(Z/H) \quad [73].$$

Balstoties uz šīm sakarībām, ir iespējams no dažādām magnētiskajām komponentēm iegūt citas. Pilnīgai Zemes magnētiskā lauka raksturošanai pietiek uzmērīt, piemēram, deklināciju D , inklināciju I un Zemes magnētiskā lauka kopējās intensitātes vektoru $\vec{F}$ vai vektorus $\vec{X}$, $\vec{Y}$, $\vec{Z}$ utt.

Magnētiskā deklinācija katrā vietā uz Zemes ir citāda un laika gaitā mainās. Izšķir periodiskas un nejaušas deklinācijas izmaiņas. Periodiskās ir sekulārās un diennakts deklinācijas izmaiņas. Sekulārās deklinācijas izmaiņas aptver apmēram 500 gadu ilgu periodu, kurā deklinācija sasniedz vienu minimumu un vienu maksimumu. Šī deklinācijas izmaiņa gadā var sasniegt $8'$. Diennakts deklinācijas izmaiņas noris divos svārstību periodos. Tajos deklinācija sasniedz divus minimumus un maksimumus ar svārstību amplitūdu apmēram $15'$. Nejaušās deklinācijas izmaiņas novērojamas magnētisko vētru un pērkona negaisa laikā, kad tās var sasniegt 1° un vairāk. Šādi laikapstākļi nav piemēroti magnētiskā meridiāna virziena noteikšanai. Magnētiskā meridiāna virziena līnijas orientēšanu vispār neveic magnētisko anomāliju rajonos, kas aptver magnētisko dzelzs rūdu atrašanās vietas. Šādos rajonos magnētiskā deklinācija var sasniegt pat 180° [74].

Deklinācijas, inklinācijas un magnētiskā lauka kopējās intensitātes noteikšanai veic ģeomagnētiskos mērījumus.

Geomagnētisko mērījumu sagatavošanas darbi

Pirms ģeomagnētisko mērījumu uzsākšanas ievāc meteoroloģisko un Zemes magnētiskā lauka mērījumus ietekmējošo apkārtējās vides apstākļu informāciju.

Neiesaka mērīt spēcīga vēja (>15 m/s), lietus vai snigšanas laikā, kā arī pārāk zemas temperatūras apstākļos (≤ 10 °C). Jāizvairās no tiešo saules staru iedarbības uz instrumenta sensoriem. Nosauktie faktori var negatīvi ietekmēt mērījumu rezultātus, izraisot instrumenta vibrāciju un bojājumus.

Noskaidro magnētiskās aktivitātes līmeni, jo tās spēcīgums iespaido mērījumu rezultātus. Informācija par magnētiskajiem apstākļiem ir iegūstama, piemēram, Britu Ģeoloģijas dienesta (*British Geological Survey*) datu pakalpojuma tīmekļa vietnē http://geomag.bgs.ac.uk/data_service/space_weather/Global_activity_now.html [72].

Plānojot darbus, jāņem vērā Zemes magnētiskajam laukam piemītošā diennakts variācija. Variometra datu izmantošana pieļauj tās izslēgšanu, bet ne vienmēr. Līdz ar to mērījumus plāno tā, lai diennakts variācijas ietekme būtu pēc iespējas mazāka. Visstraujākās magnētiskā lauka izmaiņas dienas laikā notiek tieši rīta un vakara stundās (rītausma, krēsla) [71]. Labāku rezultātu iegūšanai mērījumus veic pēc plkst. 17, tad izmaiņu ātrums ir tuvu nullei un novirze no nakts mierīgā laika vērtībām ir minimāla.

Geomagnētiskos mērījumus neveic tos ietekmējošo objektu tuvumā, piemēram, ēku, augstsprieguma elektrolīniju, dzelzceļu, metālisku priekšmetu u. tml. objektu tuvumā.

10 m rādiusā no mērījuma vietas ar protonu precesijas magnetometru nosaka magnētiskā lauka kopējo intensitāti un veic vertikālā gradienta mērījumus 0,2 m; 0,4 m; 1,6 m un 2 m augstumā.

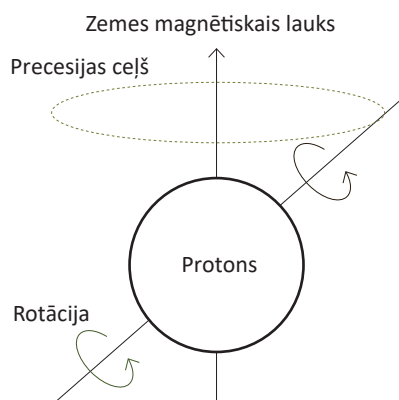
Pēc ģeomagnētisko mērījumu vietas pārbaudes apmēram 200 m attālumā no tās ierīko marku ģeogrāfiskā azimuta noteikšanai. Starp mērījumu punktu un azimuta marku jābūt tiešai redzamībai.

Veicot globālās pozicionēšanas mērījumus *RTK* vai pēcapstrādes režīmā, nosaka azimuta markas un ģeomagnētisko mērījumu punkta/vietas koordinātas.

Mērījumu veicēja apgērbam noteikti jābūt nemagnētiskam! Mērījumus var ietekmēt josta, brilles, pulkstenis, gredzens, mobilais tālrunis, apavi un citi priekšmeti, kas mērījumu laikā atrodas magnetometra sensora tuvumā. Automašīna jānovieto vismaz 80 m attālumā no mērījumu vietas, citi instrumenti un pārvietošanas konteineri – vismaz 10 m attālumā [69].

Ģeomagnētiskajos mērījumos izmantojamie instrumenti

Mūsdienu fizikā frekvences mērījumi ir visprecīzākā metode kāda lieluma noteikšanai. To lieto arī ģeomagnētismā, mērot protonu precesiju. Protona precesija ir tā kustība Zemes magnētiskajā laukā, kad tas periodiski pakļauts spēcīgāka magnētiskā lauka iedarbībai (46. attēls).



46. attēls.
Protona precesijas vizualizācija.

Protonu precesijas magnetometra sensors parasti ir cilindriska tvertne ar šķidrumu, kas satur ūdeņraža protonus, ap tvertni ir vada tinumi, kas rada spēcīgu magnētisko lauku. Magnetometra elektronika regulē polarizācijas ilgumu, reģistrē protonu kustību un citus parametrus, kas ļauj noteikt Zemes magnētiskā lauka kopējo intensitāti F .

Azimuta, deklinācijas un inklinācijas mērījumiem izmanto nemagnētisko teodolītu ar magnētiskās plūsmas ieejas magnetometru (*Fluxgate*), kura sensors uzstādīts paralēli teodolīta optiskajai asij. *Fluxgate* magnetometra sensors ir magnētiski viegli piesātināma serde, ap to ir divi tinumi – ierosinošais un uztverošais. Pievadot noteiktas frekvences maiņstrāvu ierosinošajam tinumam, uztverošajā tinumā rodas frekvence, kas ļauj noteikt ne tikai kopējā lauka intensitāti F , bet arī tās virzienu.

Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra mērījumos izmanto protonu precesijas magnetometru *GSM-19TW* un nemagnētisko teodolītu *Zeiss THEO 010 B* ar magnetometra sensoru *Araconsys Fluxset H100*. Koordinātas nosaka ar *GNSS* uztvērēju *RTK* un pēcaprādes režīmā.

Geomagnētisko mērījumu izpilde

Geomagnētiskos mērījumus izpilda divi speciālisti – viens veic mērījumus, otrs aizpilda protokolu papīra formā (13. pielikums) vai *Microsoft Excel* datnē. Viena mērījumu sesija sastāv no mērījuma uz azimuta marku, deklinācijas mērījumiem četrās *Fluxgate* sensora pozīcijās, atkārtota mērījuma uz azimuta marku, inklinācijas mērījuma četros sensora stāvokļos un magnētiskā lauka kopējās intensitātes mērījumiem.

Mērot deklināciju, teodolīta tālskata un magnetometra sensora stāvokli maina austrumu–rietumu virzienā, bet, mērot inklināciju, – ziemeļu–dienvidu virzienā. Tas saistīts ar *Fluxgate* magnetometra darbības principu, ka magnētu histerēzes piesātinājums ir atkarīgs no ārējā magnētiskā lauka [75]. Tas nozīmē, ka vislielāko jutību magnetometra sensors sasniedz, atrodoties perpendikulāri magnētiskā lauka virzienam.

Pirms deklinācijas mērījumu uzsākšanas veic mērījumus uz iepriekš ierīkoto azimuta marku, nolasot teodolīta horizontālo loku (leņķi) divos teodolīta loka stāvokļos. Mērījumus ieraksta protokola ailē Marka+ un Marka–. Pēc tam veic deklinācijas mērījumus četrās magnetometra sensora pozīcijās.

Pirmajā pozīcijā sensors ir vērsts uz augšu, teodolīta tālskatis vērsts uz austrumiem. Šo pozīciju protokolā ieraksta kā (E+), teodolīta vertikālo loku uzstāda uz 90° (100 goni). Teodolīta horizontālo loku orientē līdz magnetometra rādījums pietuvināts 0 ar vērtību no –10 nT līdz +10 nT. Kad teodolīta horizontālais loks orientēts vajadzīgajā diapazonā, nolasa horizontālo loku (leņķi), un ik pēc 10 sekundēm četras reizes ieraksta laiku un magnetometra displejā redzamo vērtību.

Otrajā pozīcijā sensors ir vērsts uz leju, teodolīta tālskatis vērsts uz rietumiem (W–), teodolīta vertikālo loku uzstāda uz 270° (300 goni). Teodolīta horizontālo loku orientē, lai magnetometra rādījums ir tuvu 0 ar vērtību no –10 nT līdz +10 nT, nolasa horizontālo loku, un ik pēc 10 sekundēm četras reizes ieraksta laiku un magnetometra displejā redzamo vērtību.

Trešajā pozīcijā sensors vērsts uz leju, teodolīta tālskatis vērsts uz austrumiem (E–), teodolīta vertikālo loku uzstāda uz 270° (300 goni). Teodolīta horizontālo loku orientē, lai magnetometra rādījums ir tuvu 0 ar vērtību no –10 nT līdz +10 nT, nolasa teodolīta horizontālo loku, un ik pēc 10 sekundēm četras reizes ieraksta laiku un magnetometra displejā redzamo vērtību.

Ceturtajā pozīcijā sensors ir vērsts uz augšu, tālskatis vērsts uz rietumiem (W+), teodolīta vertikālo loku uzstāda uz 90° (100 goni). Teodolīta horizontālo loku orientē, lai magnetometra rādījums ir tuvu 0 ar vērtību no –10 nT līdz +10 nT, nolasa horizontālo loku, un ik pēc 10 sekundēm četras reizes ieraksta laiku un magnetometra displejā redzamo vērtību.

Pēc deklinācijas mērījumiem atkārtoti veic mērījumus uz azimuta marku.

Pirms inklinācijas mērījumiem aprēķina magnētiskā lauka virzienu (protokolā "Azimuts") – algebriski rēķina četrās magnetometra sensora pozīcijās noteikto leņķu vidējo vērtību. Iegūtais leņķis ir aptuvens Zemes magnētiskā lauka virziens, un to izmanto inklinācijas mērījumos.

Inklinācijas mērījumus veic līdzīgi – četrās teodolīta magnetometra sensora pozīcijās. Pirmajā pozīcijā sensors ir vērsts uz leju, teodolīta tālskatis vērsts uz ziemeļiem (N-). Teodolīta horizontālo loku uzstāda pēc aprēķinātā Zemes magnētiskā lauka virziena (iespējams, ka jāizmanto tā pretējais virziens $\pm 180^\circ$ jeb 200 goni). Teodolīta vertikālo loku orientē, lai magnetometra rādījums ir tuvu 0 ar vērtību no -10 nT līdz +10 nT, nolasa teodolīta vertikālo loku (leņķi), un ik pēc 10 sekundēm četras reizes ieraksta laiku un magneto-metra displejā redzamo vērtību.

Otrajā pozīcijā sensors ir vērsts uz augšu, teodolīta tālskatis vērsts uz dienvidiem (S+). Teodolīta horizontālais loks paliek kā pirmajā pozīcijā. Teodolīta vertikālo loku orientē, lai magnetometra rādījums ir tuvu 0 ar vērtību no -10 nT līdz +10 nT, nolasa teodolīta vertikālo loku, un ik pēc 10 sekundēm četras reizes ieraksta laiku un magnetometra displejā redzamo vērtību.

Trešajā pozīcijā sensors ir vērsts uz augšu, teodolīta tālskatis vērsts uz ziemeļiem (N+). Teodolīta horizontālo loku uzstāda pēc aprēķinātā Zemes magnētiskā lauka virziena (iespējams, ka jāizmanto tā pretējais virziens $\pm 180^\circ$ jeb 200 goni). Teodolīta vertikālo loku orientē, lai magnetometra rādījums ir tuvu 0 ar vērtību no -10 nT līdz +10 nT, nolasa vertikālo loku, un ik pēc 10 sekundēm četras reizes ieraksta laiku un magnetometra displejā redzamo vērtību.

Ceturtajā pozīcijā sensors ir vērsts uz leju, teodolīta tālskatis vērsts uz dienvidiem (S-). Teodolīta horizontālais loks paliek kā trešajā pozīcijā. Teodolīta vertikālo loku orientē, lai magnetometra rādījums ir tuvu 0 ar vērtību no -10 nT līdz +10 nT, nolasa vertikālo loku, un ik pēc 10 sekundēm četras reizes ieraksta laiku un magnetometra displejā redzamo vērtību.

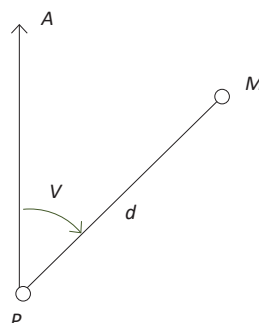
Beidzot inklinācijas mērījumus, mēra magnētiskā lauka kopējo intensitāti. Šim nolūkam protonu precesijas magnetometra sensoru uzstāda virs punkta, saglabājot iepriekš uzstādītā teodolīta magnetometra sensora augstumu. Divu minūšu laikā ik pēc 10 sekundēm veic 13 lauka kopējās intensitātes mērījumus, protokolā ieraksta laiku un F vērtības, turpmāk aprēķinos izmanto vidējo vērtību.

Līnijas orientēšana un meridiānu tuvināšanās

Geomagnētiskajos mērījumos ir svarīgi saprast, kas ir līnijas orientēšana un meridiānu tuvināšanās.

Par līnijas orientēšanu sauc līnijas virziena noteikšanu attiecībā pret debespusēm. To var attēlot ar polāro koordinātu sistēmu, kur plaknē izraudzīts punkts P – pols un stars PA – polārā ass (47. attēls).

Punkta M polārās koordinātas ir polārais leņķis V , kas mērīts pulksteņa rādītāju kustības virzienā no PA līdz PM , un attālums $PM = d$ jeb polārdistance.



47. attēls.

Plaknes polāro koordinātu sistēma.

Ja polārā ass ir savietota ar meridiāna projekcijas ziemeļu virzienu, polāro leņķi sauc par azimutu (A). Izšķir īsto un magnētisko azimutu atkarībā no tā, vai tas skaitīts no ģeogrāfiskā (īstā) vai magnētiskā meridiāna projekcijas. Punkta P ģeogrāfisko meridiānu iegūst, šķēļot Zemes sferoīdu ar plakni, kas šķērso P un sferoīda griešanās asi. Magnētisko meridiānu punktā P nosaka šajā punktā novietotā magnētiskā šautriņa, kas Zemes magnētisma ietekmē nostājas magnētiskā meridiāna virzienā jeb Zemes magnētiskā pola ziemeļu virzienā.

Ja polāro leņķi skaita no taisnleņķa koordinātu sistēmas abscisu ass pozitīvā virziena, to sauc par direkcionālo leņķi. Polārā ass tad ir paralēla abscisu asij. Ja punkts P ir uz abscisu ass, polārā ass sakrīt ar abscisu asi. Direkcionālos leņķus apzīmē ar α un indeksiem, kas norāda virzienu no viena punkta uz otru, vai ar punktu apzīmējumiem iekavās.

Ģeogrāfisko meridiānu horizontālās projekcijas ir savstarpēji paralēlas tikai uz ekvatora. Virzienā no ekvatora tās, cita citai pakāpeniski tuvinoties, savienojas Zemes ģeogrāfiskajos polos.

Punktā, kur līnija šķērso ass meridiānu, tās direkcionālais leņķis ir vienāds ar azimutu. Jebkurā citā punktā

$$\alpha = A - \gamma,$$

kur leņķis γ izsaka ass meridiāna projekcijai paralēlās līnijas novirzi no ģeogrāfiskā meridiāna projekcijas konkrētajā vietā.

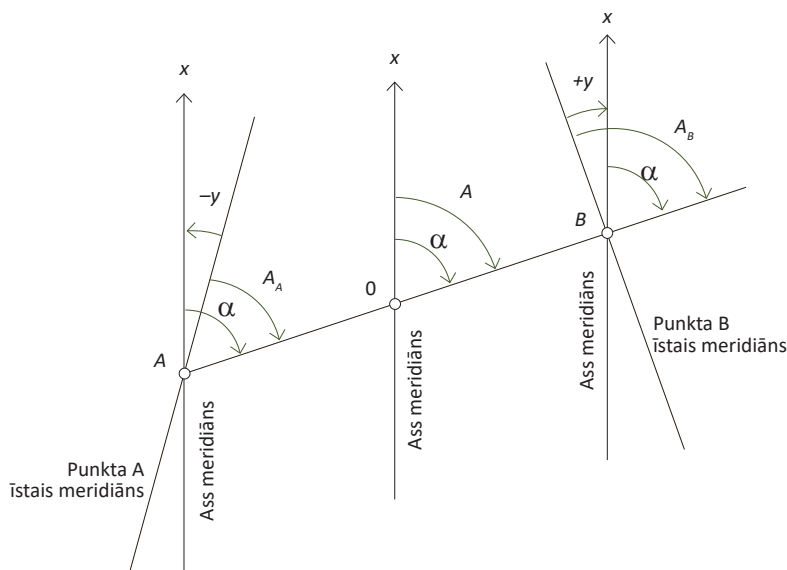
To sauc par meridiānu tuvināšanos un aprēķina:

$$\gamma = \Delta L \sin B,$$

kur

B – konkrētās vietas konkrētā punkta ģeogrāfiskais platums;

$\Delta L = L_p - L_o$ – konkrētās vietas konkrētā punkta ģeogrāfiskais garums mīnus ass meridiāna ģeogrāfiskais garums (48. attēls).



48. attēls.

Meridiānu tuvināšanās, azimuti un direkcionalie leņķi [76].

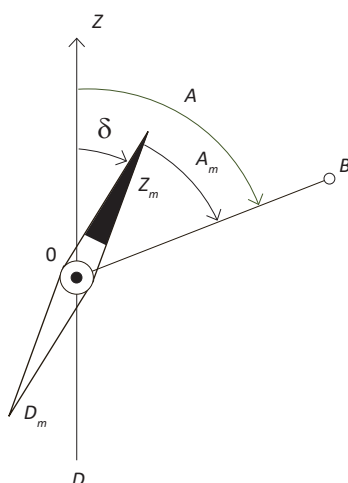
Meridiānu tuvināšanās ir atkarīga no vietas ģeogrāfiskā platuma. Uz pola, kur $B = 90^\circ$, $\gamma = \Delta L$ uz ekvatora, kur $B = 0$, $\gamma = 0$.

Aptuvenu līnijas orientējumu ar direkcionalo leņķi var iegūt, ja izmēra šīs līnijas magnētisko azimutu un nosaka konkrētās vietas magnētisko deklināciju; tad $\alpha = A_m + \delta - \gamma$.

Daudz precīzāku direkcionalā leņķa vērtību iegūst, izmantojot formulu $\alpha = A - \gamma$, ja ģeogrāfisko azimutu A nosaka astronomiski [74].

Sakarību starp ģeogrāfisko un magnētisko azimutu nosaka konkrētās vietas magnētiskā deklinācija δ (49. attēls):

$$A = A_m + \delta.$$



49. attēls.
Sakarība starp īsto un magnētisko azimutu.

Redukcija pēc variometra datiem

Aprēķinātās deklinācijas, inklinācijas un magnētiskā lauka kopējās intensitātes vērtības ir absolūtas, tās raksturo magnētisko lauku mērījumu veikšanas brīdī un vietā. Lai izslēgtu īslaicīgas Zemes magnētiskā lauka variācijas, lieto mērījumu veikšanas vietai tuvākās ģeomagnētiskās variometra stacijas datus. Tuvāko variometra staciju dati ir pieejami Starptautiskā Polārblāzmu ģeomagnētiskās ietekmes monitoringa (*IMAGE*) mājaslapā https://space.fmi.fi/image/www/index.php?page=user_defined [77]. Tas ir variometra staciju tīkls Ziemeļeiropā, kas sastāv no 39 stacijām septiņās valstīs.

Datu redukcijai atlasa variometra datus laika posmā, kas sakrīt ar mērījumu laiku – mērījumu laikā fiksēto *UTC* (universālais koordinētais laiks) laiku, kā arī perioda vidējās vērtības, uz kurām datus reducēs. Piemēram, datus var reducēt uz mērījumu gada janvāra mierīgo dienu vidējām vērtībām.

No observatorijas datiem atlasa atbilstošā laika $\bar{X}$, $\bar{Y}$, $\bar{Z}$ vērtības nanoteslās un aprēķina vidējo vērtību katram ģeomagnētisko mērījumu sesijas laika periodam. Jāņem vērā – ja mērījumu protokolā ir fiksēts vietējais laiks, nevis *UTC*, tad datu redukcijā atņem 2 stundas ziemas laikā un 3 stundas vasaras laikā un variometra datus atlasa pēc šī laika.

Pēc tam aprēķina vektoru $\vec{H}$ (horizontālā intensitāte) un $\vec{F}$ (kopējā intensitāte) vērtības. $\vec{X}$, $\vec{Y}$, $\vec{Z}$ un $\vec{H}$, $\vec{F}$ vērtības turpmāk izmanto mērījumu datu redukcijai uz gada ģeomagnētiski mierīgo dienu vidējo vērtību:

$$M_r = M - (V - V_{quiet}),$$

kur

M_r – reducētā magnētiskās komponentes vērtība;

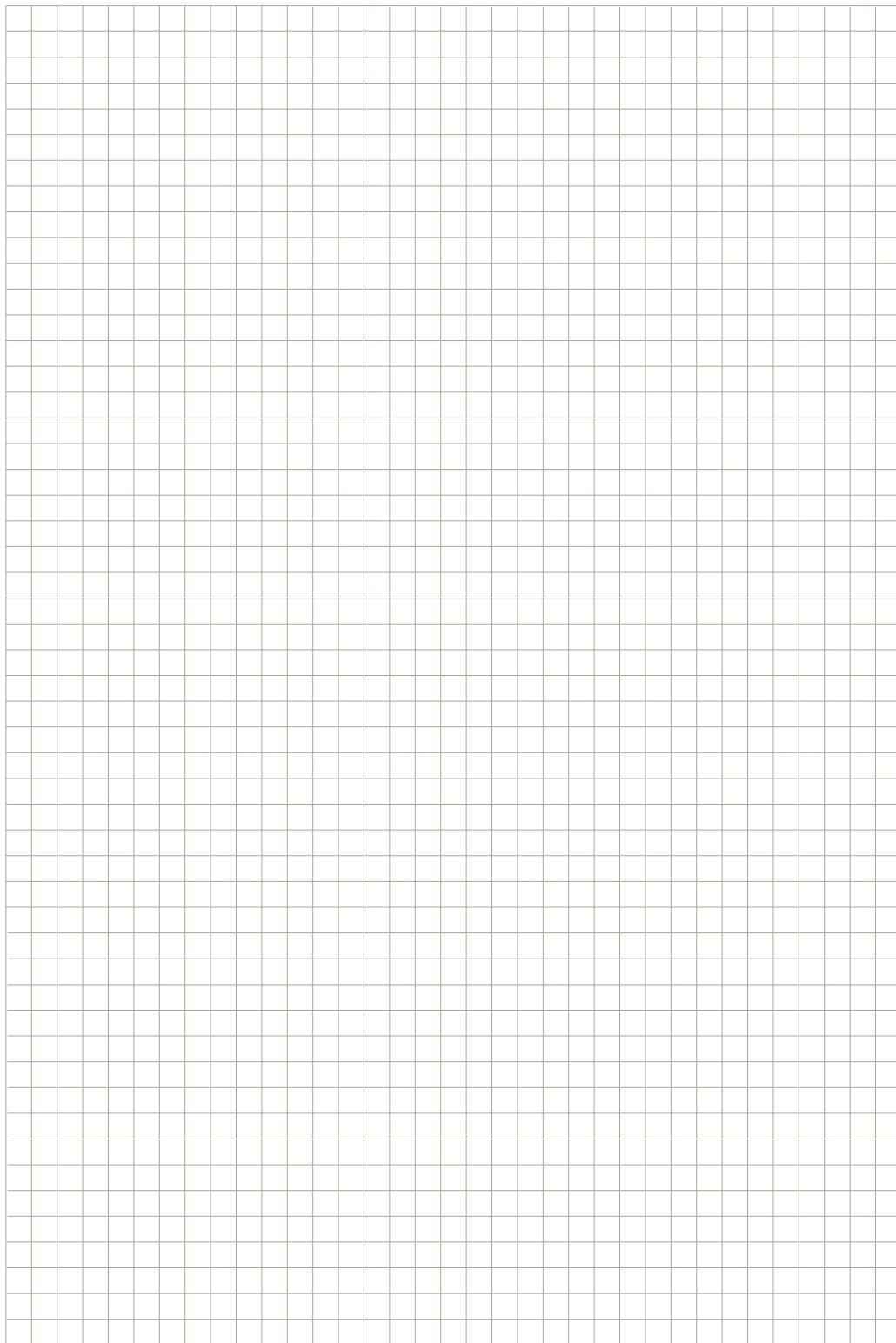
M – uz lauka noteiktā magnētiskās komponentes vērtība;

V – no variometra datiem aprēķinātā perioda vidējā vērtība mērījumu periodam;

V_{quiet} – gada mierīgo dienu vidējā vērtība variometra stacijā.

Rezultātā iegūst reducētās magnētiskā lauka komponentu vērtības.

Gada mierīgo dienu vidējās vērtības, mēneša vidējās vērtības un sekulāro (ilglaicīgo) izmaiņu dati pieejami Somijas Meteoroloģijas institūta tīmekļa vietnē [78].





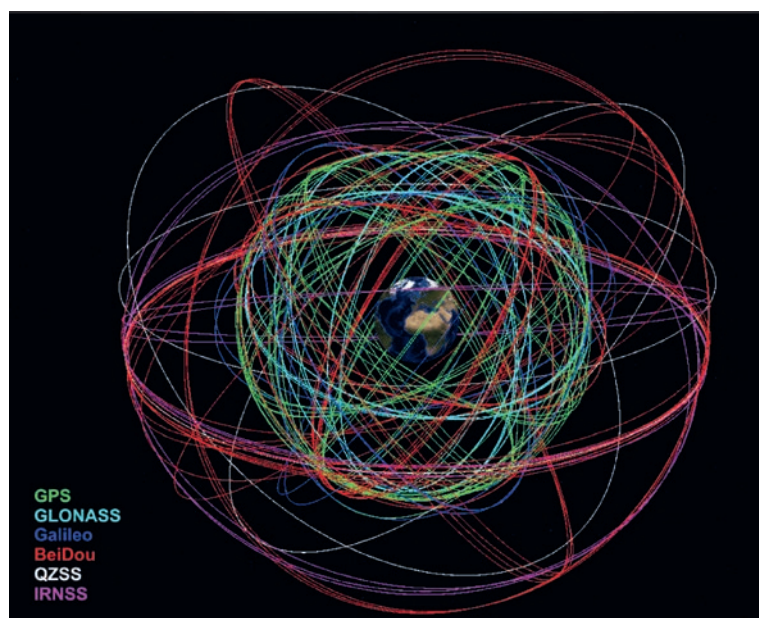
GNSS

Globālās navigācijas satelītu sistēmas *GNSS* (*Global Navigation Satellite Systems*) ir satelītos balstītas navigācijas sistēmas, kas lietotājiem nodrošina pozicionēšanas, navigācijas un laika noteikšanas iespēju jebkurā vietā uz Zemes. Šīs sistēmas sastāv no satelītu konstelācijas, kas riņķo ap Zemi, zemes vadības stacijām un lietotāju uztvērējiem.

Galvenās *GNSS* ir *GPS* (*Global Positioning System*) sākotnēji *NAVSTAR GPS* (*Navigation Signal Timing and Ranging Global Positioning System*) – Amerikas Savienotās Valstis; *GLONASS* (*GLObalnaya NAVigatsionnaya Sputnikovaya Sistema*) – Krievijas Federācija; *Galileo* – Eiropas Savienība; *BeiDou* (*Compass navigation system*) – Ķīnas Tautas Republika. Mazāk izmantotās sistēmas ir *KASS* (*Korea Augmentation Satellite System*) – Korejas Republika; *IRNSS* (*Indian Regional Navigation Satellite System*) (*NavIC*) – Indijas Republika un *QZSS* (*Quasi-Zenith Satellite System*) – Japāna. *GNSS* sistēmu satelīti ir redzami 50. attēlā.

GNSS darbojas pēc trilaterācijas principa, kad uztvērējs nosaka savu pozīciju, mērot signāla saņemšanai no vairākiem satelītiem nepieciešamo laiku. Katrs satelīts pārraida signālus, kas satur informāciju par tā atrašanās vietu un precīzu laiku. Salīdzinot nepieciešamo signālu uztveršanas laiku no dažādiem satelītiem un informāciju par satelītu pozīcijām, uztvērējs aprēķina savu atrašanās vietu trīs dimensijās.

50. attēls.
GNSS sistēmu
satelītu orbītas.



GNSS izmantošana

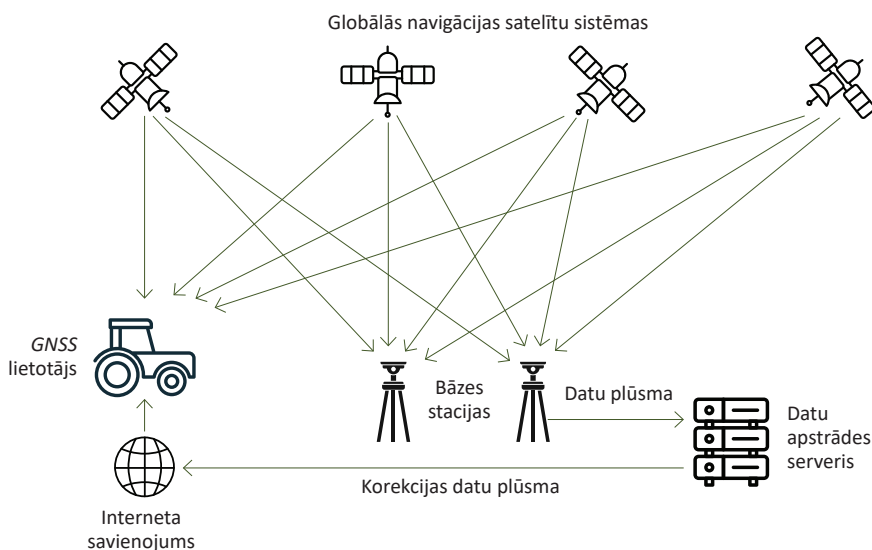
Pozicionēšana, navigācija un laiks *PNT* (Positioning, Navigation, and Timing) attiecas uz iespēju kopumu, ko nodrošina tehnoloģijas, lai noteiktu precīzu objekta vai indivīda atrašanās vietu, virzītu to uz vēlamu galamērķi un sinhronizētu laiku dažādās ierīcēs vai sistēmās. *PNT* piemīt izšķiroša loma plašā lietojumu klāstā, tostarp transportā, telekomunikācijās, mērniecībā, glābšanas dienestos, militārajās operācijās un zinātniskajos pētījumos.

Pozicionēšana ietver objekta atrašanās vietas koordinātu noteikšanu kādā atskaites sistēmā. Pozicionēšanas nolūkos izmanto no vairākiem satelītiem (vismaz no četriem) uztvērējos saņemtos GNSS signālus.

Navigācija ietver virziena un maršruta noteikšanu no noteiktā sākumpunkta galamērķa sasniegšanai, sniedzot lietotājiem norādījumus un maršruta plānošanas informāciju. Navigācijas sistēmas izmanto pozicionēšanas informāciju, kā arī kartes datus, maršruta algoritmus un reāllaika satiksmes atjauninājumus [79].

GNSS ir liela nozīme **laika** noteikšanā, kas ietver pulksteņu sinhronizēšanu un darbības koordinēšanu dažādās augstas precizitātes ierīcēs vai sistēmās. Precīza laika noteikšana ir būtiska plašam lietojumu klāstam, tostarp telekomunikācijām, finanšu darījumiem, elektrotīkla sinhronizēšanai, zinātniskajiem eksperimentiem un navigācijai. Laika noteikšanai izmanto satelītos esošos atompulksteņus, lai generētu precīzus laika signālus [80].

Reāllaika kinemātiskā *RTK* (Real-time kinematic) korekcija ir sarežģīta tehnoloģija, kas ieviesusi krasas pārmaiņas dažādās no precīzas pozicionēšanas atkarīgajās jomās. To lieto mērniecībā, lauksaimniecībā, būvniecībā, ģeodēzijā un autonomajās sistēmās. *RTK* korekcijas nodrošina reāllaika pozicionēšanas precizitāti centimetru līmenī, labojot atmosfēras traucējumu un citu GNSS darbību ietekmējošo faktoru izraisītās kļūdas. *RTK* darbības princips skatāms 51. attēlā.



51. attēls.
RTK darbības princips.

RTK korekcija ietver vairākas priekšrocības, bet tai ir arī trūkumi. Priekšrocības un trūkumus ir svarīgi pārzināt, nosakot RTK korekcijas piemērotību konkrētajos projektos vai uzdevumos.

RTK priekšrocības ir:

- augsta precizitāte – spēj nodrošināt centimetru līmeņa precizitāti reāllaika pozicionēšanā;
- reāllaika atgriezeniskā saite – nodrošina tūlītēju atgriezenisko saiti par pozicionēšanas kļūdām, ļaujot lietotājiem nekavējoties veikt labojumus;
- paaugstināta efektivitāte – nodrošina precīzu pozicionēšanu bez pēcapstrādes;
- daudzpusīgums – RTK korekciju var izmantot dažādās vidēs un reljefa veidos, padarot to piemērotu plašam lietojumu klāstam;
- integrācija – RTK korekcija ir saderīga ar dažādām GNSS sistēmām;
- automatizācija – RTK korekcija atvieglo automatizāciju, nodrošinot precīzus pozicionēšanas datus autonomām mašīnām precīzajā lauksaimniecībā un būvniecībā [81].

RTK trūkumi ir:

- izmaksas – RTK korekcijas sistēmu ieviešana nav lēta, tāpēc ir nepieciešami ieguldījumi bāzes stacijās;
- GNSS uztveršanas ierobežojumi – šķēršļi, piemēram, ēkas, koki vai reljefa elementi, var traucēt signāla uztveršanu, izraisot neprecizitātes vai signāla zudumu [81];

- uzticamība – *RTK* korekcijas uzticamību var ietekmēt atmosfēras apstākļi, satelītu ģeometrija un signāla traucējumi, izraisot *RTK* korekcijas precizitātes un pieejamības traucējumus [81];
- ierobežots diapazons – *RTK* korekcijas efektīvo diapazonu ierobežo mobilo datu pasliktināšanās un bāzes staciju attālums [81];
- bāzes staciju uzturēšana – optimālas veiktspējas nodrošināšanai nepieciešama regulāra apkope. Tā ietver periodisku aprīkojuma kalibrēšanu, programmatūras atjauninājumus, serveru uzlabojumus un atjauninājumus.

Precīzās punktu pozicionēšanas PPP (*Precise Point Positioning*) korekcijas paņēmieni, atšķirībā no *RTK* korekcijas, kuras pamatā ir korekcijas no tuvumā esošajām bāzes stacijām, izmanto globālo atbalsta staciju tīklu un uzlabotas modelēšanas metodes, nodrošinot precīzu pozicionēšanas informāciju vienam uztvērējam. Izmantojot PPP, viens uztvērējs apkopo neapstrādātus mērījumus no vairākām GNSS sistēmām. Pēc tam šos mērījumus uztvērējā apstrādā, izmantojot algoritmus, precīzās satelītu orbītas un pulksteņa korekcijas, kas iegūtas no globāli izplatīto bāzes staciju tīkla.

PPP korekcija sniedz vairākas priekšrocības, salīdzinot ar *RTK*.

- Globālais pārklājums – PPP nav atkarīga no bāzes staciju tīkla, tāpēc tā ir piemērota izmantošanai attālos vai nepieejamos apvidos, kur bāzes stacijas ierīkošana nav praktiska vai tās darbības nodrošināšana nav iespējama. Šāds globālais pārklājums nodrošina precīzas pozicionēšanas informācijas pieeju praktiski jebkurā vietā uz Zemes [82].
- Augsta precizitāte – PPP var sasniegt centimetra līmeņa precizitāti pozīcijas noteikšanā, kas ir salīdzināma ar *RTK* korekciju vai pat ir labāka par to, īpaši, ja attālums līdz bāzes stacijai ir pārāk liels [82].
- Viena uztvērēja darbība – PPP korekciju nodrošina tikai viens uztvērējs atrašanās vietas noteikšanai, tādējādi nav nepieciešams bāzes staciju tīkls [83].
- Pēcāpstrādes iespēja – PPP sniedz reāllaika un pēcāpstrādes pozicionēšanas risinājuma elastību. Neraugoties uz pieejamajiem reāllaika PPP pakalpojumiem, lietotājiem ir iespēja vākt neapstrādātus datus, un lai nodrošinātu augstāku precizitāti, pēc precīzas orbītas un pulksteņa korekcijas veikšanas apstrādāt tos bezsaistē [84].

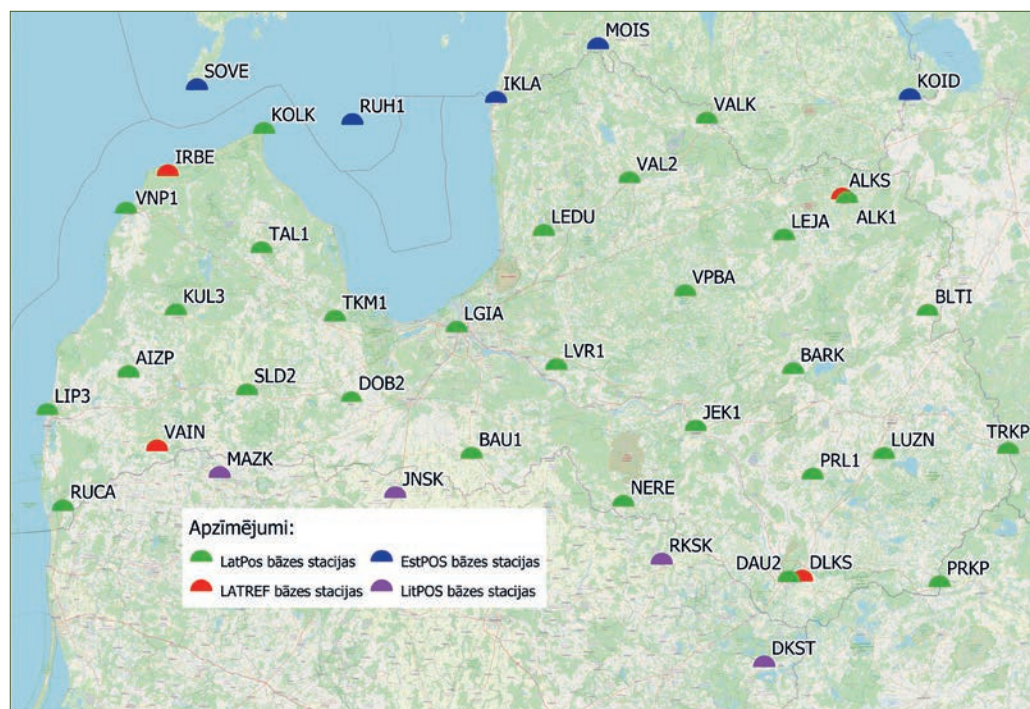
PPP ir arī daži ierobežojumi.

- Inicializācijas laiks – salīdzinot ar *RTK* korekciju centimetra līmeņa precizitātes sasniegšanai, PPP korekcijai parasti ir nepieciešams ilgāks inicializācijas periods. Inicializācijas laika atšķirību izraisa satelīta redzamība, uztvērēja dinamika un bāzes datu kvalitāte [85].
- Bāzes datu izmaksas – iespējama abonēšanas vai datu piekļuves maksas piemērošana augstas kvalitātes precīzo orbītu un pulksteņa korekcijas datu ieguvei [86].
-

LatPos

Pastāvīgo globālās pozicionēšanas bāzes staciju sistēma LatPos (Latvijas pozicionēšanas sistēma) ir mūsdienīga infrastruktūra, kas nodrošina precīzas globālās pozicionēšanas iespējas valsts un reģionālajā mērogā. Šī sistēma apvieno tehnoloģijas un praksi, lai atbalstītu plašu lietojumu klāstu.

LatPos nodrošina koordinātu ieguvu valstī noteiktajā koordinātu sistēmā. 2025. gada sākumā tās sastāvā uzskaitītas 28 Latvijas teritorijā izvietotas bāzes stacijas. LatPos bāzes staciju skaits un izvietojums ir mainīgs, un tas nav stingri noteikts. Pierobežas pārklājuma nodrošināšanai ir iekļautas piecas Igaunijas (EstPos) bāzes stacijas un četras Lietuvas (LitPos) bāzes stacijas. Bāzes staciju izvietojums skatāms 52. attēlā.



52. attēls.

2025. gada LatPos, LitPos un EstPos bāzes staciju izvietojums.

LatPos bāzes stacijas darbojas, uztverot un apstrādājot GNSS satelītu signālus no galvenajām satelītu sistēmām: GPS, GLONASS, Galileo un BeiDou.

LatPos nodrošina divu veidu datu izmantošanu:

- reāllaika korekcija (RTK) – tūlītēja datu saņemšana lietotāja GNSS uztvērējā nodrošina iespēju noteikt koordinātas ar 2 cm precizitāti reālajā laikā;
- pēcapstrādes dati – izmanto precīzo koordinātu aprēķināšanā, izmantojot ģeodēziskās programmatūras, nodrošinot iespēju aprēķināt koordinātas ar 5 mm precizitāti.

LatPos piedāvā vairākus korekcijas risinājumus, piemēram:

- RTK – izmantojot GPS un GLONASS signālus;
- RTK-BeiDOU – papildu signāli no BeiDou sistēmas;
- RTK-4GNSS – apvieno visus pieejamos signālus.

LatPos bāzes stacijas nodrošina RTK korekcijas saņemšanu, izmantojot tuvākās stacijas risinājumu, kad korekcija tiek nodrošināta no vienas bāzes stacijas, vai tīkla risinājumu, kad korekcija tiek nodrošināta no vismaz piecām vai vairāk bāzes stacijām.

LatPos bāzes staciju izvietojums un funkcijas

Katra bāzes stacija ir aprīkota ar GNSS antenu, uztvērēju, barošanas bloku un interneta modemu. Bāzes stacijas Latvijas teritorijā izvietotas stratēģiski valsts un pašvaldību infrastruktūras objektos, ievērojot bāzes staciju savstarpējo attālumu, lai nodrošinātu maksimālu pārklājumu, korekcijas nodrošināšanas rādiusu, signāla stabilitāti un mazinātu traucējumus. Izvēlētajai vietai jābūt ar brīvu horizonta redzamību, tuvumā nav vēlams lielu koku un citu augstu ēku atrašanās. Svarīgi, lai izvēlētajā ēkā ir iespējams antenu nostiprināt uz jumta, piemēram, pie neizmantojamiem apkures vai ventilācijas skursteņiem, jumta un sienas savienojuma pacēlumiem u. tml. Būves elementam, kam piestiprināta antenas konstrukcija, jābūt vēja ietekmes izturīgam un stabilam. Iespējami dažādi antenas nostiprināšanas risinājumi – konstrukcija ar ķīļenkuriem, nostiprinot pie skursteņa vai pacēluma, nostiprinājums ar skavām, aptverot skursteni, kā arī tieši pie ēkas jumta piestiprināta metāla konstrukcija ar pēdu. Bāzes staciju antenu nostiprinājuma veidi skatāmi 53. attēlā.

Izvēloties bāzes stacijas vietu, apsekošanas gaitā līdztekus antenas nostiprināšanas vietai izpēta arī pārējo bāzes stacijas iekārtu izvietojuma iespēju.

Bāzes stacijas uztvērējs, interneta modems un barošanas bloks tiek uzglabāti drošā, aizslēdzamā metāla skapī. Attālums starp antenas un metāla skapja stiprinājuma vietu nedrīkst pārsniegt 30 m.



53. attēls.

LatPos bāzes staciju stiprinājumu veidi.

Atsaucoties uz ģeodēzijas jomā pieņemtajiem standartiem, antenas koaksiālais kabelis ir 30 m garš. Tas nedaudz ierobežo antenas un uztvērēja savstarpējo novietojanas attālumu. Ja ir nepieciešams 40 m, 50 m vai 60 m garš kabelis, tad datu zuduma novēršanai un datu uzkrāšanas netraucētam ritējumam nepieciešami signāla pastiprinātāji.

Pēc bāzes stacijas iekārtu uzstādīšanas veic uztvērēja konfigurēšanu, ievadot uztvērējā bāzes stacijas nosaukumu, četrus simbolu kodu, *DOMES* (*Data, Operations, and Master Control Station*) numuru, noteiktās koordinātas, datu uzkrāšanas intervālu un formātu (*Raw data* – neapstrādātie dati un/vai *RINEX* – pēcapstrādes dati), kā arī norāda bāzes stacijas unikālo interneta protokola (IP) adresi, kas nepieciešama datu augšupielādei no uztvērēja uz serveri, attālinātajai uztvērēja vadībai, programmatūras atjauninājumam, licenču un darbības uzraudzīšanai.

Pēc bāzes stacijas trīs nedēļu darbības kopš tās uzstādīšanas aprēķina precīzās koordinātas, izmantojot kādu no pēcapstrādes datu programmatūrām (*Trimble Business center* un/vai *Bernese*), un pēc pārbaudes tās ievada uztvērējā.

Pēc koordinātu pārbaudes veic lauka pārbaudi, izmantojot valsts ģeodēziskā tīkla globālās pozicionēšanas punktus. Šajos punktos veic mērījumus ar globālās pozicionēšanas tuvākās stacijas (*SITE* un *SITE-BeiDOU*) un tīkla risinājuma (*NETW-iMAX-BeiDOU* un *VRS-BeiDOU*) pieslēgvietām, saņemot korekciju no pārbaudāmās bāzes stacijas. Mērījumus veic vismaz trijos valsts ģeodēziskā tīkla punktos. Katrā punktā notiek trīs sesijas ar 30 minūšu intervālu. Mērījumos izmanto katru no pieejamajām *RTK* korekcijas pieslēgvietām, veic piecus mērījumus pa 10 sekundēm, katrā sesijā reģistrē 60 mērījumus. Pēc

lauka validācijas mērījumu veikšanas iegūtos datus apstrādā un iegūst standartnovirzes reāllaikā noteiktajām koordinātām. Pēc tām var spriest par bāzes stacijas nodrošināto korekcijas precizitāti un ģeotelpisko pamatdatu ieguvi.

Ja bāzes stacijas nodrošinātā korekcijas precizitāte atzīta par pietiekamu, to ieslēdz LatPos tīklā turpmākai korekciju nodrošināšanai lietotājiem.

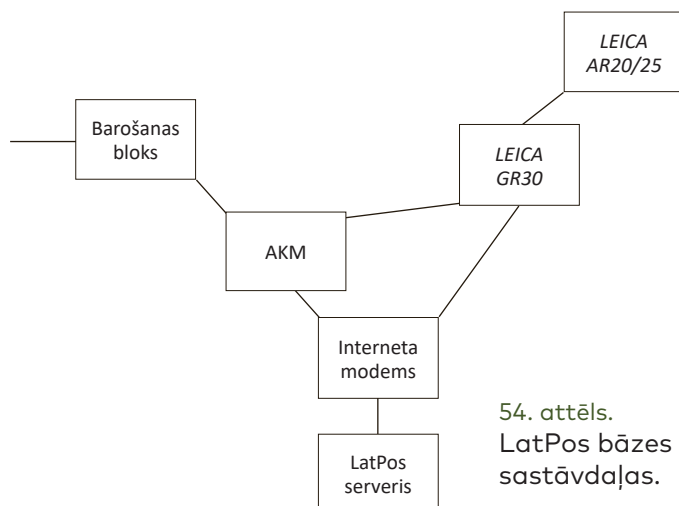
LatPos bāzes stacijas sastāvdaļas

Uztvērējs (LEICA GR30) – apkopo signālus no orbītā esošajiem GNSS satelītiem, ļaujot noteikt precīzu atrašanās vietu jebkurā vietā uz Zemes. Uztvērējs nosaka savu pozīciju, ņemot vērā signālu saņemšanai no vairākiem satelītiem nepieciešamo laiku. Salīdzinot laika un atrašanās vietas datus no vairākiem satelītiem, uztvērējs spēj noteikt savu pozīciju ar augstu precizitāti.

GNSS antena (LEICA AR20/25) – parasti izmanto “čokeringa” tipa antenu. Tā sastāv no aplveida antenas elementu bloka, un to ieskauj metāla gredzens. Šādu antenu izmanto signāla traucējumu un signāla atstarošanās efektu samazināšanai un precīzas pozicionēšanas nodrošināšanai.

Barošanas bloks – uztvērēja un interneta modema strāvas avots. Tas nodrošina bāzes stacijas darbības neatkarību no pastāvīgā strāvas pieslēguma. Tas ir īpaši būtiski grūti pieejamās vietās vai pastāvīgā strāvas avota darbības traucējumu gadījumā.

Interneta modems – nodrošina nepārtrauktu datu plūsmu no bāzes stacijas uz serveri, kas apkopo un uzglabā iegūtos datus. Datu plūsmas nodrošināšanai var izmantot kabeļa savienojumu (DSL) vai mobilā tīkla (4G; 5G) datu apraidi, ņemot vērā bāzes stacijas atrašanās vietu un tīkla pieejamības iespējas.



54. attēls.
LatPos bāzes stacijas
sastāvdaļas.

Bāzes staciju izveidošana un izmantošana var atšķirties, tāpēc nevar izmantotās iekārtas kategorizēt kā standartu. LatPos bāzes staciju iekārtu shēma skatāma 54. attēlā.

Mūsdienu GNSS uztvērējus iespējams aprīkot ar meteoroloģiskajiem sensoriem, nodrošinot vairāku veidu datu uzkrāšanu, paplašinot bāzes stacijas izmantošanas iespējas.

Tehnoloģijas un programmatūra

Tīkla pārvaldīšanai un datu korekcijas nodrošināšanai LatPos izmanto modernu programmatūru, piemēram, *GNSS Spider*. Programmatūra piedāvā reāllaika un pēcapstrādes iespējas. Pēcapstrādes dati ļauj sasniegt milimetru līmeņa precizitāti, kas ir būtiski ziņātniskajos pētījumos un sarežģītos inženiertehniskos projektos.

LatPos sistēmas uzturēšanas programmatūra

RTK korekcijas īsteno, izmantojot *Leica Geosystems* izstrādāto programmatūru *GNSS Spider*. Tā kalpo kā visaptverošs atskaites sistēmu tīkla izveides, pārvaldības un korekcijas pakalpojumu nodrošināšanas risinājums, vienlaikus to izmanto arī LatPos staciju tīkla izveidē un uzturēšanā.

GNSS Spider programmatūra ietver divas galvenās sastāvdaļas: tīkla (*Network*) un bāzes (*Site*) pakalpojumu nodrošināšanu. Programmatūrā manuāli ievada ierīkotās bāzes stacijas datus (koordinātas, antenas un uztvērēja veidu, IP adresi), un tie turpmāk kalpo vēlamo darbību veikšanai un sniegto pakalpojumu izveidei.

Bāzes pakalpojumu nodrošināšanai iespējams izveidot dažāda veida produktus: pēcapstrādes datu un oriģinālo (*raw data*) datu datnes, bāzes staciju darbības žurnālus.

LatPos nodrošina lietotājiem pēcapstrādes (*RINEX*) datus ar ieraksta intervālu 1 sekunde un datnes izveides intervālu 1 stunda, kas tiek uzglabāti divus mēnešus, un pēcapstrādes datus ar ieraksta intervālu 30 sekundes un datnes izveides intervālu 24 stundas, kas tiek uzglabāti pastāvīgi. Izveidojot attiecīgos produktus, ir iespējama uzkrāto datu nodrošināšana, izmantojot datu pārraides protokolu *FTP (File Transfer Protocol)* vai LatPos *SBC (Spider Business Center)* vietni. *FTP* nodrošina tikai 1 sekundē un 30 sekundēs uzkrātos datus [8]. *SBC* vietnē lietotājam ir iespēja pašam izvēlēties nepieciešamo datu ieraksta intervālu. Pēc datu lejupielādes to apstrādei jāizmanto speciālas datu apstrādes programmas.

Bāzes stacijas darbības žurnāls sniedz ieskatu tās darbībā, reģistrējot visu bāzes stacijā notiekošo – datu uzkrāšanu un to datņu izveidošanu, bāzes stacijas darbības, interneta savienojumu, barošanas avota vai antenas stāvokli. Datnes tiek uzglabātas, un jebkurā laikā tās ir iespējams pārbaudīt.

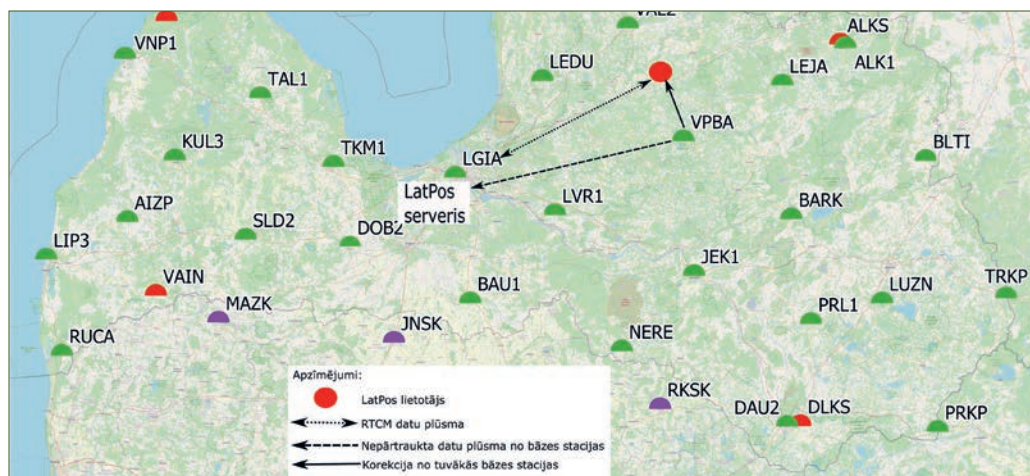
Papildus iespējams vērot katras bāzes stacijas datu plūsmas stabilitāti. Tas ļauj reāllaikā sekot bāzes stacijas darbībai, datu uzkrāšanai, uztverto satelītu un izmantoto satelītu signālu skaitam.

Tīkla pakalpojumu *RTK* korekcijas nodrošināšanai bāzes stacijām ir jābūt apvienotām vienā tīklā, ko nodrošina LatPos bāzes staciju tīkls. Tīklā var iekļaut visas valsts teritoriju aptverošās LatPos bāzes stacijas vai izveidot vairākus mazākus tīklus, iekļaujot katrā vismaz piecas atsevišķas bāzes stacijas. Izmantojot šāda veida pakalpojumu sadalījumu, ņem vērā lietotāja izmantoto *GNSS* uztvērēju nolietojumu/lietošanas ilgumu un vairāku satelītu sistēmu signālu uztvertspēju. Visiem *GNSS* uztvērējiem ir standartizēta GPS un *GLONASS* satelītu sistēmu uztvertspēja, bet jaunākas paaudzes uztvērēji spēj uztvert arī *BeiDOU* un *Galileo* signālus. Lietojot tikai vienu pakalpojumu *RTK-4GNSS*, pastāv varbūtība, ka vecākas paaudzes uztvērēju lietotājiem, izmantojot LatPos serveri, var rasties korekciju saņemšanas vai savienojuma izveides sarežģījumi.

Tuvākās stacijas risinājums nodrošina *RTK* korekcijas saņemšanu no vienas tuvākās bāzes stacijas. Korekcijas iegūšanai no lietotāja *GNSS* uztvērēja serverī saņem noteiktās atrašanās vietas koordinātas. Pēc tām *GNSS Spider* programmatūra, izmantojot algoritmus, veic korekcijas:

- fāzes korekcija – atšķirība starp bāzes stacijas un *GNSS* uztvērēja uztvertajiem signāliem;
- jonosfēras ietekmes korekcija – bāzes stacija aprēķina korekcijas, pamatojoties uz divu frekvenču signālu mērījumiem, lai mazinātu jonosfēras ietekmes kļūdu;
- satelītu orbītu korekcijas – ņemtas vērā orbītu apraides un pulksteņa korekcijas, kas tiek salīdzinātas ar bāzes staciju saņemtajiem signāliem;
- signālu atstarošanās un signālu trokšņa korekcijas – izmanto algoritmus, lai mazinātu atstarošanās efektu un mazinātu troksni *GNSS* mērījumos.

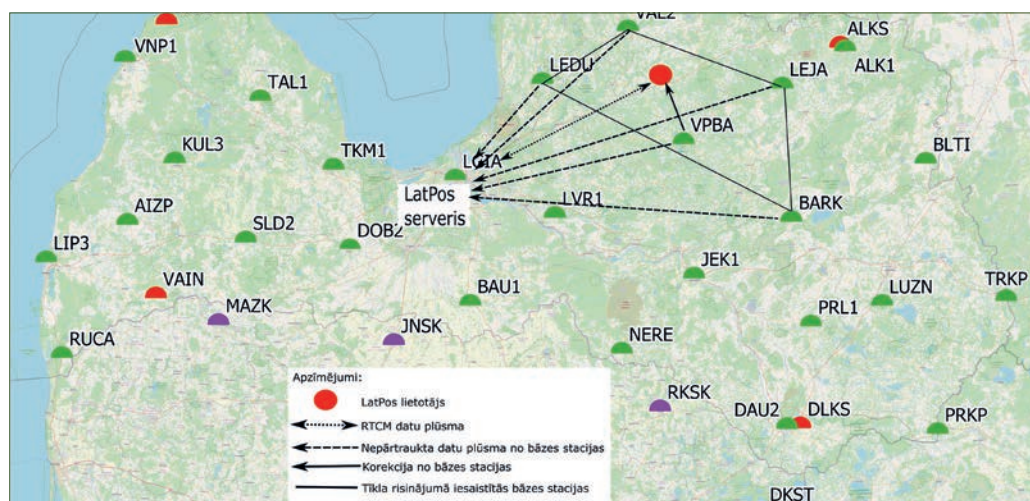
Tuvākās bāzes stacijas risinājumā, lietotājam pieslēdzoties LatPos tīklam, automātiski tiek saņemtas lietotāja *GNSS* iekārtas atrašanās vietas koordinātas. No tām nosaka, kura bāzes stacija ir tuvākā lietotāja atrašanās pozīcijai. LatPos serverī tiek veikti korekciju aprēķini un, izmantojot tīkla datu pārraides protokolu *RTCM (Networked Transport of Radio Technical Commission for Maritime Services)* un *NMEA (National Marine Electronics Association)*, veiktie korekcijas aprēķini tiek nodrošināti lietotājam. Tuvākās bāzes stacijas risinājuma darbības shēma skatāma 55. attēlā. LatPos nodrošina trīs tuvākās bāzes stacijas risinājuma pieslēgvietas (*SITE*, *SITE-BeiDOU* un *SITE-4GNSS*).



55. attēls.

Tuvākās bāzes stacijas darbības shēma.

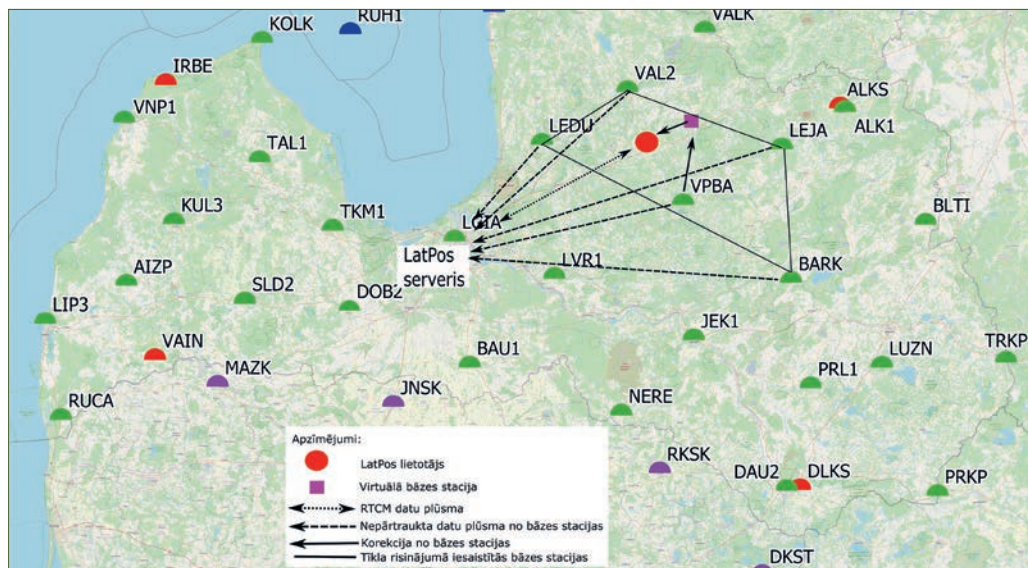
Tīkla risinājuma darbības princips ir līdzīgs tuvākās bāzes stacijas risinājumam, tikai korekcijas aprēķinā izmanto vismaz piecas bāzes stacijas. Vienu bāzes staciju, kas atrodas vistuvāk lietotāja GNSS uztvērējam, nosaka par galveno. No tīkla risinājumā iekļautajām bāzes stacijām nosaka lietotāja atrašanās vietu attiecībā pret LatPos bāzes stacijām. Šis aprēķins un attiecīgās korekcijas tiek veikti LatPos serverī, un, izmantojot *RTCM* un *NMEA*, lietotājam nodrošina korekciju. Tīkla risinājumu darbības shēma skatāma 56. attēlā. LatPos nodrošina četras tīkla risinājuma pieslēgvietas (*NETW-iMAX*, *NETW-MAX*, *NETW-iMAX-BeiDOU* un *NETW-iMAX-4GNSS*).



56. attēls.

Tīkla risinājuma darbības shēma.

Virtuālās bāzes stacijas *VRS (Virtual Reference Station)* risinājuma darbības princips ir līdzīgs tīkla risinājumam, tikai korekcijas aprēķinā izmanto virtuālo bāzes staciju, ko izveido, lietotājam pieslēdzoties LatPos tīklam. Vienu LatPos bāzes staciju, kas atrodas vistuvāk lietotāja GNSS uztvērējam, nosaka par galveno. Šo aprēķinu un attiecīgās korekcijas veic LatPos serverī, un, izmantojot *RTCM* un *NMEA*, lietotājam nodrošina korekciju no virtuālās bāzes stacijas. Virtuālās bāzes stacijas risinājuma darbības shēma skatāma 57. attēlā. LatPos nodrošina trīs virtuālās bāzes stacijas risinājuma pieslēgvietas (*VIRTUAL-RS*, *VRS-BeiDOU* un *VRS-4GNSS*).



57. attēls.

Virtuālās bāzes stacijas risinājuma darbības shēma.

LatPos mājaslapa

Tīkla un bāzes pakalpojums kopš 2018. gada 1. jūlija ir bezmaksas. Pakalpojumu piesaka, reģistrējoties LatPos *SBC* vietnē, aizpildot pieteikuma anketu un norādot darbības sfēru (mērniecība, lauksaimniecība, projektēšana, pašvaldība, valsts pārvalde, ceļu būve/būvniecība vai cits). LatPos vietne ir lietotāju datubāzes izveides un uzturēšanas pamats. LatPos sniegto pakalpojumu pieteikšana notiek individuāli. Lietotājs pats izvēlas kādu no piedāvātajiem pakalpojumiem (*RTK* korekcijas, pēcapstrādes datu lejupielādes vai tiešsaistes skata pakalpojumu). Reģistrējoties izveidoto lietotārvārdu var izmantot tikai vienā GNSS iekārtā. Ja ir vairākas iekārtas, tad katrai nepieciešams individuāls lietotārvārds. Pēc lietotāja profila izveides var pieteikt vienu vai vairākus vēlamos pakalpojumus. To izmantošanas termiņš ir viens gads, pēc tam pakalpojums jāatjauno. Pretējā gadījumā pēc sešiem mēnešiem no pakalpojuma izmantošanas termiņa beigām lietotāja konts tiek dzēsts.

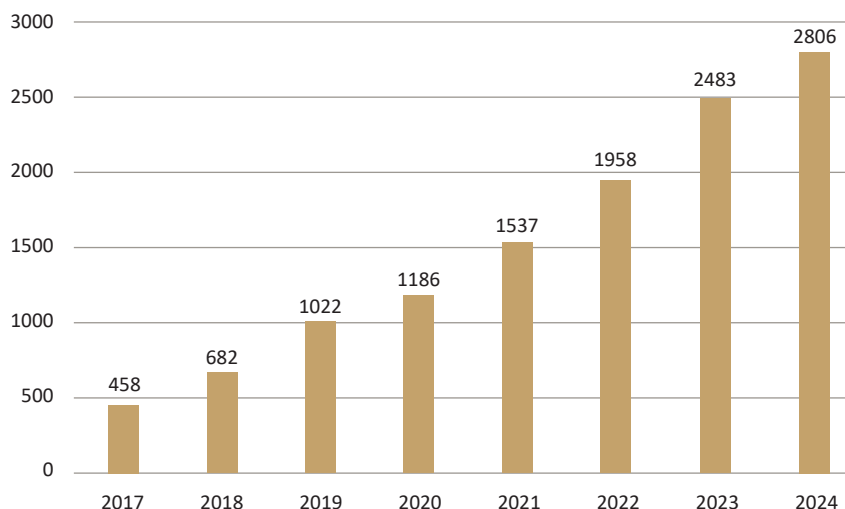
Piesakot LatPos mājaslapā pakalpojumu “*RINEX* datnes”, lietotājam iespējama pēcapstrādes (*RINEX*) datu lejupielāde par pēdējiem diviem mēnešiem. Ja nepieciešamas datnes, kas vecākas par diviem mēnešiem, tās ir pieejamas, izmantojot *FTP* pakalpojumu ar ieraksta intervālu 30 sekundes.

LatPos lietotāju skaits un analīze

LatPos sistēmā reģistrēto lietotāju skaits strauji pieaug. 2024. gadā reģistrēti 2806 unikālie lietotāji, galvenokārt pārstāvēti lauksaimniecību, mērniecību un būvniecību. Izmantojot *RTK* pakalpojumus, šie lietotāji veikuši vairāk par 891 000 pieslēgumu.

Aizpildot reģistrācijas formu, LatPos lietotāji norāda savu darbības sfēru, taču Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra nepārbauda tās patiesumu. Lietotājs izvēlas, kura LatPos lietošanas noteikumos minētā darbības sfēra atbilst visprecīzāk (mērniecība, lauksaimniecība, ceļu būve/būvniecība, projektēšana, valsts pārvaldes iestāde, pašvaldība, universitāte vai cits). 2025. gada janvārī LatPos *SBC* vietnē ir reģistrēti 3355 lietotāju konti. Atbilstoši lietotāju sadalījumam iespējama LatPos lietotāju analīze. Zinot, kāda ir lietotāja darbības sfēra, auditācijas datnēs pieejamā informācija norāda, kādi pakalpojumi ir pieteikti un izmantoti.

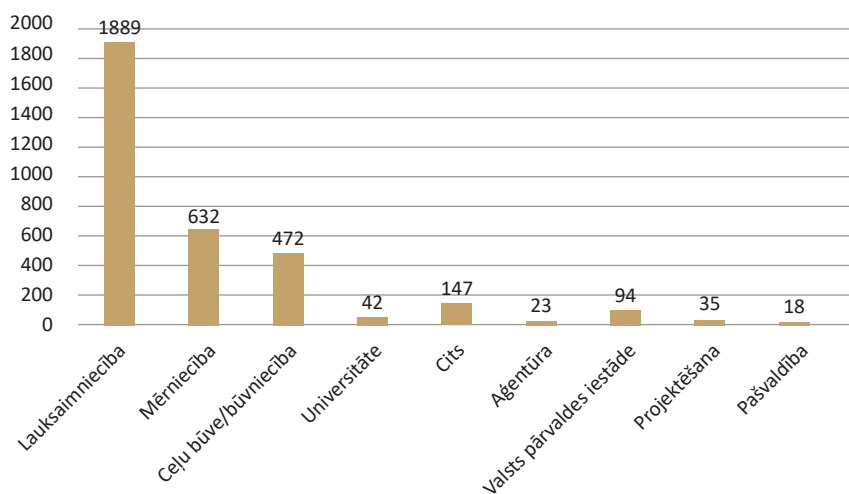
LatPos *RTK* lietotāju skaits katru gadu pieaug. Kopš 2017. gada tas ir pieckāršojies, 2024. gadā jau bija reģistrēti 2806 unikālie lietotāji. LatPos unikālo lietotāju pieauguma tendence skatāma 58. attēlā.



58. attēls.

LatPos *RTK* lietotāju skaita izmaiņas.

No LatPos *SBC* vietnē reģistrētajiem 3355 lietotāju kontiem visvairāk lietotāju ir trīs darbības sfērās: lauksaimniecībā, mērniecībā un ceļu būvē/būvniecībā. Šīs trīs lietotāju grupas veido 89,29 %, bet pārējās darbības sfēras veido 10,71 % no visiem reģistrētajiem lietotājiem. Lauksaimniecība kā darbības sfēra norādīta 1889 lietotāju kontos, mērniecība – 632 un ceļu būve/būvniecība – 472 lietotāju kontos. Lietotāju sadalījums pēc darbības sfēras skatāms 59. attēlā.



59. attēls.

LatPos lietotāju sadalījums pēc darbības sfēras.

LatPos ir nozīmīga infrastruktūra Latvijas teritorijā, kas nodrošina precīzu un uzticamu pozicionēšanu. Šī sistēma turpina attīstīties, pielāgojoties tehnoloģiskajām prasībām un paplašinot savu lietojumu dažādās nozarēs. LatPos palīdz lietotājiem sasniegt augstāku efektivitāti un precizitāti savā darbībā.

GNSS signālu traucējumu avoti

GNSS signālu traucējumi rodas, ja tiek traucēti, pasliktināti vai bloķēti GNSS satelītu pārraidītie signāli. Traucējumi var rasties no dabiskiem, netīšiem vai tīšiem traucējumu avotiem.

Dabiskie traucējumi:

- Saules magnētiskās vētras;
- jonosfēras ietekme.

Netiešie traucējumi:

- signālu atstarošanās;
- radiofrekvenču traucējumi.

Tiešie traucējumi:

- traucēšana (*jamming*);
- maldināšana (*spoofing*) – signālu pārtveršana un retranslācija. Šie signāli tiek atkārtoti pārraidīti saņemtajā frekvencē, parasti to jauda ir lielāka par sākotnējo signālu, un tas izraisa GNSS iekārtu maldināšanu.

GNSS signālu traucējumu mazināšanai iespējams izmantot dažādas metodes, piemēram, jaunākās paaudzes uztvērējus un antenas, kas atbalsta vairāku GNSS signālu uztveršanu, signālu iejaukšanās un uzraudzības programmatūras lietošanu, kas palīdz noteikt GNSS signālu kropļošanas varbūtību.

Saules magnētisko vētru ietekme

Izmaiņas Zemes ģeomagnētiskajā laukā ietekmē GNSS signālu, un tas var radīt kļūdas un nenoteiktību pozicionēšanas risinājumos [87].

Ģeomagnētiskās vētras var izraisīt straujas un būtiskas izmaiņas Zemes magnētiskajā laukā, kā rezultātā rodas traucējumi jonosfērā, kur izplatās GNSS signāli. Jonosfēras svārstību ietekme var pasliktināt GNSS signāla kvalitāti un radīt kļūdas pozicionēšanas risinājumos, īpaši pastiprinātas ģeomagnētiskās aktivitātes periodos [88].

Scintilācija, ko raksturo straujas signāla amplitūdas un fāzes svārstības, var izraisīt signāla izbalēšanu, bloķēšanu un zudumu, samazinot GNSS pozicionēšanas uzticamību un pieejamību. Turklāt jonosfēras kopējā elektronu satura *TEC* (*Total Electron Content*) svārstības, kas saistītas ar ģeomagnētiskajām vētrām, var radīt diapazona kļūdas GNSS mērījumos, ietekmējot vienas vai vairāku frekvenču uztvērējus [88].

Saules magnētisko vētru ietekme uz GNSS ir šāda:

- uztvērēja kļūdas – ģeomagnētiskie traucējumi var izraisīt elektrisko strāvu garajās vadīšanas konstrukcijās, piemēram, elektropārvades līnijās, cauruļvados un dzelzceļa sliežu. Šīs inducētās strāvas var radīt papildu troksni GNSS uztvērējos, izraisot kļūdas pozīcijas novērtējumos;
- palielināts kļūdu līmenis – palielināti jonosfēras traucējumi un scintilācija ģeomagnētisko vētru laikā var izraisīt augstāku kļūdu līmeni GNSS mērījumos, jo īpaši polārajiem apgabaliem pietuvinātajos reģionos, kur ģeomagnētiskā aktivitāte ir intensīvāka.

Saules magnētiskās vētras, kas zināmas arī kā Saules vētras vai Saules uzliesmojumi, atkarībā no to stipruma var dažādi ietekmēt GNSS. Turpmāk uzskaitīti ietekmes veidi, pamatojoties uz Saules vētras stiprumu.

1. Vājas vai mērenas Saules vētras:

- vāju vai mērenu Saules vētru laikā ietekme uz GNSS var būt minimāla, var nedaudz palielināties jonosfēras traucējumi un scintilācija, izraisot nelielas kļūdas GNSS pozicionēšanas mērījumos;
- lietotāja GNSS iekārtai var būt nedaudz pasliktināta veiktspēja, palielināts signāla troksnis un neregulāri signāla uztveršanas traucējumi.

2. Spēcīgas Saules vētras:

- spēcīgām Saules vētrām (jo īpaši ģeomagnētiskajām), ko izraisa intensīvi Saules uzliesmojumi vai koronālās masas izmešana CME (*Coronal mass ejections*), var būt lielāka ietekme uz GNSS;
- ģeomagnētiskās vētras var izraisīt pastiprinātus jonosfēras traucējumus, tostarp palielinātas elektronu blīvuma svārstības un nelīdzenumus. Tas var radīt izteiktākus scintilācijas efektus, izraisot straujas GNSS signālu svārstības;
- GNSS pozicionēšanas precizitāte var ievērojami pasliktināties spēcīgu ģeomagnētisko vētru laikā, palielinoties kļūdu biežumam un rodoties lielākām pozicionēšanas kļūdām, īpaši atrodoties tuvāk ziemeļiem;
- ģeomagnētisko vētru laikā var palielināties jonosfēras kopējais elektronu saturs (TEC), izraisot aizkavēšanos un signāla lieces, kas ietekmē GNSS signāla izplatīšanos;
- GNSS uztvērējiem var rasties grūtības izsekot un dekodēt signālus, kā rezultātā signāls tiek bloķēts un tiek zaudēta pozicionēšanas precizitāte.

Jonosfēras ietekme

Jonosfēra ir Zemes atmosfēras slānis, kas stiepjas aptuveni 50 km līdz 1000 km virs zemes, un tas būtiski ietekmē GNSS signāla izplatīšanos. Šis slānis satur brīvus elektronus un jonus, kas mijiedarbojas ar GNSS satelītu raidītajiem radiosignāliem. Kad GNSS signāli iziet cauri jonosfērai, tos skar refrakcija, izraisot to saliekšanos un palēnināšanos, kas ir zināma kā jonosfēras kavēšanās. Šī aizkave rada kļūdas attāluma aprēķināšanā starp uztvērēju un satelītiem, ietekmējot pozicionēšanas precizitāti [89].

Jonosfēras traucējumu līmenis ir mainīgs un atkarīgs no vairākiem faktoriem, tostarp diennakts laika, Saules aktivitātes un ģeogrāfiskās atrašanās vietas. Dienas laikā palielināts Saules starojums uzlabo jonizāciju jonosfērā, izraisot lielāku signāla aizkavēšanos, un otrādi – naktī jonizācija samazinās, samazinot kopējo ietekmi uz GNSS signāliem. Tomēr pat naktī tādas parādības kā polārblāzmas, ko izraisa ģeomagnētiskās vētras, var radīt traucējumus, kas izjauc GNSS signālus, īpaši polārajos reģionos [89].

Viens no visvairāk traucējošajiem jonosfēras efektiem ir scintilācija, kad *GNSS* signālus skar straujas amplitūdas un fāzes svārstības. Tas īpaši vērojams pie ekvatora un poliem, kur jonosfēras nelīdzenumi ir izteiktāki.

Scintilācijas dēļ *GNSS* uztvērēji var zaudēt satelīta signālus, izraisot paslikstinātu veikspēju vai pat pakalpojuma nepieejamību. Augstas Saules aktivitātes periodos tās uzliesmojumi un koronālās masas izmešana pastiprina jonosfēras traucējumus. Šie notikumi ievada lielu enerģijas daudzumu Zemes augšējos atmosfēras slāņos, radot ģeomagnētiskās vētras, kas pastiprina jonosfēras nelīdzenumus. Rezultāts ir palielināti signāla kropļojumi un aizkaves, kas var apdraudēt *GNSS* sistēmu uzticamību. Magnētiskā ekvatora tuvumā esošie reģioni piedzīvo papildu izaicinājumus ekvatoriālās anomālijas dēļ, kur jonosfēras elektronu blīvums sasniedz maksimumu, pastiprinot signāla traucējumus. Augstākas *TEC* vērtības atbilst lielākai signāla refrakcijas un pozicionēšanas kļūdai. Divfrekvenču *GNSS* uztvērēji mazina šo efektu, salīdzinot divu signālu aizkaves dažādās frekvencēs, ļauj aprēķināt un koriģēt jonosfēras aizkaves. Uzticamu pakalpojumu nodrošināšanā ir ļoti svarīgi nepārtraukti pētījumi par jonosfēras uzvedību un tehnoloģiskajiem sasniegumiem *GNSS* uztvērēju jomā un pieaugošajā programmatūru klāstā. Saules cikliem sasniedzot maksimumu, paaugstinātas Saules aktivitātes periodi rada pastāvīgus izaicinājumus *GNSS* veikspējai [89].

GNSS signālu atstarošanās

Signālu atstarošanās rodas, kad *GNSS* signāli atstarojas no virsmām, piemēram, ēkām, ūdens vai reljefa, pirms tie sasniedz uztvērēju, radot kļūdas pozicionēšanā. Atstarotie signāli veic garākus ceļus nekā tiešie signāli, kā rezultātā attālums starp satelītu un uztvērēju ir garāks.

Pilsētas vidē atstarojošas virsmas, piemēram, stikls un metāls, pastiprina traucējumus, radot “spoku” signālus, un tie savukārt izraisa traucējumus *GNSS* uztvērējos. Līdzīgi ūdenstilpes pastiprina atspulgus, apgrūtinot kuģu navigāciju. Ģeodēzijā izmantojamais uztvērējus ietekmē arī atstarojuma kļūdas apgabalos ar ierobežotu satelīta redzamību. Zema augstuma satelīti vairāk veicina atstarojuma traucējumus, jo to signāli, visticamāk, saskaras ar šķēršļiem [90].

- Mūsdienu *GNSS* uztvērēji samazina atstaroto signālu radītās kļūdas, izmantojot šaurjoslas filtru metodi, kas samazina tieši atstaroto signālu daudzumu.
- Īpaši izstrādātas antenas, piemēram, “čokeringa” antenas arī samazina atstaroto signālu radītos traucējumus.
- *RTK* metodes ļauj vēl vairāk samazināt atstaroto signālu radītās kļūdas, izmantojot korekcijas datus no bāzes stacijām.
- Vairāku *GNSS* sistēmu izmantošana uztvērējos uzlabo precizitāti, palaujoties uz satelītiem ar minimāliem traucējumiem [90].

Blīvas apbūves pilsētvide un meža masīvi joprojām ir izaicinājums *GNSS*, neskatoties uz uzlaboto uztvērēja tehnoloģiju. Precīzai pozicionēšanai ir svarīgi novērst signālu atstarošanās traucējumus, izmantojot uzlabotus uztvērējus, vairāku konstelāciju sistēmas un novatoriskus algoritmus.

Radiofrekvenču traucējumi

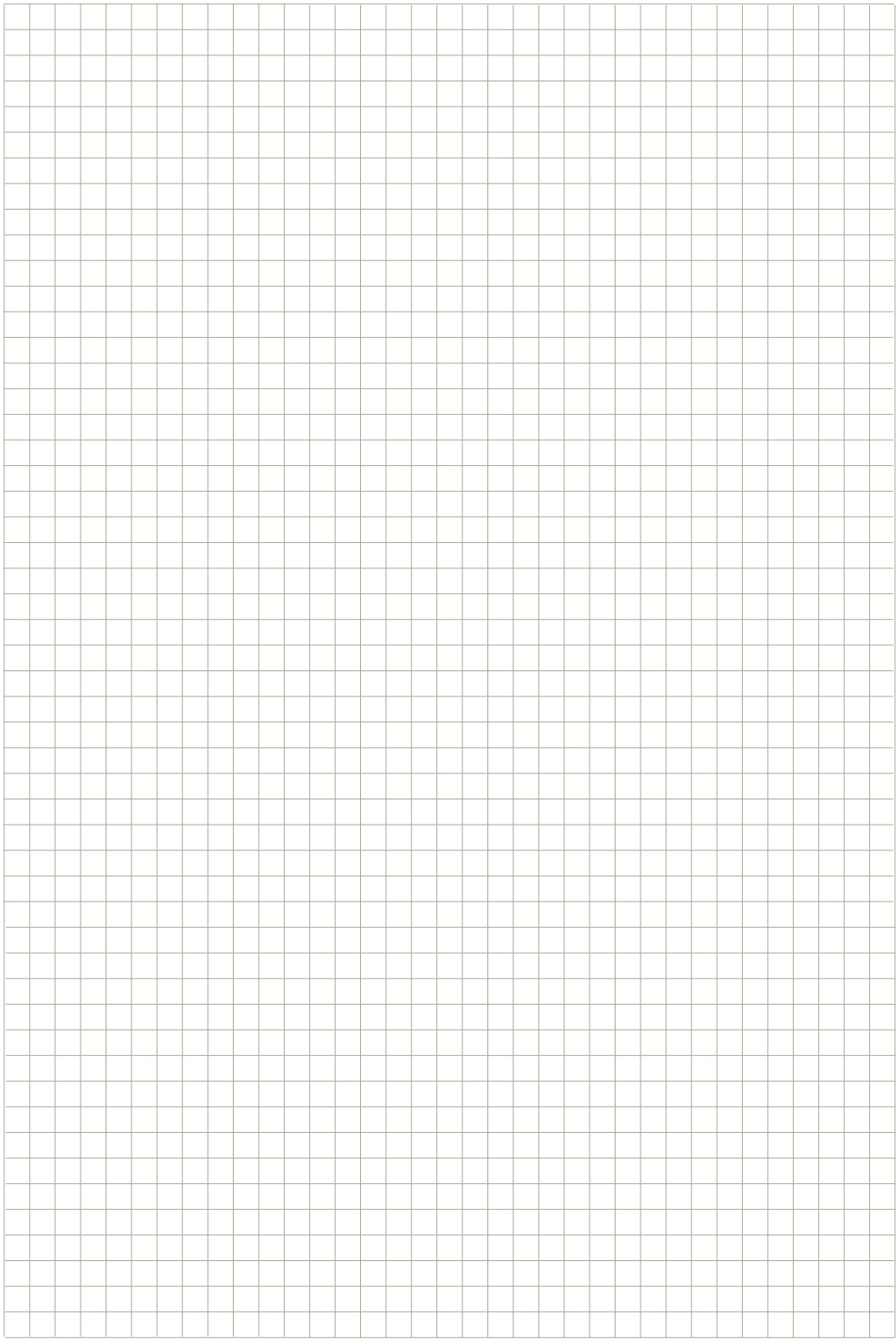
Radiofrekvenču traucējumi *RFI* (*Radio Frequency Interference*) rodas, nevēlamam radiosignāliem ietekmējot *GNSS* signālus, pasliktinot pozicionēšanu, navigāciju vai laika noteikšanas precizitāti. *RFI* var rasties no tišiem un netišiem avotiem, ietekmējot *GNSS* uztvērēju veikspēju.

- Nejaušie *RFI* bieži rodas no mobilajiem tālruņiem, radoraidītājiem, radaru sistēmām vai televīzijas antenām, kas darbojas līdzīgās frekvencēs kā *GNSS* [91].
- Apzināta *GNSS* signālu bloķēšana, kad apzināti tiek raidīti lielas jaudas signāli *GNSS* signālu bloķēšanas nolūkā, slāpējot tos. Šie traucējumi var izraisīt precizitātes pasliktināšanos, *GNSS* pieejamības zudumu vai pilnīgu *GNSS* pakalpojuma nepieejamību. *GNSS* uztvērēji samazina traucējumus, izmantojot adaptīvās filtrēšanas metodi, kas identificē un noraida traucējošos signālus. Vairāku konstelāciju *GNSS* sistēmu uztvērēji uzlabo noturību, izmantojot signālus no vairākām *GNSS* satelītu sistēmām [91].
- Maldināšana ir viltus *GNSS* signālu pārraide uztvērēja maldināšanas nolūkā, lai tas aprēķinātu nepareizu pozīciju [91].
- Dabas parādības, piemēram, Saules magnētiskās vētras, arī var veicināt *RFI*, palielinot fona troksni *GNSS* frekvencēs [91].

RFI var izpausties kā *GNSS* signālu uztveršanas zudums, pasliktināta precizitāte vai pilnīga *GNSS* pakalpojumu nepieejamība. *RFI* traucējumu ietekme ir atkarīga no tā tuvuma *GNSS* frekvenču joslai un traucējošā signāla jaudas. Pilsētas teritorijas ar blīvu elektromagnētisko ierīču klāstu ir īpaši pakļautas netiškai *RFI*. Lieljaudas *RFI* avoti, piemēram, lidostas radars vai militārais aprīkojums, var traucēt *GNSS* plašos apgabalos [91].

GNSS uztvērējos tiek iestrādātas metodes, kas paredzētas dažu *RFI* mazināšanai, izmantojot filtrēšanas un kļūdu noteikšanas algoritmus. Traucējumu ietekmes novēršanai uzlabotajos uztvērējos izmanto šaurjoslas filtrus un adaptīvo signālu apstrādi. Prettraucēšanas antenas, piemēram, "čokeringa" antenas koncentrējas uz pareizajiem *GNSS* signāliem, vienlaikus novēršot troksni. Vairāku konstelāciju *GNSS* uztvērēji uzlabo noturību, piekļūstot signāliem no vairākām satelītu sistēmām. Monitoringa sistēmas, piemēram, *GNSS* traucējumu noteikšanas un signālu spektra pārvaldības aplikācijas, palīdz identificēt un mazināt radiofrekvenču traucējumu avotus [91].

Radiofrekvenču spektrs kļūst arvien pārslogotāks, tāpēc *RFI* pārvaldība joprojām ir būtisks izaicinājums no *GNSS* atkarīgajām tehnoloģijām.





Ģeoīds un kvaziġeoīds

Ģeoīds

Par Zemes formas aproksimāciju pieņem rotācijas elipsoīdu. Nosakot augstumu ar globālo pozicionēšanu, iegūst elipsoidālo augstumu h – attālumu starp punktu un rotācijas elipsoīdu (60. attēls). Elipsoidālo augstumu izmantošana nav praktiska, jo tā nenorāda uz punkta augstumu pret jūras līmeni, kas savukārt cieši saistīts ar Zemes gravitācijas lauku.

Zemes gravitācijas potenciāla lauka vērtību jebkurā lauka vietā apzīmē ar W . Šo vērtību veido divas komponentes. Pirmā ir normālais Zemes gravitācijas potenciāls U , ko aprēķina, ņemot vērā rotācijas elipsoīdu. Gan W , gan U veido ne tikai gravitācijas, bet arī Zemes rotācijas centrālās spēks. To koriģē, pieņemot, ka W un U tas ir vienāds. Salīdzinot šos potenciālus punktā P , iegūst W otro komponenti T ,

$$W_p - U_p = T_p,$$

kur T_p apzīmē novirzes jeb anomālo potenciālu (*disturbing potential, anomalous potential*) punktā P [92; 214. lpp.]. Novirzes potenciāls ir starpība starp reālo gravitācijas potenciālu un normālo gravitācijas jeb elipsoīda potenciālu.

Vietas, kur $W = \text{const}$, apraksta ekvipotenciālas virsmas. Viena no šādām ekvipotenciālām virsmām ir ģeoīds, uz kuras Zemes gravitācijas potenciāla vērtību pieņem $W = W_0$.

Augstumu no punkta līdz ģeoīdam sauc par ortometrisko augstumu H^0 jeb augstumu virs jūras līmeņa (60. attēls). Savukārt attālumu starp ģeoīdu un rotācijas elipsoīdu sauc par ģeoīda augstumu jeb ģeoīda vilni N . Ģeoīda virsma ir neregulāra un liekta atbilstoši Zemes gravitācijas potenciāla laukam W . Ģeoīda augstums jūrās un okeānos aptuveni sakrīt ar vidējo jūras ūdens līmeni (*Mean Sea Surface*), ja tam piemēro īslaicīgo līmeņa svārstību (*Dynamic topography*) korekciju. Uz cietzemes ģeoīda augstumu aprēķina matemātiski.

Ģeoīda un ortometrisko augstumu atliek pa svērteņa līniju jeb Zemes gravitācijas vektoru, kas savukārt ir izliekts atbilstoši Zemes iekšējo masu sadalījumam. Ortometrisko augstumu matemātiski nosaka, izmantojot formulu

$$H^0 = h - N.$$

N aprēķina

$$N = T_g / \gamma_0,$$

kur

T_g – novirzes potenciāla (*disturbing potential*) vērtība uz ģeoīda;

γ_0 – normālā Zemes gravimetriskā vērtība uz rotācijas elipsoīda.

Ģeoīda augstumu iespējams aprēķināt, izmantojot arī Džordža Gabriela Stouksa (*George Gabriel Stokes*) formulu

$$N = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} \Delta g S(\psi) D\sigma,$$

kur

R – Zemes rādiuss;

Δg – Zemes gravitācijas anomālija uz ģeoīda;

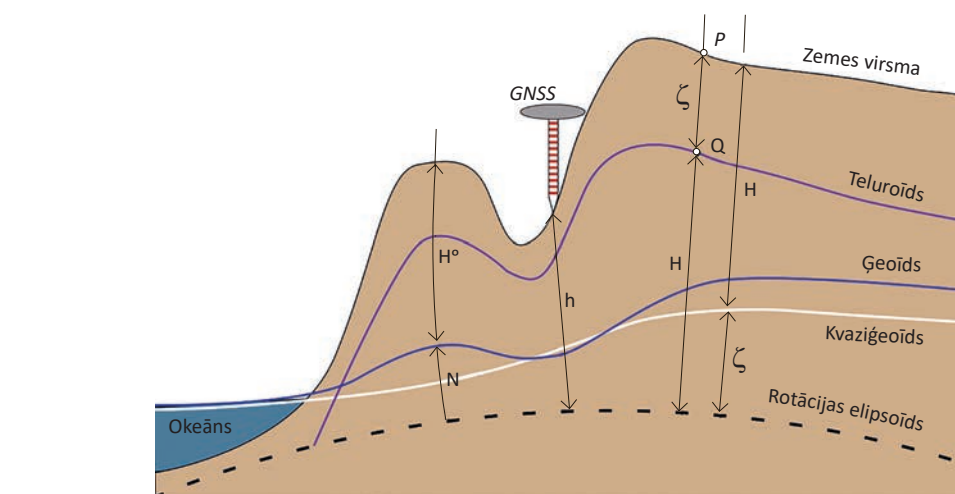
$S(\psi)$ – Stouksa funkcija;

$D\sigma$ – vienības sfēra.

Šim nolūkam uzmērītās Zemes gravitācijas vērtības pārnes no punkta uz ģeoīdu, pieņemot ģeoīda ietekmējošo topogrāfisko masu blīvuma aproksimāciju. Praksē visbiežāk izmanto Helmerta ortometrisko augstumu, kur pieņemts konstants topogrāfijas blīvums $2,67 \text{ g/cm}^3$.

Zemes garozā iežu sadalījums un līdz ar to blīvums nav konstants un vienmērīgs. Atbilstoši ģeoloģijai tas mainās laterāli un vertikāli, tādēļ viena globāla, konstanta koeficienta lietošana atkarībā no aprēķinu teritorijas ģeoloģiskās uzbūves var ieviest lielāku vai mazāku kļūdu aprēķinos [93]. Latvijā starp Zemes virsmu un ģeoīdu galvenokārt izplatīti morēnas smilšmāla, dolomīta un smilšakmens ieži, kuru aptuvenais īpatnējais blīvums attiecīgi $1,80 \text{ g/cm}^3$, $2,85 \text{ g/cm}^3$ un $1,60\text{--}2,70 \text{ g/cm}^3$. Ortometriskā augstuma aprēķinos būtu jāizmanto mainīgs blīvuma koeficients katrā aprēķinu punktā.

Lai izvairītos no iespējamām kļūdām topogrāfisko masu aprēķinā, ortometriskā augstuma vietā lieto normālo augstums H (60. attēls) [39; 82. lpp.], kas ir attālums starp punktu un ģeoīdam pietuvinātu, teorētisku virsmu – kvaziġeoīdu. Atšķirībā no ģeoīda, kvaziġeoīdu iespējams aprēķināt, neņemot vērā Zemes garozas iežu blīvuma izmaiņas.



Zemes fiziskā virsma un dažādās ģeopotenciāla virsmas.

Kvaziġeoīds

Kvaziģeoida virsmas novietojumu attiecībā pret punktu P uz Zemes virsmas nosaka normālais augstums H , bet pret rotācijas elipsoīdu – augstuma anomālija ζ [39, 112. lpp.]. Šis augstums, atšķirībā no ģeoida augstuma, nav liekts, jo tas orientēts pa sferopotenciālo virsmu normālēm.

Sferopotenciālā virsma raksturo Zemes gravitācijas izmaiņas tiktāl, cik par to atbild Zemes rotācijas elipsoīda forma; uz tās normālais Zemes gravitācijas potenciāls $U = \text{const}$, ja vērtība $U = U_0$, sferopotenciālā virsma apraksta rotācijas elipsoīdu.

Normālo augstumu un tā veidoto kvaziġeoīda virsmu iegūst, aprēķinot attālumu starp punktu P uz Zemes virsmas un uz teorētiskas sferopotenciālās virsmas novietotu punktu Q, ar nosacījumu, ka punktā P Zemes gravitācijas kopējais potenciāls W ir vienāds ar Zemes gravitācijas normālo potenciālu U punktā Q. Šādu sferopotenciālu virsmu, uz kuras atrodas punkts Q, sauc par teluroīdu. Augstuma anomālija ir attālums starp punktiem P un Q. Iegūto augstuma anomāliju vērtības pārnesot līdz rotācijas elipsoīdam, iegūst kvaziġeoīda virsmu.

Normālā augstuma aprēķinus veic iteratīvi, zinot elipsoidālo augstumu, normālo Zemes gravitācijas vērtību uz rotācijas elipsoīda γ_0 , Zemes gravitācijas vertikālā gradienta vērtību a un aprēķinu punkta novirzes potenciāla vērtību T .

Zemes gravitācijas potenciālu precīzi uzmērīt kvaziģeoīda modelēšanai ir apgrūtināši, tā vietā izmanto uzmērītās gravimetriskās vērtības. No tām atņemot normālo Zemes gravitācijas vērtību, iegūst Zemes gravitācijas anomāliju, no kā kvaziģeoīda modelēšanas procesā iegūst augstuma anomāliju. Pēc Torges (*Torge*) [39; 82. lpp.] kvaziģeoīds no ģeoīda atšķiras mm līdz cm amplitūdā līdzenumos un līdz 1 m kalnu reģionos. Okeānā kvaziģeoīds un ģeoīds sakrīt.

Kvaziģeoīda modelēšana

Ievaddatu formāti un mērvienības

Kvaziģeoīda modelēšana notiek ģeodēziskajā koordinātu sistēmā, par attāluma mēru pieņem ģeodēzisko platumu grādos, kur $1'' \sim 33$ m. Gravimetriskie un GNSS/nivelēšanas dati ir punktveida dati, datubāzēs tie ir tabulu formātā. Tabulās kolonnas apraksta secīgi ϕ , λ , H , z , kur z visbiežāk ir brīvā gaisa vai Bugē anomālija. Pārējie ievaddati ir virsmas. Tās ir tīkla jeb režģa datnes (*Grid file*) formātā. Tipiska tīkla datne sastāv no galvenes, kurā dotas datu kopas izplatības robežas ϕ_{MIN} , ϕ_{MAX} , λ_{MIN} , λ_{MAX} un datu solis tīkla rindās un kolonnās $\Delta\phi$, $\Delta\lambda$ ģeodēziskā platumā grādos. Galvenajā daļā katrā datnes rindā dotas vienas tīkla rindas z vērtības, parasti secībā $z_{\phi_{MAX}\lambda_{MIN}} - z_{\phi_{MIN}\lambda_{MAX}}$. Bibliotēkas GRAVSOFT ietvaros tīkla datņu secība atšķirībā no citiem formātiem ir $z_{\phi_{MIN}\lambda_{MIN}} - z_{\phi_{MAX}\lambda_{MAX}}$.

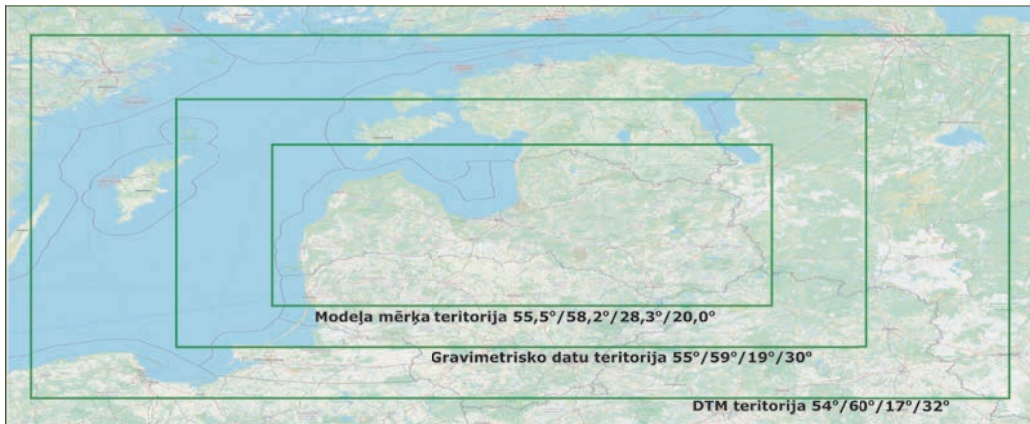
Pastāv vairākas kvaziģeoīda modeļa izstrādes metodes [94, 95, 96]. Šīs nodaļas tvērumā plašāk apskatīta LSC jeb vismazāko kvadrātu kolokācijas (*Least squares collocation*) metode, izmantojot reducēšanas–aprēķināšanas–atjaunošanas (*Remove–compute–restore*) algoritmu. Šī metode izmantota kvaziģeoīda modeļa LV'14 izstrādē. Aprakstītās darbības veicamas bibliotēkā GRAVSOFT, kas atbalsta arī alternatīvas ģeoīda modelēšanas metodes [97; 5. lpp.].

Gravimetriskie ievaddati

Kvaziģeoīda modeļa ievades datu kopu izvēli veic divos soļos. Pirmajā solī nosaka modeļa mērķi un darba teritoriju. Otrajā solī apzina un salīdzina visus pieejamos datu avotus.

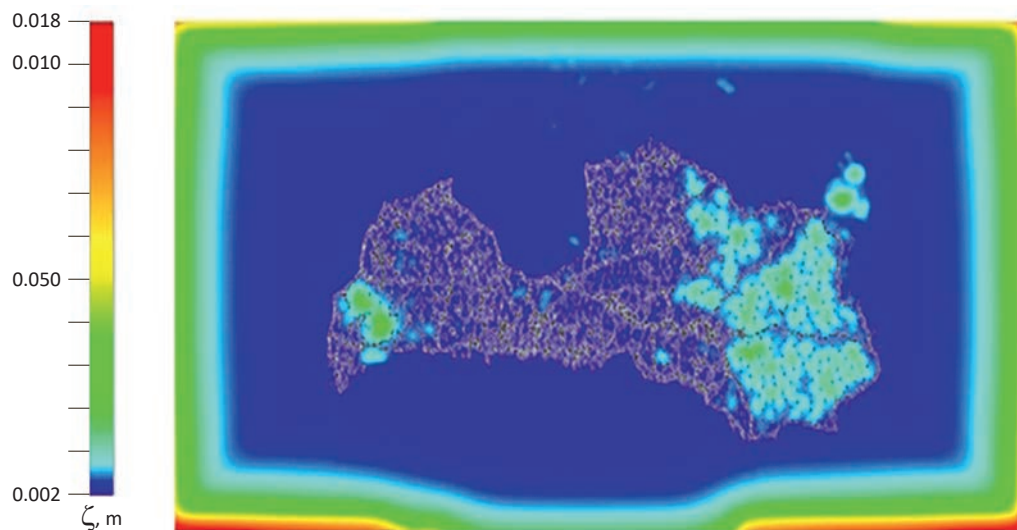
Kvaziģeoīda modelēšanas galaprodukts ir augstuma anomāliju tīkla datne. Šīs virsmas pārklājumam jeb modeļa mērķa teritorijai ir jāatspoguļo tā paredzētais lietojums. Kvaziģeoīda modelis LV'14 paredzēts lietošanai Latvijas sauszemes daļā, tādēļ ārpus sauszemes robežas modelētās vērtības aizstātas ar vērtību $-999,99$ [98].

Aprēķinus modelēšanas punktus, kas atrodas tuvu ievades punktveida datu kopas robežām, ietekmē modelēšanas malas kļūda (*far zone effect*). Tādēļ modelēšanas procesā sagatavotā augstuma anomāliju tīkla datnei vajadzētu būt ievērojami lielākai par modeļa mērķa teritoriju (61. attēls) [99, 100, 101].



61. attēls.
LV'20 ievaddatu izplatība.

Ziemeļvalstu Ģeodēzijas komisijas reģionālā ģeoīda modelim NKGGEID2015 aprēķinu teritorija ir par 2° lielāka nekā gala modelim [96]. Latvijas nacionālā kvaziģeoīda modeļa izstrādē redzams, ka modeļa malas efekts īpaši izteikts <0,5° attālumā no ievades datu kopas malas (62. attēls).



62. attēls.

Kvaziģeoīda modeļa LV'20 darba versijas augstuma anomālijas vērtību kļūdas novērtējums.

20. gadsimta laikā iegūtie punktveida dati Latvijas sauszemes teritorijā iegūti no kartogrāfiskā materiāla, un to primārā dokumentācija nav pieejama. 21. gadsimtā datus

pēc to uzmērīšanas laika var iedalīt divās kopās: 1999.–2011. gada un pēc 2022. gada uzmērītie. 1999.–2011. gadā uzmērīto datu kvalitātes kontrole veikta 2024. gadā. Kopš 2022. gada Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra īsteno ģeopotenciāla kartēšanas kampaņas, lai nodrošinātu vienmērīgu, blīvu gravimetrisko datu soli visā valsts teritorijā.

Lietuvas sauszemes teritorijā 2021.–2023. gadā notikušās ģeopotenciāla kartēšanas kampaņas rezultātā visā valsts teritorijā nodrošināti dati ar soli 1–2 km [102].

Igaunijas teritorijā lielāko datu pārklājuma daļu veido 20. gadsimta laikā uzmērītie dati ar mainīgu datu soli, valsts Z un R daļā tas nepārsniedz 1 km [99]. Atšķirībā no Latvijas un Lietuvas Igaunijas 20. gadsimta datiem ir pieejama dokumentācija. Atsevišķās Igaunijas daļās datu pārklājumu veido 21. gadsimtā iegūtie dati [103].

Krievijas un Baltkrievijas teritorijā 50 km joslā gar Baltijas valstu robežām modelēšanai pieejami gravimetriskie dati no digitizētām karšu lapām. Pārējā šo valstu teritorijā pieejams vidējotu datu tīkls. Šīs datu kopas ieguves metodika nav zināma.

Latvijas jūras telpā pieejamo vēsturisko 20. gadsimtā uzmērīto un moderno 21. gadsimtā uzmērīto datu apskats izstrādāts *Interreg* projekta *BalMarGrav* ietvaros [104, 105].

Igaunijas un Zviedrijas jūras telpā papildus iepriekš minētajās atskaitēs ietvertajām kopām pieejami arī projekta *FAMOS* dati [106]. Lietuvas jūras telpā kopš 2019. gada secīgi veic pakāpenisku moderno jūras gravimetrijas datu sabiezināšanu [102]. Igaunijas, Zviedrijas un daļēji Latvijas jūras telpā pieejami arī aerogravimetrijas dati ar maršruta soli >50 km. Tie pārklājas ar 20. gadsimta un 21. gadsimta jūras gravimetrijas datu kopām [97].

Datu patiesumu un precizitāti var secināt no mērījumu dokumentācijas vai validēt, veicot jaunus mērījumus ar noteiktu precizitāti. Liela viļņa garuma izmaiņu aplūkošanai un datu kontrolei mērījumiem nepieejamās vietās datus salīdzina ar globālo modeļu informāciju. Datu kopu var analizēt arī manuāli, identificējot un izslēdzot kļūdainos punktus un anomālas vērtības, kas nekorelē ar apkārtējo vērtību veidoto virsmu. Šādu izlecošo punktu identifikāciju var veikt, izmantojot šķērsvalidēšanas (*Cross validation*) metodi, nosakot katra individuālā datu punkta ietekmi uz virsmu.

Modelēšanas ievades datu pirmapstrāde

Datu apstrādes pirmajā solī katrai Zemes gravitācijas vērtībai aprēķina punkta brīvā gaisa anomālijas (*Free air anomaly*) un Fajē anomālijas (*Faye anomaly*) vērtību.

kur

α – modela solis grādos:

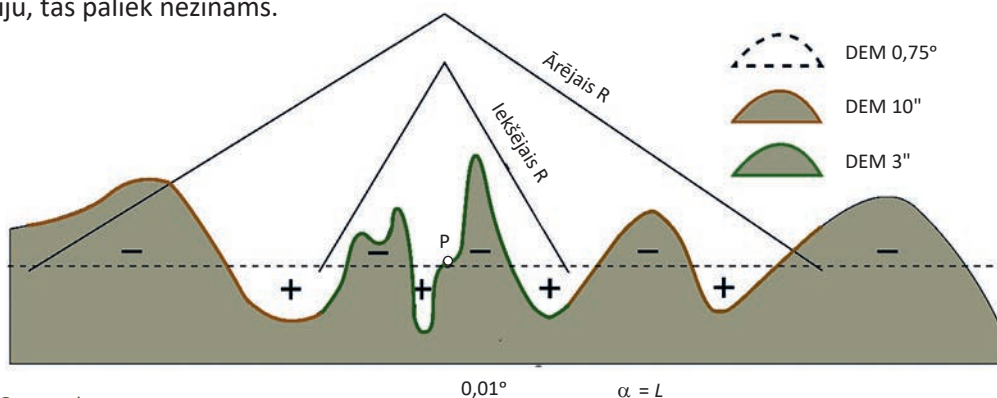
$L_{\text{max}} = M_{\text{max}} - GGM$ maksimālā pakāpe un kārta.

Bibliotēkā *GRAVSOFT* Δg_{EGM} aprēķins un Δg korekcija veikta, izmantojot skriptu *GEOCOL* (*Python GUI* atjauninājumā šī funkcionalitāte pārnesta uz programmu *GEOEGM*). Rezultātā iegūst $\Delta g - \Delta g_{EGM}$ vērtības.

Reljefa korekcija

GGM korekcijas laikā neņem vērā gravitācijas lauka izmaiņas mērogā $< \alpha_{GGM}$. Anomāliju lauka turpmākai vienkāršošanai tam piemēro īsāka viļņa garuma informācijas korekciju jeb atlikuma reljefa *RTM* (*Residual Terrain Model*) korekciju Δg_M (arī T_M).

RTM korekcijas aprēķinā izmanto Zemes reljefa modeļus. Šim nolūkam pieņem vidējo jeb atskaites reljefu *DEM*, kura izšķirtspēja ir vienāda ar α_{GGM} . Šo vidējo reljefu praksē parasti veido, izmantojot sīkāku *DEM* un slīdošā vidējā (*Sliding Average*) metodi. Salīdzinot šo virsmu ar patieso reljefu (63. attēls), ko attēlo detalizēts modelis, iegūst vidējā līdz īsā viļņu garuma (*short wavelength*) masu sadalījumu. Aprēķinot tikai *GGM* korekciju, tas paliek nezināms.



63. attēls.

Vidējā reljefa korekcijas aprēķina shematisks attēlojums.

Reljefa ietekmi uz gravimetrisko vērtību aprēķina radiālā distancē ap punktu. Masas sadalījuma ietekme uz gravimetrisko vērtību samazinās, pieaugot distancei līdz punktam. Aprēķinu paātrināšanai izmanto vairākus reljefa modeļus ar dažādu izšķirtspēju. Punkta tiešā tuvumā jeb iekšējā aprēķinu rādiusā izmanto augstas izšķirtspējas modeli. Teritorijā starp iekšējo un ārējo rādiusu reljefa korekcijas aprēķinam programma izmanto *DEM* ar zemāku izšķirtspēju.

Iekšējā un ārējā aprēķinu rādiusa distanci iestata, izvērtējot aprēķinu ātruma un korekcijas precizitātes attiecību. Praksē pie iekšējā rādiusa vērtības >10 km vairs nav novērojami būtiski uzlabojumi reljefa korekcijas aprēķinā. Varga u. c. [110], Ciavos (*Tziavos*) u. c. [95], Sanso un Sideris [111; 385.–391. lpp.] pētījuši reljefa korekcijas izmaiņas kā *DEM* izšķirtspējas funkciju. Praksē iekšējā aprēķinu diametrā izmanto *DEM* ar izšķirtspēju 3–5'', ārējā aprēķinu diametrā izmanto *DEM* ar izšķirtspēju $>10''$.



Nosakot $\Delta\psi$, tā vērtībai nevajadzētu pārsniegt minimālo punktveida datu soli modeļa mērķa teritorijā. Pārāk samazinot paraugošanas intervāla distanci, kovariācijas līkne kļūst nelineāra un rodas risks nepareizi noteikt korelācijas garumu. Paraugošanas intervālu skaita optimālo daudzumu (1, 2, 3,...i....n) nosaka iteratīvi. Bibliotēkā *GRAVSOF* kovariācijas aprēķina, izmantojot skriptu *EMPCOV*, un iegūst kovariācijas līknes vērtības teksta datnē.

Pēc kovariācijas līknes izveides to izmanto korelācijas garuma ψ_1 [111], arī $X_{1/2}$ pēc Mardla [94] noteikšanā (65. attēls). Korelācijas garumu nosaka, atliekot uz līknes:

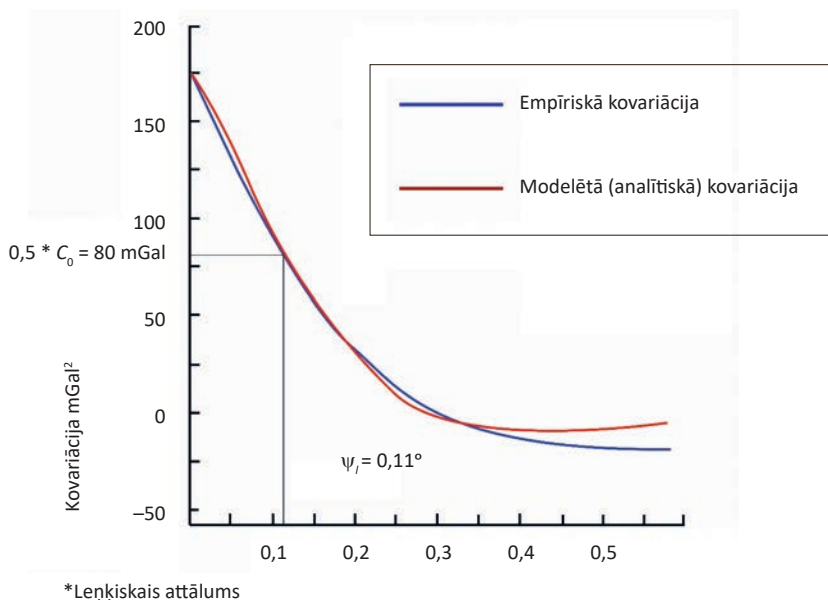
$$\psi_l = 0,5C_0,$$

kur

ψ_l – korelācijas garums kilometros;

C_0 , arī σ^2 pēc Mardla [94], – ievaddatu kopas sadalījuma vidējā vērtība (variance).

Vērtība ψ_l norāda attālumu, līdz kuram starp punktiem pastāv pozitīva un statistiski būtiska kovariācija.



65. attēls.

Kovariācijas līknes un korelācijas garums.

Variogrammas analīze

Programma *EMPCOV* vienlaikus ar empīriskās kovariācijas vērtībām aprēķina arī variogrammas vērtības. Variogramma ir kopas dispersijas un distances funkcija. Atšķirībā no kovariācijas vai korelācijas variogrammas vērtības vienmēr ir pozitīvas, jo vērtību nobīdi no vidējā kāpina kvadrātā. Kvaziġeoīda modeļa izveides kontekstā variogrammu veido reducētās gravitācijas anomālijas vērtību izmaiņu dispersija (mGal^2) noteiktā sfēriskā paraugošanas distancē. Katram paraugošanas intervālam paraugkopu atlasa pēc identiska principa, kāds izmantots kovariācijas vērtību aprēķinā. Variogrammas vērtību intervālam iegūst kumulatīvi, summējot aktuālā un iepriekšējā intervāla aprēķina gravimetriskās anomālijas izmaiņu Δg dispersiju no punkta P uz punktu Q [112]. Analizējot variogrammu, iespējams konstatēt datu kopas vērtību izmaiņu tendences un rupjas vai statistiskas kļūdas.

Dokumentācijā nav precizēts, vai programma *EMPCOV* aprēķina semivariogrammu jeb variogrammu (bieži nosaukumu variogramma vienkāršības labad piemēro abām, turpmāk tekstā izmantots termins “variogramma”). Pieņemts, ka programma aprēķina variogrammu.

Variogrammas interpretācijas elementu skaidrojums

Korelācijas sliekšnis (*Sill*) ir aprēķinots izmantotās kopas vērtību dispersija. Veicot interpretāciju, variogramma jāuztver kā virsmas dažādu mērogu (sīka, vidēja, liela) attēlojums. Variogrammu salīdzinot ar virsmas vizualizāciju šajos dažādajos mērogos, var identificēt dažādas ģeoloģiskas struktūras vai modelējamās virsmas tendences. Tā, piemēram, neregularitātes vai cikliskums variogrammas vidusdaļā norāda uz vidēja mēroga kļūdām vai cikliskumu.

Diapazons ir distances vērtība, kas nolasāma uz x ass vietā, kur variogrammas līkne šķērso korelācijas sliekšni jeb kopas dispersijas vērtību uz y ass. Līdz šai distancei darba teritorijā starp diviem punktiem pastāv pozitīva korelācija.

Ģeometriskā anizotropija ir izotropijas trūkums jeb gravitācijas lauka izmaiņu nevienmērība atkarībā no virziena, kurā veic paraugošanu. Ja, paraugojot dažādos virzienos, iegūst dažādas formas variogrammas, var secināt, ka virsmas izmaiņām piemīt kāda tendence. Programma *EMPCOV a priori* pieņem izotropisku reducēto anomāliju lauku un paraugo ievades kopu visos virzienos. Ja tendence pastāv, ģeoīda modelēšanas vajadzībām jāpiemēro šīs tendences korekcija.

Tendence (*trend*) var raksturot ģeostruktūras vai procesa raksturīpašības un ir to reprezentācija modelētajā virsmā. Par tendenci var liecināt lineāra variogrammas līkne. Par tās esamību citā, nemodelētā azimutā var liecināt tas, ka variogramma nesasniedz korelācijas sliekšni.

Variogrammas cikliskums izpaužas kā regulāras līknes svārstības. Cikliskums piemīt daudziem dabiskiem procesiem. Cikliskums kā variogrammas artefakts var rasties mērījumu trokšņa vai pārāk maza datu soļa dēļ.

Tīrradņa efekts (*Nugget effect*) ir negaidītas izmaiņas variogrammas distancē, kas ir mazāka par minimālo datu soli. Tas ir variogrammas struktūras elements bez korelācijas. Interpretācijā to ignorē, ja zināms, ka analizējamais ģeoprocess dabīgi nesatur tīrradņus. Gravimetrijā šis efekts var norādīt uz rupju mērījumu kļūdu. Relatīvais tīrradņa efekts ir y ass vērtību attiecība starp korelācijas sliekšni un konstatēto tīrradņa deformāciju. To izsaka kā daļskaitli vai procentos.

Kovariācijas funkcijas modelēšana

Pēc kovariācijas līknes sagatavošanas aprēķina iepriekš *GGM* redukcijā izmantotā modeļa kļūdas pakāpes dispersiju σ^2 visām *GGM* sfērisko harmoniju pakāpēm $\leq L$. Bibliotēkā *GRAVSOFIT* šim nolūkam izmanto lietotni *DevG*.

Nākamajā solī pietuvina jeb aproksimē kovariācijas funkciju empīriskajai kovariācijas līknei. Aproksimēto funkciju izmanto, modelējot augstuma anomālijas virsmu. Līknes aproksimācijai praksē visbiežāk lieto Černinga un Rapa (*Tscherning and Rapp*) vai 2. pakāpes polinoma Markova [94] modeli. Iteratīvi pielīdzinot kovariācijas funkciju empīriskajiem kovariācijas datiem, programma nosaka Bjerhammara sfēras rādiusu R_b [113] un modeļa koeficientus α un C_0 .

Šīs vērtības kā virsmu raksturojošas izmanto nākamajā modelēšanas solī. Bibliotēkā *GRAVSOFIT* šo uzdevumu veic, izmantojot skriptu *COVFIT*.

Ja ievades datu kopa ir statistiski nehomogēna, *COVFIT* izlīdzinājuma rezultāti var būt neloģiski vai ar augstu izkliedi. Iespējamās problēmas ievades datu kopā var identificēt, izmantojot programmas sagatavoto kopas histogrammu, vai veicot iepriekšējā solī sagatavotās variogrammas analīzi.

GNSS/nivelēšanas dati

Lai piesaistītu kvaziġeoīda modeli atskaites sistēmai, izveido t. s. *GNSS*/nivelēšanas datu kopu. To veido, veicot globālās pozicionēšanas mērījumus uz nivelēšanas tīkla punktiem pēcapstrādes režīmā. Salīdzinot mērījumu datus ar nivelēšanas datiem, iegūst augstuma anomālijas vērtību punktā. Datus sadala divās kopās, lielāko daļu izmanto kvaziġeoīda modelēšanā. Pārējos punktus izmanto modeļa validēšanā. Modelēšanā un validēšanā izmantoto *GNSS*/nivelēšanas datu kopām vēlams vienmērīgs izkārtojums visā kvaziġeoīda modeļa mērķa teritorijā. Līdzīgi Zemes gravitācijas brīvās gaisa anomālijas datiem,

arī augstuma anomālijas vērtības reducē, aprēķinot *GGM* un *RTM* korekciju. To veic identiski kā gravimetriskajām vērtībām.

Kvaziģeoīda modeļi ir jālieto arī jūrās, kur nav iespējams izveidot *GNSS*/nivelēšanas punktus un līdz ar to piesaistīt modeļus. Izmantojot šim nolūkam *GNSS* antenas, *IMU* ierīces un mareogrāfu datus, aprēķina vidējo jūras līmeni, kas sakrīt ar kvaziģeoīdu [92].

Kvaziģeoīda virsmas modelēšana

Izmantojot anomāliju korekcijas rezultātā iegūto Zemes gravitācijas atlikuma anomāliju un kopas kovariācijas parametrus, veic modelēšanu ar vismazāko kvadrātu kolokācijas metodi. Tās ietvaros modelēšanas programma aprēķina normālo vienādojumu [114] sēriju un kļūdas novērtējumu.

Vismazāko kvadrātu kolokāciju (*Least Squares Collocation*) bibliotēkā *GRAVSOFT* veic, izmantojot skriptu *GEOCOL*. Pirmajā iterācijā modelēšanu veic ar atlikuma anomāliju vērtībām, neizmantojot *GNSS*/nivelēšanas datus. Rezultātā rodas augsta nobīde starp paredzētajām un modelētajām augstuma anomālijas vērtībām. *GRAVSOFT* parauga datnēs šī nobīde ir $\approx 0,9$ m, Latvijas teritorijā – $<0,5$ m. Nobīdes iemesls meklējams atšķirībā starp ģeodēziskās koordinātu sistēmas un *GGM* koordinātu sistēmas sākuma punktiem [111; 327. lpp.]. Otrajā modelēšanas iterācijā par ievades datiem izmanto atlikuma anomālijas un *GNSS*/nivelēšanas datu punktu kopu. Šo kopu izmanto gara viļņa garuma nobīdes novēršanā, piesaistot nivelēšanas datiem kvaziģeoīda modeli.

Lai augstuma anomāliju aprēķinātu reljefa līmenī, izveido modeļa mērķa teritorijas tīkla datni, kuras punktos paraugo *DEM* vērtības. Veidojot šo datni, jāņem vērā malas kļūdas efekts. Tīkla datni formatē saraksta veidā.

Pēc augstuma anomālijas vērtību modelēšanas reducētajām vērtībām atjauno augstuma anomālijas komponenti, ko veido reljefa korekcija un *GGM*. *GRAVSOFT* programmā korekcijas atjaunošanu veic līdzīgi kā noņemšanu programmās *TC* un *GEOEGM*, par ievades datni izmantojot augstuma anomālijas tīklu.

Modeļa novērtējums

Kvaziģeoīda modelēšanai ar statistiskajām metodēm ir vairākas priekšrocības. Pirmkārt, pieaugot ievaddatu skaitam, izmantojot kopas statistikā balstītu metodiku, uzlabojas rezultāti [94]. Kvaziģeoīda modelēšanas ievaddatu kopa parasti ir daudzskaitlīga, Latvijas teritorijā pie datu soļa <4 km punktveida datu skaits sasniedz aptuveni astoņus tūkstošus. Otrkārt, modelēšanas laikā tiek veidotas divas virsmas – interpolētās ζ vērtības un pašas modelēšanas precizitātes novērtējums (62. attēls). Novērtējumā ņem vērā punktu biezību, vērtību izmaiņu atbilstību kovariācijas funkcijai un ievaddatu precizitāti. Tas norāda tikai uz virsmas aprēķinu precizitāti.

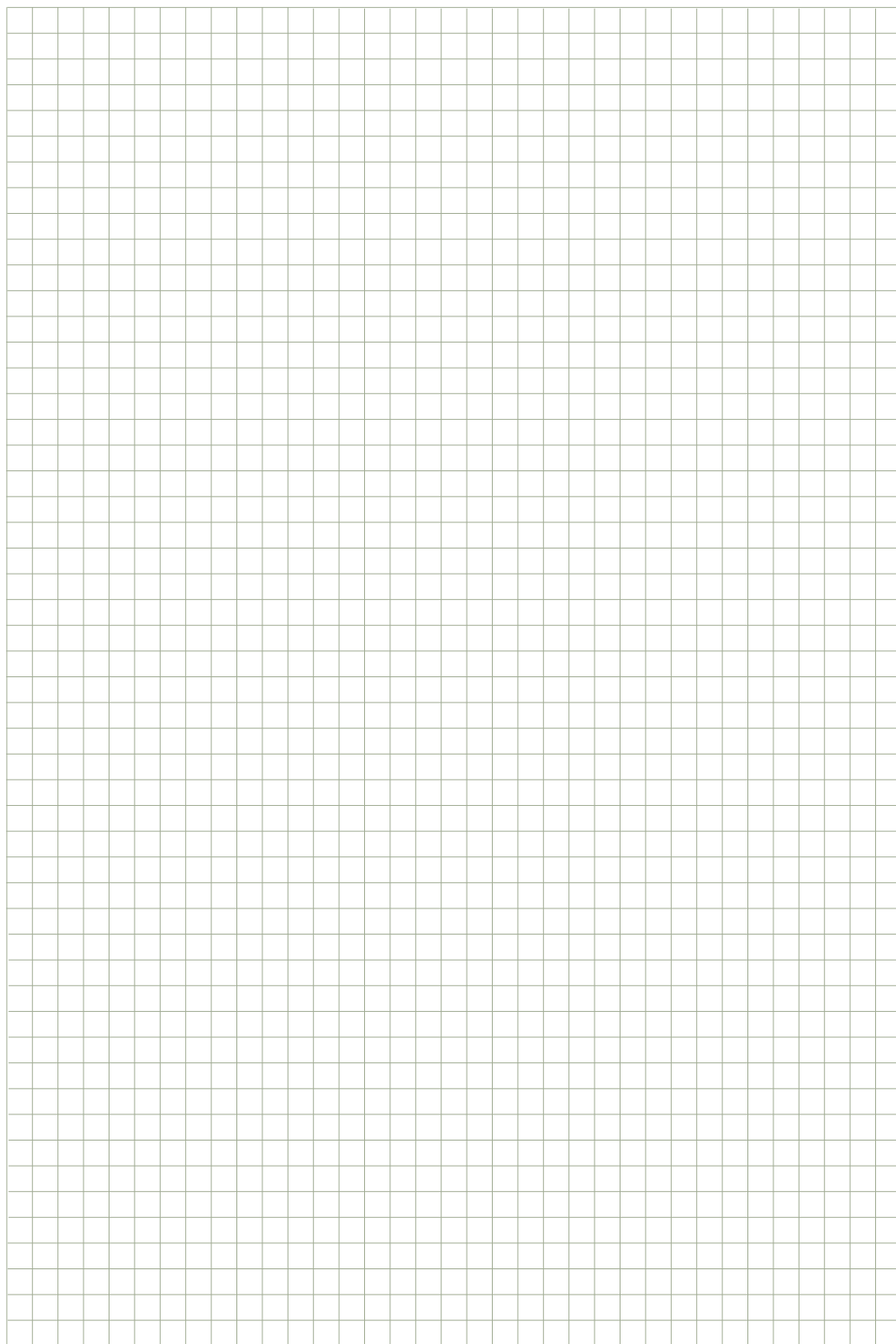
Līdzīgi kā punktveida datu vērtību kombinēto jeb kopējo kļūdu (*expanded uncertainty*) veido vairākas komponentes (mērījumu troksnis, instrumenta kļūda, transformāciju nobīde, korekciju kļūda), arī kvaziġeoīda modeļa kopējo kļūdu veido vairākas komponentes. Modelēšanas precizitātes novērtējums norāda tikai uz virsmas aprēķinu precizitāti. Ievaddatu precizitāte netiek ņemta vērā.

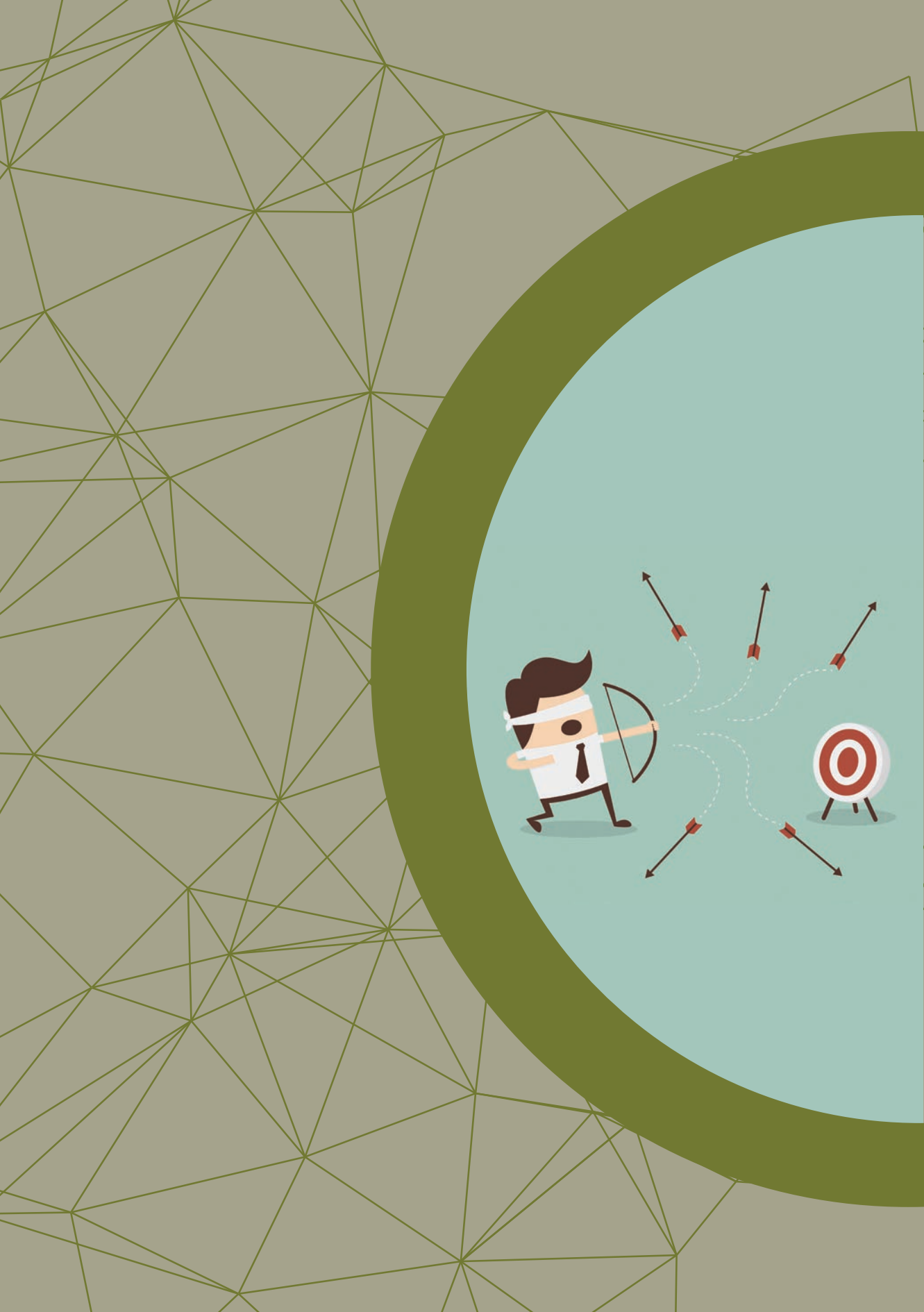
GNSS/nivelēšanas metodes lietojums

Kvaziġeoīda modeļa nobīdi pret augstumu sistēmu nosaka, izmantojot tos GNSS/nivelēšanas punktus, kas nav izmantoti modelēšanas solī. Augstuma anomāliju vērtību starpība un šo starpību kopas statistika kalpo kā visbiežāk izmantotais kvaziġeoīda modeļa novērtējums.

Modeļa praktiskā saderība ar augstumu sistēmu

Mērot ar dažādām globālās pozicionēšanas metodēm, jāpatur prātā, ka kvaziġeoīda modelis nodrošina tikai transformācijas vērtību mērījumos iegūtajam elipsoidālajam augstumam h . Kvaziġeoīda virsmas vērtības kļūdu Latvijas teritorijā veido gravimetrisko mērījumu kļūdas (tostarp stacijas augstuma noteikšana ar *RTK* metodi), GNSS/nivelēšanas punktu kļūdas (GNSS, nivelēšanas vērtībām), GGM kļūda, DEM kļūda, modeļa aprēķinu kļūda.



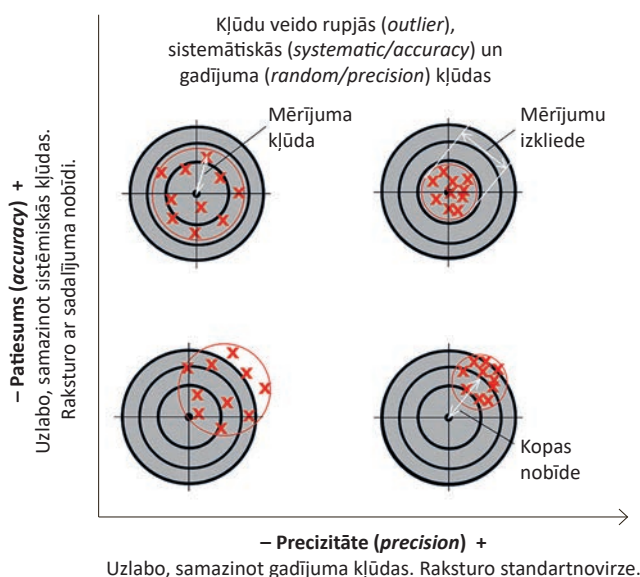


Mērījumu novērtējums

Mērījumu apstrāde mūsdienās notiek digitāli, izmantojot specializētās programmatūras, kas bieži jau iestrādātas mērinstrumentos, tādējādi taupot laiku, naudu un cilvēkresursus. Svarīgi atcerēties, ka visās programmatūrās aprēķinus veic ar domu, ka mērījumi izpildīti atbilstoši labākajai vispārzināmajai ģeodēziskajai praksei, tradīcijām un instrukcijām.

Grāmatā nav iekļauta informācija par visām mērījumu apstrādes iespējām un to raksturojošajiem lielumiem, bet brīvā veidā sniegti svarīgākie jēdzieni un formulas bez izvedumiem un pierādījumiem.

Novērtējot mērījumus un to izlīdzināšanas rezultātus, svarīgi izprast divus pamatjēdzienus: precizitāte (*precision*) un patiesums (*accuracy*). 66. attēlā redzama šo divu jēdzienu atšķirība. Ģeodēzijā precizitāte pārsvarā norāda mērījumu izkliedi ap vidējo vērtību, jo patiesā jeb īstā vērtība nav zināma. Mērījumu mērķis ir iespējami tuvojies patiesajai vērtībai un ar atkārtotiem mērījumiem novērtēt attālumu līdz tai. Izņēmums varētu būt objekta vai tehniskā risinājuma izspaušana dabā. Patiesuma un precizitātes jēdzienu lieto, ja izslēgtas rupjas kļūdas, minimizētas sistēmātiskās kļūdas un pārsvarā ieviesušās gadījuma kļūdas. Svarīgi apzināties, ka kļūdas mērījumos ir vienmēr, bet tās nedrīkst būt rupjas, tādēļ ir nepieciešama mērījumu kontrole.

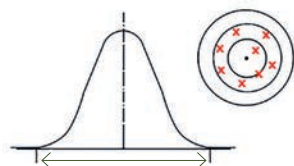


66. attēls.

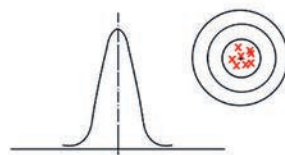
Mērījuma patiesums un pareizība.

To pašu var izteikt ar tā saucamo Gausa zvanu un tā novirzi no patiesās vērtības (67. attēls).

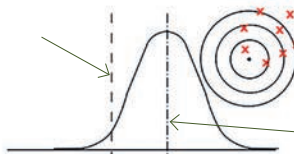
Augsts patiesums, zema precizitāte



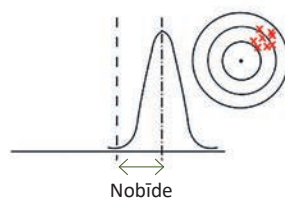
Augsts patiesums, augsta precizitāte



Augsts patiesums, zema precizitāte



Zems patiesums, augsta precizitāte



67. attēls.

Mērījumu izklide ap patieso vērtību.

Kovariācijas matrica

Mērījumu novērtēšanā būtisks ir kovariācijas matricas jēdziens. Varbūtības teorijā un tajā balstītajā matemātiskajā statistikā par **kovariācijas matricu** sauc matricu K , kuras elementi (K_{ij}) ir gadījumvektora x elementu x_i un x_j kovariācijas. Gadījumvektors ir daudzdimensiju gadījumlīkums (vairāk par vienu elementu). Katrs elements ir skalārs gadījumlīkums – empīrisku mērījumu vai mērījumu apstrādes rezultāts.

Kovariācija un dispersija (covariance and variance)

Katram elementu pārim (x, y) var aprēķināt empīrisku mērījumu kovariāciju

$$\text{Cov}(x, y) = \sum ((x_i - x_v)(y_i - y_v)) / n, \quad (i = 1 \dots n)$$

pēc novirzēm no patiesās (x, y) vērtības vai arī

$$\text{Cov}(x, y) = \sum ((x_i - x_v)(y_i - y_v)) / (n - 1), \quad (i = 1 \dots n)$$

pēc novirzēm no vidējās aritmētiskās (x_v , y_v) vērtības, kur n – elementa empīrisko mērījumu skaits.

Viena elementa gadījumā $y = x$ kovariācijas vietā iegūst dispersiju

$$D_x = \text{Cov}(x, x) = \sum (x_i - x)^2 / n \text{ vai} \quad (i = 1 \dots n)$$

$$D_x = \text{Cov}(x, x) = \sum (x_i - x)^2 / (n - 1) \quad (i = 1 \dots n)$$

Standartnovirze

Dispersija raksturo mērījumu vidējo kvadrātisko novirzi un ir starpposms standartnovirzes σ_x noteikšanā

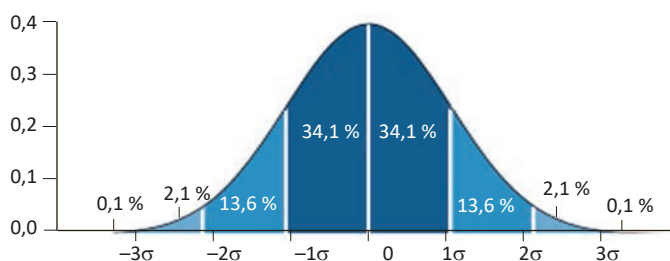
$$\sigma_x = \sqrt{D_x}.$$

Ar standartnovirzi var definēt novirzes robežlielumu tajā vai citā varbūtības intervālā. Parasti aplūko σ_x , $2\sigma_x$ un $3\sigma_x$ varbūtības intervālu.

$P(-\sigma_x < x < \sigma_x) = 0,683$ – matemātiskā varbūtība tēzei, ka gadījumlīkuma x novirze no patiesā lieluma nepārsniedz σ_x vērtību;

$P(-2\sigma_x < x < 2\sigma_x) = 0,955$ – matemātiskā varbūtība tēzei, ka gadījumlīkuma x novirze no patiesā lieluma nepārsniedz $2\sigma_x$ vērtību;

$P(-3\sigma_x < x < 3\sigma_x) = 0,997$ – matemātiskā varbūtība tēzei, ka gadījumlīkuma x novirze no patiesā lieluma nepārsniedz $3\sigma_x$ vērtību (68. attēls).



68. attēls.

Normālsadalījuma zvanveida līknes grafiks (katra iekrāsotā josla atbilst vienai standartnovirzei).

Standartnovirzi izmanto arī korelācijas matricas korelācijas koeficientu aprēķinā.

Kovariācijas un korelācijas matrica

Gadījumvektoru x aplūko kā skalāru gadījumlielumu $x_1, x_2, \dots, x_n$ kolonnu

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T.$$

Gadījumvektora kovariācijas matrica tad ir kvadrātiska, simetriska matrica

$$K_x = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{1n} \\ K_{21} & K_{22} & K_{2n} \\ K_{n1} & K_{n2} & K_{nn} \end{bmatrix},$$

kuras diagonālie elementi ir $K_{ii} = D_i$ ar turpmāku $\sigma_i = \sqrt{D_i}$ un atbilstošu arī kvadrātisku, simetrisku korelācijas matricu

$$R = \begin{bmatrix} 1 & R_{12} & R_{1n} \\ R_{21} & 1 & R_{2n} \\ R_{n1} & R_{n2} & 1 \end{bmatrix},$$

kuras elementi ir $R_{ij} = K_{ij} / \sigma_i \sigma_j$.

Savukārt, ja ir zināma korelācijas matrica R_x un gadījumvektora elementu standartnovirzes σ_i ($i = 1 \dots n$), var aprēķināt kovariācijas matricas elementus $K_{ij} = R_{ij} / \sigma_i \sigma_j$.

Gadījumvektora funkcijas kovariācija

Mērījumu apstrādē vajadzīgos raksturlielumus y parasti iegūst kā gadījumvektora x funkciju

$$y = f(x),$$

ko izsaka lineārā veidā un pieraksta ar matricu vienādojumu

$$y = Cx,$$

kur C – matrica, kas doto gadījumvektoru x pārveido par nosakāmo gadījumvektoru

$$y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T.$$

Ja ir zināma gadījumvektora x kovariācijas matrica K_x , tad funkcijas y kovariācijas matricu K_y nosaka funkciju kovariācijas jeb kovariācijas izplatīšanās likums (*covariance propagation law*):

$$K_y = CK_x C^T.$$

Vismazāko kvadrātu metode

Vismazāko kvadrātu metodes standartgadījums ir salīdzinoši visvienkāršākais. Tā ir situācija, kad visu nosakāmo lielumu kopumu var aprēķināt vienā paņēmienā. Dotie lielumi šajā risinājumā nav stohastiski, jo tie pieņemti par nekļūdīgiem, stohastiski saistīti (kā gadījumlīdumi) ir mērījumi

$$I = I_1, I_2, \dots, I_n$$

ar mērījumu kovariāciju matricu Q_I un svaru matricu jeb apvērsto (inverse) kovariācijas matricu

$$P = Q_I^{-1}$$

Pieņemsim, ka mērījumi izteikti kā nosakāmo parametru

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$$

savstarpēji neatkarīgas funkcijas

$$I = f(x),$$

kur mērījumu ir vairāk nekā nosakāmo parametru ($n > m$). Tad funkcijas var izteikt lineārā veidā ar matricu izteiksmi, ko sauc par mērījumu vienādojumu (*observation equation*), arī par kļūdu vienādojumu

$$I - v - Ax = 0,$$

kur

v – mērījumu novirzes no aprēķinātajām vērtībām;

A – ģeometrisko saišu jeb dizaina matrica (*design matrix*).

Vismazāko kvadrātu metode paredz mērījumu vienādojuma risinājumu ar nosacījumu

$$v^T Q_I^{-1} v = (I - Ax)^T P (I - Ax) = \text{minimums!}$$

Minimuma nosacījumu īsteno ar diferenciālvienādojumu

$$dI/dx(v^T P v) = A^T P A x - A^T P I = 0, \text{ izsakot}$$

$$N = A^T P A,$$

kas ir simetriska normālvienādojumu matrica. To apvēršot, aprēķina nosakāmos parametrus

$$x = N^{-1} A^T P I$$

un, izmantojot kovariāciju izplatīšanās likumu $K_y = CK_x C^T$,

$$K_x = (N^{-1}A^T P)Q_i(N^{-1}A^T P)^T,$$

kā arī, ņemot vērā, ka $P = Q_i^{-1}$ un jebkurām divām matricām $(AB)^T = B^T A^T$, nosakāmo lielumu kovariācijas matrica ir

$$K_x = N^{-1}.$$

Mērījumu atlikumus (*residuals*) aprēķina, izmantojot izteiksmi

$$v = I - Ax.$$

Ar vismazāko kvadrātu risinājumā iegūtajiem mērījumu atlikumiem aprēķina svara vienības dispersiju (*the a posteriori variance of unit weight*)

$$\sigma_0^2 = v^T P v / (n - m).$$

Praktiskajos vismazāko kvadrātu risinājumos nosakāmo parametru vietā parasti rēķina korekcijas jeb precizējošos labojumus Δx , kurus pieskaita nosakāmo parametru prognozēm x_0

$$x = x_0 + \Delta x.$$

Prognozes izmanto mērījumu reducēšanā formā:

$$I = I_0 - Ax_0,$$

kur

I – reducētie mērījumi;

I_0 – faktiskie mērījumi;

A – dizaina matrica, kuras elementu noteikšanai vajadzības gadījumos izmanto nosakāmo parametru prognozes x_0 .

Prognozes mēdz precizēt ar vismazāko kvadrātu risinājuma iterācijām.

Vajadzības gadījumos risinājuma lielumu mēroga saskaņošanai var reducēt arī mērījumu svara matricu

$$P = 1 / \sigma^2 Q_i^{-1},$$

kur σ – izvēlēta svara vienība, kas ietekmē nosakāmo lielumu kovariācijas

$$K_x = \sigma^2 N^{-1}$$

un tiek kontrolēta ar svara vienības dispersijas aprēķinu.

Ar vismazāko kvadrātu metodi aprēķinātajam parametru kopumam x piemīt vislielākā iespējamā varbūtība. Tas ir stohastiski saistīts gadījuma vektors ar kovariācijas matricu K_x .

Risinājums ar stohastiskiem dotajiem parametriem var būt aktuāls situācijās, kad nosakāmo lielumu kopums papildināts ar līdzvērtīgas precizitātes mērījumiem un nav pietiekama pamata dotos (agrāk noteiktos) parametrus pieņemt par nekļūdīgiem. Dotie parametri tiek pievienoti mērījumiem, veidojot turpmāk redzamos vektoru un matricu blokus.

Parametru vektors

$$y = \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix},$$

kur

x – no jauna nosakāmo parametru bloks;

z – doto parametru bloks, kura vērtības mērījumu ietekmē var mainīties.

Mērījumu vektors

$$l_0 = \begin{bmatrix} b_0 \\ z_0 \end{bmatrix},$$

kur

b_0 – faktisko mērījumu bloks;

z_0 – mērījumiem pievienots doto parametru bloks.

Mērījumu labojumu vektors ir

$$v = \begin{bmatrix} v_b \\ v_z \end{bmatrix},$$

un mērījumu kovariācijas matrica

$$Q_l = \begin{bmatrix} Q_b & 0 \\ 0 & Q_z \end{bmatrix},$$

kur

Q_b – faktisko mērījumu kovariācijas matrica;

Q_z – doto parametru kovariācijas matrica, iegūta nosakot šos parametrus.

Dizaina matrica

$$A = \begin{bmatrix} A_x & A_z \\ 0 & E \end{bmatrix},$$

kur E – vienības matrica,

un, pieņemot, ka parametru prognozes ir x_0 un z_0 , reducētie mērījumi

$$I = \begin{bmatrix} I_0 - (A_x x_0 + A_z z_0) \\ 0 \end{bmatrix}$$

ar mērījumu svaru matricu

$$P = 1/\sigma^2 Q_I^{-1}.$$

Tad vismazāko kvadrātu risinājumu

$$N = A^T P A,$$

$$\Delta y = N^{-1} A^T P I = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{bmatrix},$$

$$x = x_0 + \Delta x,$$

$$z = z_0 + \Delta z,$$

$$K_y = \sigma^2 N^{-1} = \begin{bmatrix} K_x & K_{xz} \\ K_{xz}^T & K_z \end{bmatrix},$$

iegūst doto un no jauna nosakāmo parametru apvienotā vektora kovariācijas matricu situācijā, kad doto parametru vērtība ir mainīta – precizēta ar korekcijām jeb labojumiem Δz .

Šādā gadījumā ir iespējama arī alternatīva rīcība, kad doto parametru vērtība nemainās. Tad vismazāko kvadrātu risinājums paliek bez izmaiņām, tikai

$$z = z_0.$$

Līdz ar to apvienotā parametru vektora kovariāciju matricai jānomaina ceturtais bloks – apvērstās normālvienādojumu matricas bloks K_z jānomaina pret doto parametru kovariācijas matricu Q_z

$$K_y = \begin{bmatrix} K_x & K_{xz} \\ K_{xz}^T & Q_z \end{bmatrix}.$$

Aplūkotais risinājums ar stohastiskiem izejas datiem, no vienas puses, ir visaptverošs, jo doto lielumu vektors z var saturēt arī parametrus, kam nav tiešas ģeometriskas saites ar mērījumiem b . No otras puses, liels pasīvo parametru skaits šo risinājumu padara smagnēju un nepārskatāmu, bet, parametru skaitam aizvien palielinoties, risinājums var kļūt praktiski neiespējams. Tāpēc aplūkosim secīgas jeb pakāpeniskas ģeodēziskā tīkla papildināšanas metodes – dalīto bloku shēmas un rekursīvo risinājumu algoritmus.

Dalīto bloku shēmas

Doto parametru vektors sadalīts divos blokos:

- z – dotie parametri, kam ir tiešas ģeometriskas saites ar mērījumiem;
- h – dotie parametri, kam nav tiešu ģeometrisku saišu ar mērījumiem.

Katru ģeodēziskā tīkla papildinājumu var aplūkot kā procesu, kurā papildināmais parametru vektors y_p pārveidots par papildināto parametru vektoru

$$y = \begin{bmatrix} x \\ y_p + \delta_y \end{bmatrix},$$

kur

x – no jauna nosakāmie parametri;

δ_y – dotos parametrus precizējošas korekcijas;

$y_p = \begin{bmatrix} z_p \\ h_p \end{bmatrix}$ – papildināmais doto parametru vektors ar kovariācijas matricu

$$Q_y = \begin{bmatrix} Q_z & Q_{zh} \\ Q_{zh}^T & Q_h \end{bmatrix}.$$

Ģeodēziskā tīkla papildināšanas shēmas iedala trīs grupās. Pirmajā grupā iekļauta 1.1., 1.2., un 1.3. shēma (5. tabula), kur vismazāko kvadrātu risinājumā mērījumu vektoram pievienoti visi dotie parametri, un starp tiem ir tādi, kam nav tiešas ģeometriskas saites ar tīkla papildināšanā veiktajiem mērījumiem. Otrās grupas 2.1. un 2.2. shēmas mērījumiem pievienoti tie dotie parametri, kam ir tiešas ģeometriskas saites ar faktiskajiem mērījumiem. Trešajā grupā paliek jau iepriekš aplūkotā klasiskā risinājumu metode, kurā dotie parametri nav pievienoti mērījumiem.

Dalīto bloku shēmas

Metodes vai shēmas apzīmējums	Mērījumiem / pievienojamie parametru bloki	Korekcijām δ pakļaujamie parametru bloki
1.1. shēma	z_p, h_p	δ_z, δ_h
1.2. shēma	z_p, h_p	$\delta_z, 0$
1.3. shēma	z_p, h_p	$0, 0$
2.1. shēma	z_p	δ_z
2.2. shēma	z_p	0
3. metode	0	0

Uzskatāms, ka visos gadījumos ir svarīgi iegūt korektu (matemātiski pareizu) visa intere-sējošā parametru kopuma kovariācijas matricu. Tas paver iespēju, pirmkārt, argumentēti vērtēt un salīdzināt atšķirīgas ģeodēziskā tīkla papildināšanas metodes, otrkārt, ar para-metriem aprēķinātu lielumu (parametru funkciju precizitātes un varbūtības līmeņa) vērtēšanai izmantot kovariāciju izplatīšanās likumu.

Pirmajā grupā izmantots vispilnīgākais risinājums, kas ir līdzvērtīgs visa tīkla jeb sistē-mas vienlaicīgai kopīgai izlīdzināšanai, ja vien iepriekšējos šīs sistēmas papildināšanas posmos ir izmantots tikpat pilnīgs risinājums. Vismazāko kvadrātu risinājumā iesaistīti visi dotie parametri, tāpēc mērījumu vektors ir

$$l_0 = \begin{vmatrix} b_0 \\ z_0 \\ h_0 \end{vmatrix},$$

ar mērījumu kovariācijas matricu

$$l_0 = \begin{vmatrix} Q_b & 0 & 0 \\ 0 & Q_z & Q_{zh} \\ 0 & Q_{zh}^T & Q_h \end{vmatrix},$$

dizaina matricu

$$A = \begin{vmatrix} A_x & A_z & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & E \end{vmatrix},$$

mērījumu labojumiem

$$v = \begin{bmatrix} v_b \\ v_z \\ v_h \end{bmatrix}.$$

un parametru labojumiem

$$\Delta y = \begin{bmatrix} \Delta_x \\ \Delta_z \\ \Delta_h \end{bmatrix}.$$

1.1. shēmā visiem dotajiem parametriem veiktas precizējošās korekcijas

$$\delta_y = \begin{bmatrix} \delta_z \\ \delta_h \end{bmatrix}.$$

No vismazāko kvadrātu risinājuma tiešā veidā iegūstamie rezultāti ir papildinātais parametru vektors

$$y = \begin{bmatrix} x_0 + \Delta_x \\ z_p + \Delta_z \\ h_p + \Delta_h \end{bmatrix}$$

ar kovariācijas matricu $K_y = \sigma^2 N^{-1}$, kurai turpmāk izmantots šāds bloku pieraksta veids

$$K_y = \sigma^2 N^{-1} = \begin{bmatrix} K_x & K_{xz} & K_{xh} \\ K_{xz}^T & K_z & K_{zh} \\ K_{xh}^T & K_{zh}^T & K_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{12}^T & K_{22} & K_{23} \\ K_{13}^T & K_{23}^T & K_{33} \end{bmatrix}.$$

1.2. shēmā, analogiski iepriekšējam vismazāko kvadrātu risinājumam, precizējošās parametru korekcijas

$$\delta y = \begin{bmatrix} \delta_z \\ 0 \end{bmatrix}$$

ir veiktas tikai tiem dotajiem parametriem, kam ir tiešas ģeometriskas saites ar mērījumiem b_o , iegūstot šādu papildināto parametru vektoru

$$y = \begin{bmatrix} x_0 + \Delta_x \\ z_p + \Delta_z \\ h_p \end{bmatrix}$$

un tam atbilstošu kovariācijas matricu

$$K_y = \sigma^2 N^{-1} = \begin{vmatrix} K_x & K_{xz} & K_{xh} \\ K_{xz}^T & K_z & K_{zh} \\ K_{xh}^T & K_{zh}^T & Q_h \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & Q_h \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{12}^T & K_{22} & K_{23} \\ K_{13}^T & K_{23}^T & Q_h \end{vmatrix},$$

kuras elementi, izņemot bloku Q_h , ir identiski pirmajai shēmai $K_y = \sigma^2 N^{-1}$, bet bloks Q_h iegūts no doto parametru kovariācijas matricas Q_f .

1.3. shēmā vismazāko kvadrātu risinājums arī ir identisks pirmajai shēmai, bet atšķirībā no pirmās un otrās shēmas dotie parametri netiek mainīti ($d_y = 0$). Rezultātā papildināto parametru vektors ir

$$y = \begin{vmatrix} x_0 + \Delta x \\ z_p \\ h_p \end{vmatrix}$$

ar kovariācijas matricu

$$K_y = \sigma^2 N^{-1} = \begin{vmatrix} K_x & K_{xz} & K_{xh} \\ K_{xz}^T & Q_z & Q_{zh} \\ K_{xh}^T & Q_{zh}^T & Q_h \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & Q_z & Q_{zh} \\ K_{31} & Q_{zh}^T & Q_h \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{12}^T & Q_z & Q_{zh} \\ K_{13}^T & Q_{zh}^T & Q_h \end{vmatrix},$$

kurai pirmās bloku rindas (līdz ar to arī pirmās kolonnas) elementi, identiski pirmajai shēmai $K_y = \sigma^2 N^{-1}$, ņemti no apgrieztās normālvienādojumu matricas, bet pārējos četrus blokus veido doto parametru kovariācijas matrica Q_f .

Otrās grupas shēmās vismazāko kvadrātu risinājums vienkāršots, jo tajā iesaistīti tikai tie dotie parametri, kam ir tiešas ģeometriskas saites ar mērījumiem b_o , tad

$$I_o = \begin{vmatrix} b_o \\ z_o \end{vmatrix}$$

ar mērījumu kovariācijas matricu

$$Q_I = \begin{vmatrix} Q_b & 0 \\ 0 & Q_z \end{vmatrix},$$

dizaina matricu

$$A = \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ 0 & E \end{vmatrix},$$

mērījumu labojumiem

$$v = \begin{bmatrix} v_b \\ v_z \end{bmatrix}$$

un parametru labojumiem

$$\Delta y = \begin{bmatrix} \Delta_x \\ \Delta_z \end{bmatrix}.$$

2.1. shēmā veikta parametru korekcija $d_y = d_z$, un papildināto parametru vektors ir

$$y = \begin{bmatrix} x_0 + \Delta_x \\ z_p + \Delta_z \\ h_p \end{bmatrix}.$$

Šajā risinājumā apvērstā normālvienādojumu matrica ir

$$K_w = \sigma^2 N^{-1} = \begin{bmatrix} K_x & K_{xz} \\ K_{zx}^T & K_z \end{bmatrix},$$

un ir dota arī pilna papildināmā parametru vektora y_p kovariācijas matrica

$$Q_y = \begin{bmatrix} Q_z & Q_{zh} \\ Q_{zh}^T & Q_h \end{bmatrix},$$

tad papildināto parametru vektora y kovariācijas matricu veido divas matricas (K_w un Q_y)

$$K_y = \begin{bmatrix} K_x & K_{xz} & K_{xh} \\ K_{xz}^T & K_z & K_{zh} \\ K_{xh}^T & K_{zh}^T & Q_h \end{bmatrix},$$

papildus aprēķinot divus blokus (K_{xh} un K_{zh}):

$$K_{xh} = K_x Q_z^{-1} Q_{zh},$$

$$K_{zh} = K_z Q_z^{-1} Q_{zh}.$$

2.2. shēmā vismazāko kvadrātu risinājums ir identisks 2.1. shēmai, bet dotie parametri nemainās ($d_y = 0$). Rezultātā papildināto parametru vektors ir

$$y = \begin{vmatrix} x_0 + \Delta x \\ z_p \\ h_p \end{vmatrix}$$

ar kovariācijas matricu

$$K_y = \begin{vmatrix} K_x & K_{xz} & K_{xh} \\ K_{xz}^T & Q_z & Q_{zh} \\ K_{xh}^T & Q_{zh}^T & Q_h \end{vmatrix},$$

kur, salīdzinot ar 2.1. shēmu, mainās tikai divi bloki – bloks K_z aizstāts ar bloku Q_z no matricas Q_y un bloks K_{zh} aizstāts ar bloku Q_{zh} no matricas Q_y .

Trešajā metodē vismazāko kvadrātu risinājums vienkāršots, nosacīti pieņemot dotos parametrus par nekļūdīgiem. Tas atbilst klasiskajai ģeodēziskā tīkla izlīdzināšanai ar “cietiem” dotajiem parametriem. Līdzīgi iepriekš aplūkotajām shēmām, tos var pielīdzināt papildināmiem parametriem

$$y_p = \begin{vmatrix} z_p \\ h_p \end{vmatrix},$$

pieņemot, ka tiem ir dota arī kovariācijas matrica

$$Q_y = \begin{vmatrix} Q_z & Q_{zh} \\ Q_{zh}^T & Q_h \end{vmatrix}.$$

Tas ir vismazāko kvadrātu risinājums ar mērījumu vektoru $l_0 = b_0$, dizaina matricu $A = A_x$, mērījumu kovariācijas matricu $Q_l = Q_b$, mērījumu labojumiem $v = v_b$ un parametru labojumiem $\Delta y = \Delta x$. Dotie parametri nemainās ($d_y = 0$), tāpēc papildināto parametru vektors ir

$$y = \begin{vmatrix} x_0 + \Delta x \\ z_p \\ h_p \end{vmatrix},$$

ar kovariācijas matricu:

$$K_y = \begin{vmatrix} K_x & K_{xz} & K_{xh} \\ K_{xz}^T & Q_z & Q_{zh} \\ K_{xh}^T & Q_{zh}^T & Q_h \end{vmatrix},$$

kurai pirmās bloku rindas un kolonnas elementi aprēķināti, izmantojot šādas izteiksmes:

$$G = -Q_x A^T Q_l^{-1} A_z,$$

$$Q_x = \sigma^2 N^{-1},$$

$$K_x = Q_x + G Q_z G^T,$$

$$K_{xz} = G Q_z,$$

$$K_{xh} = G Q_{zh},$$

kur

N^{-1} – apvērsta normālvienādojumu matrica;

A^T – transponēta dizaina matrica ($A = A_x$, ģeometriskās saites ar no jauna nosakāmajiem parametriem x);

Q_l^{-1} – mērījumu svaru matrica;

A_z – dizaina matrica (saites ar dotajiem parametriem z_p),

bet pārējos četrus blokus veido doto parametru kovariācijas matrica

$$Q_y = \begin{bmatrix} Q_z & Q_{zh} \\ Q_{zh}^T & Q_h \end{bmatrix}.$$

Rekursīvie vismazāko kvadrātu risinājumi

Pieņemsim, ka viena un tā pati nosakāmo parametru kopa

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$$

pakāpeniski precizēta, izmantojot arvien jaunas mērījumu grupas $l_1, l_2, \dots, l_{k-1}, l_k$.

Pirmajā mērījumu grupā iegūst parastu vismazāko kvadrātu risinājumu

$$x_1 = N_1^{-1} A_1^T P_1 l_1,$$

kur

$$N_1 = A_1^T P_1 A_1$$

normālvienādojumu matrica un

$$K_{x,1} = N_1^{-1}$$

ar pirmo mērījumu grupu aprēķināto parametru kovariācijas matrica.
Otrajā mērījumu grupā iegūst risinājumu

$$x_2 = x_1 + F_2(I_2 - A_2 x_1),$$

$$K_{x,2} = (I - F_2 A_2) K_{x,1},$$

kur

$$F_2 = K_{x,1} A_2^T (P_2^{-1} + A_2 K_{x,1} A_2^T)^{-1}.$$

Pārveidojot šo risinājumu ar divu secīgu mērījumu grupu indeksiem, iegūst

$$F_k = K_{x,k-1} A_k^T (P_k^{-1} + A_k K_{x,k-1} A_k^T)^{-1},$$

$$x_k = x_{k-1} + F_k (I_k - A_k x_{k-1}),$$

$$K_{x,k} = (I - F_k A_k) K_{x,k-1}.$$

Pieaugošas nosakāmo parametru kopas gadījumā aprēķinu sāk ar to, ka iepriekšējā ($k - 1$) solī aprēķināto parametru vektoru x_{k-1} un tā kovariāciju matricu $K_{x,k-1}$ papildina līdz nākamā (k) soļa parametru vektora izmēram. Papildinājuma parametru un kovariāciju matricas ārpus galvenās diagonāles elementu vērtības pieņem vienādas ar nulli, bet šo parametru dispersijas – galvenās diagonāles elementus – pieņem tik lielus, lai to svāri būtu pielīdzināmi nullei (praktiski būtu vienādi ar t. s. datora nulli).

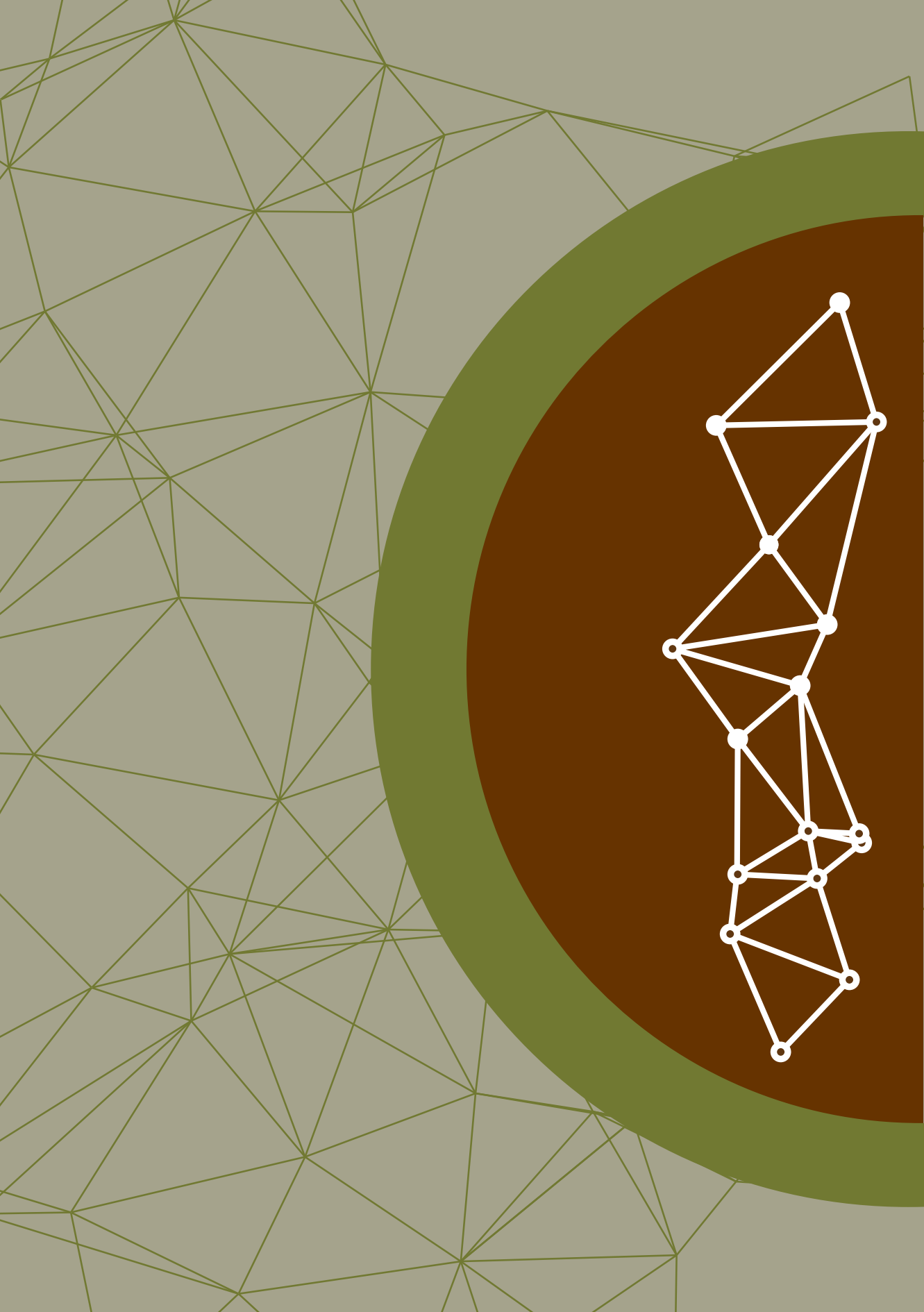
Mūsdienās lielākoties ģeodēziskajās programmatūrās nav iespējams izvēlēties kādu no vismazāko kvadrātu metodes apakštipiem, un var piekrist viedoklim, ka, neizlīdzinot lielus ģeodēziskos tīklus, tas nav nepieciešams.

Visās izlīdzināšanas programmatūrās iespējams piešķirt novērtējumu gan dotajiem punktiem, gan mērījumiem. Dotajiem punktiem patiesu un precīzu novērtējumu piešķir ar kovariācijas matricu, diemžēl tikai dažās programmatūrās to iespējams izveidot un izmantot atkārtoti. Standartnovirzi pārsvarā piešķir dotajiem punktiem, kas viena elementa gadījumā tieši saistīta ar kovariāciju. Gadījumos, kad jaunie mērījumi pielīdzināmi iepriekš veiktajiem, doto punktu precizitātes novērtējuma izmantošana izlīdzināšanā mākslīgi nekropļo jaunus mērījumus, un to novērtējums ir ticamāks.

Mērījumi jānovērtē objektīvi atbilstoši to faktiskajai izpildei, nevis jāpieņem, ka tie atbilst ražotāja laboratorijās noteiktajiem mērinstrumentu parametriem. Mērījumu izlīdzināšanā atkārtotajiem mērījumiem jābūt pietiekamā skaitā, pārāk nepārsniedzot šo līmeni. Princips “jo vairāk, jo labāk” ģeodēziskajos mērījumos nav lietojams, jo tas nepamatoti sadārdzina mērījumu procesu un mākslīgi uzlabo novērtējumu.

Mērījumu izlīdzināšana ir pakāpenisks process, tāpēc pēc katras izlīdzināšanas īpaša vērība jāveltī labojumiem jeb atlikumiem. Tiem jābūt nepieciešamā patiesuma precizitātes līmenī, kā arī loģiski izskaidrojamiem. Lieli un netipiski labojumi norāda uz problēmvieta mērījumos vai tīkla uzbūvē. Ja ir papildu mērījumi, tos var izmantot, ja nav jāveic jauni precīzi mērījumi.

Plaši lietotajās GNSS mērījumu metodēs (RTK vai PPP) ir svarīgs gan inicializācijas laiks, gan atkārtotu mērījumu izkliede jeb dispersija un to atkārtotamība pēc laika, kad ir notikušas būtiskas izmaiņas GNSS satelītu izvietojumā (minimāli 30–45 minūtes).



Strūves ģeodēziskais loks – UNESCO Pasaules mantojums

Ģeodēzija ir pamats visiem ģeotelpiskajiem datiem, bet ikdienā tās loma nav pamanāma un sabiedrībai grūti izskaidrojama. UNESCO Pasaules mantojuma sarakstā iekļautais Strūves ģeodēziskais loks ir pozitīvs izņēmums, jo tas ļauj caur loka mērījumiem iepazīstināt ne vien ar triangulāciju, bet arī ar ģeodēziju vispār.

2005. gada 15. jūlijā Strūves ģeodēziskais loks tika iekļauts UNESCO Pasaules mantojuma sarakstā kā unikāla sava laika garākā un precīzākā ģeodēzisko uzmērījumu sistēma un izcila sava laika zinātnes, vēstures un tehnikas attīstības liecība. Tādējādi ģeodēzisko mērījumu lielo ietekmi uz cilvēces ikdienu un attīstību atzina visa pasaule. UNESCO Pasaules mantojuma sarakstā iekļauti tikai 34 Strūves ģeodēzisko loku pārstāvošie punkti, kas atrodas 10 pasaules valstīs, tostarp divi Latvijā – *Sestu-kalns* un *Jacobstadt*. Pārējie punkti arī veido Strūves ģeodēzisko loku, un tie ir iekļaujami nacionālajā aizsardzībā. Strūves ģeodēziskais loks bija viens no pirmajiem tik garī uzmērītajiem meridiāna lokiem, kas šķērsoja Krievijas Impērijas un Zviedrijas Karalistes teritoriju. Mūsdienās politiskajā kartē tas stiepjas caur 10 valstīm: Norvēģiju, Zviedriju, Somiju, Krieviju, Igauniju, Latviju, Lietuvu, Baltkrieviju, Moldovu un Ukrainu.

2005. gadā izveidota Strūves ģeodēziskā loka koordinācijas komiteja, kurā darbojas visas 10 Strūves ģeodēziskā loka valstis. Koordinācijas komitejas mērķis ir izstrādāt kopīgas vadlīnijas Strūves ģeodēziskā loka pārvaldībai un novērošanai.

Strūves ģeodēziskā loka uzmērījumus veica vairāki ģeodēzisti un astronomi, bet divi nozīmīgākie un redzamākie bija Frīdrihs Georgs Vilhelms Strūve (vēlāk – fon Strūve) un Karls Frīdrihs Tenners (vēlāk – de Tenners).

1793. gada 15. aprīlī Altonas pilsētā pie Hamburgas dzimušais F. G. V. Strūve, bēgot no iesaukšanas Napoleona karaspēkā, 1808. gadā nokļūst Tērbatā (mūsdienās – Tartu). Tērbatas universitātē absolvē filoloģijas nodaļu, vēlāk studē matemātiku un astronomiju. Pēc zinātņu doktora grāda iegūšanas 1813. gadā universitātes vadība viņu patur darbā Dorpatas observatorijā (vēlāk – Tartu astronomijas observatorija), un divdesmit gadu vecumā F. G. V. Strūve kļūst par matemātikas un astronomijas profesoru. Nozīmīgākie Strūves sasniegumi zinātnē ir saistīti tieši ar astronomiskajiem dubultzvaigžņu novērojumiem un katalogu izveidi. 1839. gadā F. G. V. Strūvi ieceļ par jaundibinātās Pulkovas observatorijas, kas atrodas Sanktpēterburgas tuvumā, direktoru. 19. gadsimta sākumā Strūve veic daļēju Krievijas Impērijas Livonijas guberņas triangulācijas uzmērīšanu muižu kartēšanas vajadzībām un, zinātnisku mērķu vadīts, izveido triangulācijas ķēdes starp Tartu (*Dorpat*) un Jēkabpili (*Jacobstadt*).



69. attēls.
Strūves ģeodēziskais loks.

1783. gada 22. jūnijā pie Narvas dzimušais K. F. Tenners kļūst par profesionālu ģeodēzistu (galvenokārt pašmācības ceļā), izvēlas militāro karjeru un piedalās kaujās pret Napoleonu. 1816. gadā ir uzdots veikt triangulācijas mērījumus Krievijas Impērijas rietumu guberņās (Kurzemes, Viļņas, Belostokas un Grodņas). Tiek uzskatīts, ka tieši K. F. Tenners, pašiniciatīvas vadīts, 1816. gadā uzsāk Strūves ģeodēziskā loka mērījumus Lietuvas un Kurzemes guberņā.

Abu izcilo personību sadarbība sākas nejauši, saprotot, ka divu neatkarīgi mērītu triangulācijas loku *Dorpat-Jacobstadt* un *Vilinus-Bristen* galapunkti atrodas salīdzinoši tuvu, lai tos savienotu.

Vispirms F. G. V. Strūve 1826. gada vasarā veic astronomiskos mērījumus punktā *Jacobstadt* (triangulācijas mērījumi *Kreuztburg* veikti 1824. gadā). Savukārt 1827. gadā K. F. Tenners beidz triangulācijas mērījumus punktā *Bristen*. Pirmā klātienes tikšanās notiek 1828. gadā Tērbatā. Tās iniciators ir K. F. Tenners. Tiek panākta vienošanās par divu neatkarīgi uzmērīto loku savienošanu un paplašināšanu gan ziemeļu (F. G. V. Strūve vadīja ģeodēzisko darbu norisi ziemeļu virzienā), gan dienvidu (K. F. Tenners pats veica visus uzmērījumus līdz pat galējam dienvidu punktam *Staro-Nekrassowka*) virzienā no Jēkabpils.

Kopējo sadarbību un vispārējo mērījumu gaitu veicināja fakts, ka 19. gadsimta loka (grādu) mērījumi jeb triangulācija bija tā sauktā "lielā zinātne" un valstu piedalīšanās tajā vairoja tās politisko un militāro prestižu.

Strūves ģeodēziskais loks kā triangulācijas mērījumu ķēde uzmērīts laikā no 1816. gada līdz 1855. gadam. Tas stiepjas aptuveni gar 26° meridiānu, sauktu arī par Tērbatas jeb *Dorpat* meridiānu, no Hammerfestas Ziemeļnorvēģijā caur Tērbatu (tagadējā Tartu) līdz Izmailas pilsētai, netālu no Donavas grīvas, pie Melnās jūras. Uzmērītais meridiāna loks ietver $25^{\circ} 20'$ no zemeslodes apkārtmēra, tā kopējais garums ir 2822 km. Uz zemes virsmas meridiāna loks tika nostiprināts ar dažādas konstrukcijas un uzbūves ģeodēziskajiem punktiem. No tiem tikai daļa ir saglabājusies līdz mūsdienām.

Strūves ģeodēziskais loks sastāvēja no 258 galvenajiem triangulācijas trijstūriem. Tika ierīkoti 265 galvenie punkti 30–40 km attālumā cits no cita un 60 palīgpunkti, no kuriem 13 bija savietotie astronomiski ģeodēziskie punkti. Mērījumu precizitāte bija augsta – Strūves noteiktā precizitāte bija 1/232,390 (relatīvā kļūda 1:232 390) uz 2820 km. Tā ir 4 mm kļūda uz kilometru.

Par Strūves ģeodēziskā loka uzmērīšanas sākumpunktu pieņemts uzskatīt punktu *Dorpat* Tartu astronomiskajā observatorijā (69. attēls).

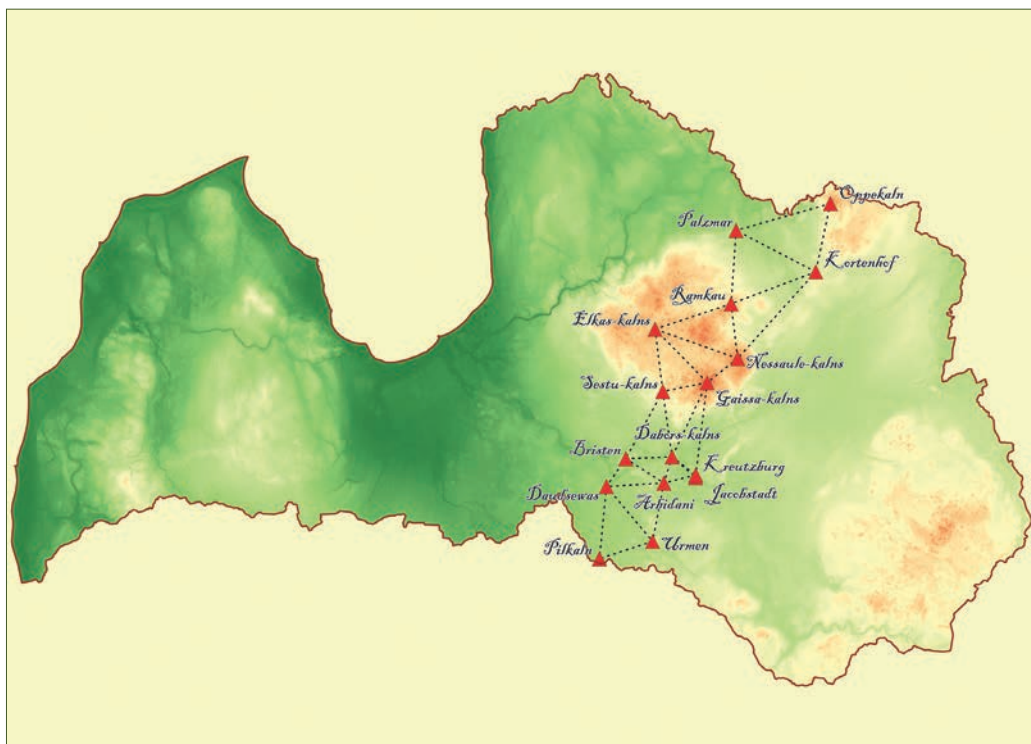
F. G. V. Strūvi loka uzmērīšanā vairāk virzīja zinātnisks mērķis – precizēt Zemes saplākumu polu virzienā atbilstoši Ņūtona teorijai. Viņš veica pētījumus par instrumentu un triangulācijas mērījumu kļūdām, uzlaboja bāzes mērīšanas aparāta konstrukciju un izmantoja jaunu atkārtotu paņēmieni metodi horizontālo leņķu mērīšanā, ko vēlāk, līdz 20. gadsimta pirmajai pusei, ģeodēzisti plaši izmantoja praksē.

K. F. Tenneru virzīja praktisks mērķis – veikt augstas precizitātes triangulācijas mērījumus un iegūtos datus izmantot Krievijas Impērijas Eiropas daļas kartēšanā.

Ņemot vērā uzmērījumu mērķus, F. G. V. Strūves mērījumus Vidzemes triangulācijas tīkla punkti stabili nostiprināti tikai dažās vietās, savukārt K. F. Tennera uzmērītā tīkla punkti Sēlijā nostiprināti ar stabiliem ģeodēziskajiem punktiem, kas nodrošinājis to saglabāšanos līdz pat mūsdienām.

Strūves ģeodēziskais loks Latvijā

Latvijas teritorijā Strūves ģeodēziskā loka uzmērīšanas laikā mērījumi veikti 16 punktos. Dažās vietās savulaik ģeodēziski nostiprinātie punkti saglabājušies līdz mūsdienām, bet lielākā to daļa laika gaitā izzudusi. Pašreiz visas Strūves ģeodēziskā loka mērījumu vietas tiek saglabātas un attīstītas, jo bez tām nav iespējams izveidot autentisko triangulācijas ķēdi (70. attēls).



70. attēls.

Strūves ģeodēziskā loka Latvijas daļa.

Strūves ģeodēziskā loka attīstībai Latvijā, tā interpretācijai un mantojuma saglabāšanai 2018. gada 11. maijā izveidota Strūves ģeodēziskā loka saglabāšanas un attīstības padome. Padomi pārstāv Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra, UNESCO Latvijas Nacionālā komisija, Nacionālā kultūras mantojuma pārvalde un 11 to pašvaldību pārstāvji, kuru teritorijās atrodas Strūves ģeodēziskā loka punkti.

Strūves ģeodēziskā loka Latvijas daļā mērītie punkti

Oppekaln – uzmērīts no 1824. gada 6. līdz 9. augustam, mērījumus veica F. G. V. Strūve. Baznīcas torni izmantoja par signālu, leņķiskie mērījumi veikti uz zemes pie baznīcas. Mērījumu punkts apvidū nav ģeodēziski nostiprināts.

Palzmar – uzmērīts no 1824. gada 3. līdz 4. jūlijam, mērījumus veica F. G. V. Strūve. Uztādīts pirmā veida lielais signāls, leņķiskie mērījumi veikti uz zemes pie signāla. Mērījumu punkts apvidū nav ģeodēziski nostiprināts. 2023. gada 1. jūnijā punkts rekonstruēts Strūves ģeodēziskā loka saglabāšanas un attīstības padomes darbības ietvaros (71. attēls).



71. attēls.
Strūves ģeodēziskā loka punkts *Palzmar*.

Kortenhof – uzmērīts no 1824. gada 1. līdz 3. augustam, mērījumus veica F. G. V. Strūve. Biezi aizaugušā augsta paugura vidū uztādīts pirmā veida signāls, leņķiskie mērījumi veikti uz zemes pie signāla. Mērījumu punkts apvidū nav ģeodēziski nostiprināts.

Ramkau – uzmērīts no 1824. gada 8. līdz 10. jūlijam, mērījumus veica F. G. V. Strūve. Uztādīts pirmā veida lielais signāls, leņķiskie mērījumi veikti uz zemes pie signāla. Mērījumu punkts apvidū nav ģeodēziski nostiprināts.

Elkas-kalns – uzmērīts no 1824. gada 27. līdz 28. jūlijam, mērījumus veica F. G. V. Strūve. Pirmā veida lielais signāls uztādīts kalnā bez apauguma, leņķiskie mērījumi veikti uz zemes pie signāla. Mērījumu punkts apvidū nav ģeodēziski nostiprināts.

Nessaule-kalns – uzmērīts no 1824. gada 12. līdz 14. jūlijam, mērījumus veica F. G. V. Strūve. Pirmā veida nestandarta signāls uztādīts lauksaimniecības zemē, leņķiskie mērījumi veikti uz zemes pie signāla. Mērījumu punkts apvidū nav ģeodēziski nostiprināts. 2019. gada 22. augustā punkts rekonstruēts Strūves ģeodēziskā loka saglabāšanas un attīstības padomes darbības ietvaros (72. attēls).



72. attēls.
Punkts *Nessaule-kalns*.

Gaissa-kalns – uzmērīts no 1824. gada 22. līdz 23. jūlijam, mērījumus veica F. G. V. Strūve. Uztādīts pirmā veida signāls, leņķiskie mērījumi veikti uz zemes pie signāla. Mērījumu punkts apvidū nav ģeodēziski nostiprināts. 1828. gadā to izmanto kā sasaistes punktu ar K. F. Tennera loka mērījumiem un punktu ģeodēziski nostiprina apvidū.

Sestu-kalns – uzmērīts no 1824. gada 24. līdz 25. jūlijam, mērījumus veica F. G. V. Strūve. Pirmā veida signāls uzstādīts kalnā bez apauguma, leņķiskie mērījumi veikti uz zemes pie signāla. Mērījumu punkts apvidū nav ģeodēziski nostiprināts. 1828. gadā to izmanto kā sasaistes punktu ar K. F. Tennera loka mērījumiem un punktu ģeodēziski nostiprina apvidū.

Dabors-kalns – uzmērīts no 1824. gada 15. līdz 17. jūlijam un 1826. gada 13. jūnijā, mērījumus veica F. G. V. Strūve. Otrā veida signāls uzstādīts kalnā bez apauguma, leņķiskie mērījumi veikti uz zemes pie signāla. Mērījumu punkts apvidū nav ģeodēziski nostiprināts. 1828. gadā to izmanto kā sasaistes punktu ar K. F. Tennera loka mērījumiem un punktu ģeodēziski nostiprina apvidū.

Kreutzburg – uzmērīts no 1824. gada 18. līdz 20. jūlijam un 1826. gadā, mērījumus veica F. G. V. Strūve. Baznīcas torni izmantoja par signālu un leņķisko mērījumu veikšanas vietu. Mērījumu punkts apvidū nav ģeodēziski nostiprināts.

Jacobstadt – uzmērīts no 1826. gada 16. līdz 17. jūnijam, astronomiskie mērījumi veikti no 1826. gada 23. maija līdz 17. jūnijam, mērījumus veica F. G. V. Strūve, P. Vrangelis, M. G. Paukers un citi. Mērījumu punkts nostiprināts apvidū.

Bristen – uzmērīts 1823. un 1828. gadā, mērījumus veica K. F. Tenners. Uztādīts koka signāls, leņķiskie mērījumi veikti uz zemes pie signāla. Mērījumu punkts ģeodēziski nostiprināts apvidū. 1826. gada pavasarī pie punkta izveidota lauka observatorija. Sadarbojoties Jaunjelgavas novada domei, Aizsardzības ministrijai un Strūves ģeodēziskā loka saglabāšanas un attīstības padomei, teritorija ap autentisko punktu labiekārtota un 2021. gada 14. maijā atklāta publiskai piekļuvei (73. attēls).



73. attēls.
Punkts *Bristen*.

Arbidani – uzmērīts 1825. un 1827. gadā, mērījumus veica K. F. Tenners. Uztādīts koka signāls, leņķiskie mērījumi veikti uz zemes pie signāla. Mērījumu punkts ģeodēziski nostiprināts apvidū. Autentiskais punkts atrasts 2008. gadā, bet 2013. gadā konstatēta tā nozušana. 2018. gada 26. septembrī punkts rekonstruēts Strūves ģeodēziskā loka saglabāšanas un attīstības padomes darbības ietvaros (74. attēls).



74. attēls.
Punkts *Arbidani*.

Daudzsewas – uzmērīts 1825. un 1827. gadā, mērījumus veica K. F. Tenners. Uztādīts koka signāls, leņķiskie mērījumi veikti uz zemes pie signāla. Mērījumu punkts ģeodēziski nostiprināts apvidū.

Urmen – uzmērīts 1825. un 1827. gadā, mērījumus veica K. F. Tenners. Uztādīts koka signāls, leņķiskie mērījumi veikti uz zemes pie signāla. Mērījumu punkts ģeodēziski nostiprināts apvidū.

Pilkaln – uzmērīts 1825. un 1827. gadā, mērījumus veica K. F. Tenners. Uztādīts koka signāls, leņķiskie mērījumi veikti uz zemes pie signāla. Mērījuma punkts ģeodēziski nostiprināts apvidū.



PIELIKUMI

Izmantoto datņu un modeļu kopums datu apstrādei

RINEX datnes (24 stundu novērojumi ar 30 sekunžu intervālu *RINEX 3.x* vai *2.x* formātā – GPS, GPS+*GLONASS* vai GPS+*GLONASS*+*GALILEO* satelītu sistēmām) par LATREF, LatPos stacijām un *EPN/IGS* stacijām (<http://www.epncb.oma.be/ftp/obs/>).

Eiropas orbītu noteikšanas centra (*CODE*) sagatavotās ātro orbītu, zemes rotācijas parametru, kodu sistemātiskās kļūdas un jonosfēras datnes (<ftp://ftp.aiub.unibe.ch/CODE/> un ftp://ftp.aiub.unibe.ch/CODE_MGEX/CODE/).

Atmosfēras ietekmes modelis (*Atmospheric tidal model Ray and Ponte, 2003*) (<http://geophy.uni.lu/ggfc-atmosphere/tide-loading-calculator.html>).

Okeānu paisuma ietekmes modelis FES2014b (<http://holt.oso.chalmers.se/loading/>).

Troposfēras modelis *Vienna Mapping Function 3* (http://vmf.geo.tuwien.ac.at/trop_products/GRID/1x1/VMF3/VMF3_OP/).

Bāzes stacijas un to aprīkojums

Nr. p. k.	Stacijas nosaukums		Uztvērēja nosaukums	Antenas nosaukums	
1.	AIZP	10737M001	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
2.	ALUK	10731M001	LEICA GR30	LEIAR25	LEIT
3.	BALV	10702M001	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
4.	BARK	10744M001	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
5.	BAU1	10740M001	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
6.	BIRZ	-	TRIMBLE NETR9	TRM59900.00	SCIS
7.	DAGD	10728M001	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
8.	DAU2	10742M001	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
9.	DOB2	10705M003	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
10.	IKLA	10656M001	LEICA GR25	LEIAR25.R4	LEIT
11.	JEK1	10707M002	LEICA GR30	LEIAR25	LEIT
12.	JNSK	-	TRIMBLE NETR9	TRM59900.00	SCIS
13.	KUL2	10708M003	LEICA GRX1200+GNSS	LEIAT504	LEIS
14.	LGIA	10713M002	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
15.	LIM1	10710M002	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
16.	LIP3	10709M003	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
17.	LODE	10711M001	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
18.	LUDZ	10739M001	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
19.	LVR1	10730M002	LEICA GR30	LEIAR25	LEIT
20.	MADO	10712M001	LEICA GRX1200+GNSS	LEIAT504	LEIS
21.	MAZ1	10727M002	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
22.	MAZK	-	TRIMBLE NETR9	TRM59900.00	SCIS
23.	NERE	10738M001	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
24.	PLM1	10729M002	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
25.	PRL1	10741M001	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
26.	RKSK	-	TRIMBLE NETR9	TRM59900.00	SCIS
27.	RUHN	10660M001	LEICA GR25	LEIAR25.R4	LEIT
28.	SGD1	10716M002	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
29.	SLD2	10720M003	LEICA GR30	LEIAR25	LEIT
30.	TAL1	10717M002	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
31.	TKM1	10734M002	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
32.	TOR2	10602M001	LEICA GR25	LEIAT504GG	LEIS
33.	UGA2	10632M004	LEICA GR25	LEIAR25.R4	LEIT
34.	VAL2	10743M001	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM

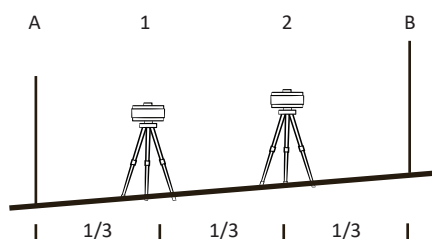
Nr. p. k.	Stacijas nosaukums		Uztvērēja nosaukums	Antenas nosaukums	
35.	VALK	10735M001	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
36.	VOR2	10633M002	LEICA GR25	LEIAR25.R4	LEIT
37.	ALKS	10731M002	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
38.	DLKS	10704M003	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
39.	IRBE	10726M001	LEICA GR30	LEIAR25	LEIT
40.	VAIN	10736M001	LEICA GR30	LEIAR20	LEIM
41.	RIGA	12302M002	LEICA GR25	LEIAR25.R4	LEIT

Niveliera vizūras līnijas labojuma noteikšana pēc Forstnera metodes

Transportēšanas, ilgstošas uzglabāšanas, temperatūras izmaiņu un ārējo dabas apstākļu ietekmē rodas pastiprināts instrumentu un latu deformācijas risks. Lai novērstu kļūdains mērījumus, regulāri ir jānosaka vizūras līnijas labojumi, kas ir leņķis starp vizūras līniju un ideālo horizontālo līniju starp nivelieri un latu. Vizūras līnijas labojumu nosaka pēc Forstnera metodes.

Pirms mērījumiem instrumentam un latām jāļauj pielāgoties ārējās vides apstākļiem, un jāizvairās no instrumenta atrašanās tiešos saules staros. Pārbaudei izvēlas ēnainu vietu vai, veicot mērījumus saulainā vietā, izmanto saulesargu niveliera pasargāšanai no saules.

Līdzinā vietā uz vienas līnijas aptuveni 45 m attālumā vienu no otra ierīko divus punktus A un B, iedzenot zemē tapas vai naglas ar sfērisku galviņu. Attālumu starp punktiem sadala trīs vienādās daļās pa 15 m un atzīmē divas instrumenta uzstādīšanas vietas – 1 un 2 (skatīt attēlu). Instrumentu novieto stāvpunktā 1 un secīgi veic nolasījumus uz latu, kas vertikāli uzstādīta punktā A, un tad uz latu, kas vertikāli uzstādīta punktā B. Instrumentu novieto stāvpunktā 2 un secīgi veic nolasījumus uz latu punktā B, tad uz latu punktā A.



Latu un instrumenta novietojums Forstnera metodē.

Iegūtā niveliera vizūras līnijas labojuma vērtība secīgi veiktajiem mērījumiem drīkst atšķirties par trīs sekundēm. Patiesu rezultātu nodrošināšanai mērījumus veic pēc iespējas nemainīgos ārējās vides apstākļos, un ierīkotajiem punktiem jābūt stabiliem. Lai novērotu rezultātu izmaiņas, pārbaudi veic regulāri, un datus apkopo diagrammā.

Mērījumu prasības:

- katrā pārbaudes reizē mērījumus atkārto trīs reizes;
- starp mērījumiem ievēro 10 minūšu intervālu;
- ja vērtība mērījumu laikā ievērojami svārstās, veic trīs papildu mērījumus.

Niveliera vizūras līnijas labojuma noteikšana pēc Forstnera metodes pārbaudes veidlapaNivelieris: *Leica LS15*Pārbaudīja: *Valdis*Lata Nr. *66671*Lata Nr. *66676*Laika apstākļi: *apmācies*

Nr.p.k.	Datums	Laiks	Temperatūra	c (")	Δc (")
Iepriekšējais	<i>14.04.2023</i>			<i>28,2</i>	
1	<i>30.10.2023</i>	<i>12:48</i>	<i>+ 9,6°</i>	<i>25,3</i>	<i>- 2,9</i>
2	<i>30.10.2023</i>	<i>13:00</i>	<i>+ 9,9°</i>	<i>26,4</i>	<i>- 1,8</i>
3	<i>30.10.2023</i>	<i>13:12</i>	<i>+ 9,6°</i>	<i>25,7</i>	<i>- 2,4</i>
4					
5					
6					
Gala vērtība	<i>30.10.2023</i>			<i>25,7</i>	

c – niveliera vizūras līnijas labojuma vērtība

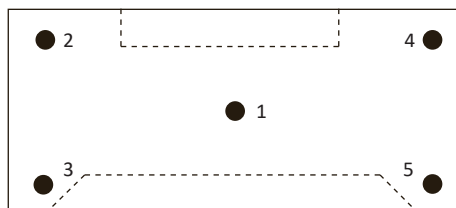
Δc – niveliera vizūras līnijas labojumu vērtību starpība, secīgiem mērījumiem nedrīkst pārsniegt 3 sekundes.

Latas pēdas plaknes perpendikularitātes latas asij pārbaude

Latas pēdas plaknes perpendikularitāti latas asij pārbauda vienu reizi gadā pirms lauka darbu sākuma. Aptuveni 15 m attālumā no niveliera sagatavo trīs punktus – iedzen zemē tapas vai naglas ar sfērisku galviņu. Katrā punktā pēc kārtas ar pieciem latas pēdas punktiem (skatīt attēlu) uzstāda latu un veic trīs nolasījumus. Pārbaudes laikā latu uzstāda vertikāli un notur ar atbalstkārtīm.

Pēc latas vidējiem nolasījumiem aprēķina starpības $a_1 - a_2$, $a_1 - a_3$, $a_1 - a_4$, un $a_1 - a_5$.

Ja kāda no vidējām starpībām $a_1 - a_i$ ir lielāka par 0,1 mm (1. klases nivelēšanā) un 0,2 mm (2. klases nivelēšanā), tad latai jālieto latas pēdas paliktnis latas pēdas centra fiksēšanai uz punkta vai nivelēšanas laikā lata uz punkta jāuzstāda precīzi ar latas pēdas centru.



Pārbaudāmie latas pēdas punkti.

Nivelieris: Leica LS15

1.lata Nr.: 66676

2.lata Nr.: 66671

Pārbaudīja: Imants
Aigars

d (m) = 13,975m

Datums: 14.02.2023

Laiks: 11:00

Laika apstākļi: saule, vējš

1.lata

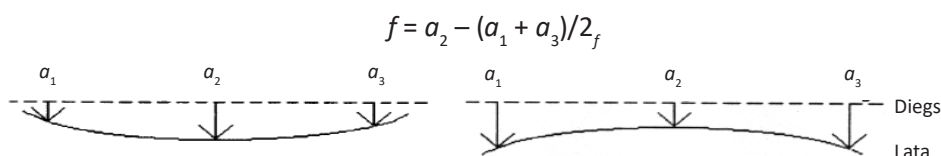
Paņēmiens	Skalas nolasījums, kad lata uzlikta uz tapas ar pēdas				
	centru	priekšējo kreiso stūri	aizmugurējo kreiso stūri	priekšējo labo stūri	aizmugurējo labo stūri
	a1	a2	a3	a4	a5
1	1,46614	1,46613	1,46613	1,46606	1,46606
	1,46608	1,46616	1,46614	1,46607	1,46610
	1,46607	1,46618	1,46614	1,46608	1,46607
Vidējais	1,46610	1,46616	1,46614	1,46607	1,46608
2	1,46180	1,46187	1,46185	1,46177	1,46177
	1,46179	1,46185	1,46182	1,46176	1,46180
	1,46179	1,46186	1,46180	1,46179	1,46175
Vidējais	1,46179	1,46186	1,46182	1,46177	1,46177
3	1,45522	1,45531	1,45528	1,45523	1,45519
	1,45520	1,45528	1,45529	1,45523	1,45519
	1,45525	1,45530	1,45525	1,45522	1,45520
Vidējais	1,45522	1,45530	1,45527	1,45523	1,45519

2.lata

1	1,46610	1,46607	1,46609	1,46610	1,46609
	1,46609	1,46606	1,46607	1,46610	1,46609
	1,46609	1,46610	1,46607	1,46609	1,46610
Vidējais	1,46609	1,46608	1,46608	1,46610	1,46609
2	1,46183	1,46187	1,46182	1,46185	1,46187
	1,46185	1,46186	1,46182	1,46185	1,46185
	1,46185	1,46187	1,46183	1,46184	1,46185
Vidējais	1,46184	1,46187	1,46182	1,46185	1,46186
3	1,45526	1,45524	1,45522	1,45526	1,45526
	1,45527	1,45527	1,45523	1,45528	1,45526
	1,45527	1,45529	1,45525	1,45529	1,45527
Vidējais	1,45527	1,45527	1,45523	1,45528	1,45526

Latas ieliekuma (f) noteikšana

Ārējo dabas apstākļu ietekmē latas riežas, un tas var būt nivelēšanas kļūdu avots. Ieliekuma noteikšanai latu horizontāli novieto uz sānu malas, nostiepj tievu metāla stiepli vai diegu starp latas galiem un ar lineālu vai bīdmēru izmēra attālumus milimetros no stieples vai diega līdz latai trīs vietās – apakšā, vidū un augšā (skatīt attēlu). Darbību atkārto, novietojot latu uz otras sānu malas. Pēc izmērītajiem attālumiem a_1 , a_2 un a_3 aprēķina lates ieliekumu f :



Latas ieliekuma (f) mērījumu vietas.

Latas ieliekums nedrīkst pārsniegt 5 mm. Ja ieliekums darba laikā kļūst lielāks par 5 mm, tad darba pārtraukumos lates novieto horizontāli, atbalstītas galos, ar izliekumu uz augšu.

1. lata Nr.: 66671

Pārbaudīja: Imants

2. lata Nr.: 66676

Aigars
Andrejs

Datums: 22.02.2023

Laiks: 10:30

	a1	a2	a3
1. lata	2,7	2,7	2,38
	2,37	2,36	2,08

	a1	a2	a3
2. lata	3,2	3,3	3,37
	3,12	2,54	2,38

$$f = a_2 - (a_1 + a_3)/2$$

Latas ieliekums f nedrīkst pārsniegt 5 mm.

Lauka žurnāls

Darba nosaukums: MALTA Līnijas numurs: 004 Gājiena sekcija: SM 0660 - H1 1905 Datums: 09.09.22 Sākts: 12.35 Beigts: 13.25 Instruments: ☐ DiNi12T ☐ DiNi03 ☒ Leica LS15 Pie instrumenta: 18 Pie 1.latas: 76 VD Pie 2.latas: 71 AS No H: 55,59448 Uz H: 50,00021 Uzmērītais h: -5,39427 L: 1,006 h starpība: -0,00021		Darba nosaukums: MALTA Līnijas numurs: 004 Gājiena sekcija: H1 1905 - SM 0660 Datums: 09.09.22 Sākts: 10.15 Beigts: 11.25 Instruments: ☐ DiNi12T ☐ DiNi03 ☒ Leica LS15 Pie instrumenta: 18 Pie 1.latas: 71 AS Pie 2.latas: 76 (VD) No H: 50,00000 Uz H: 55,59448 Uzmērītais h: 5,59448 L: 1,006 h starpība:	
Stacija	Gaisa t	Laika apstākļi	
2	14,8	apmācies	lietus
4	14,8	saulains ✓	vējš ✓
6	14,7	saule+mākoņi	migla
8	14,3	mākoņi+saule	
10	14,3	lēns vējš	
12	14,4	brāzmais vējš	
14	16,7		
16	16,4	Nolasījumi uz marku:	
18	14,8	Nr.: 0660	
20	15,3	1. 0,88557	
22		2. 58	
24		3. 57	
26		Stacija	Gaisa t
28		38	
30		40	
32		42	
34		44	
36		46	
Piezīmes:			

Stacija	Gaisa t	Laika apstākļi	
2	14,6	apmācies	lietus
4	16,2	saulains ✓	vējš ✓
6	14,3	saule+mākoņi	migla
8	13,9	mākoņi+saule	
10	13,4	lēns vējš	
12	13,1	brāzmais vējš	
14	15,2		
16	15,7	Nolasījumi uz marku:	
18	13,3	Nr.: 0660	
20	16,4	1. 1,88557	
22		2. 56	
24		3. 57	
26		Stacija	Gaisa t
28		38	
30		40	
32		42	
34		44	
36		46	
Piezīmes:			

- Darba nosaukums, kas sakrīt ar projekta nosaukumu nivelierī.
- Līnijas numurs (līnijas numurs projektā, ģenerē instruments).
- Gājiena sekcija – sekcijas galapunktu nosaukumi.
- Sekcijas nivelēšanas uzsākšanas laiks.
- Sekcijas nivelēšanas pabeigšanas laiks.
- Atzīmē instrumentu, ar kuru veic mērījumus.
- Pie instrumenta – ieraksta niveliera operatora iniciāļus.
- Pie 1. lates – ieraksta lates numuru un lates turētāja iniciāļus.
- Pie 2. lates – ieraksta lates numuru un lates turētāja iniciāļus.
- No H – ieraksta sekcijas sākumpunkta augstumu (m).
- Uz H – ieraksta sekcijas beigu punkta augstumu (m).
- Uzmērītais h – ieraksta sekcijā izmērīto paaugstinājumu (m).
- L – sekcijas garums (km).
- h starpība – ieraksta turpvirzienā un atpakaļvirzienā izmērīto sekcijas paaugstinājumu starpību jeb faktisko paaugstinājumu starpību (m).
- Gaisa t – pāra skaitļa nivelēšanas stacijās ieraksta instrumenta augstumā izmērīto gaisa temperatūru (vienība 0,1 °C).
- Laika apstākļi – atzīmē atbilstošus laikapstākļus.
- Nolasījumi uz marku – ieraksta markas numuru un trīs lates nolasījumus ar vizūru uz sienas markas centru (m), ja kādā sekcijas galapunktā ir sienas marka.
- Piezīmes – ieraksta papildu informāciju.

Metodika augstuma pārņemšanai no sienas repera uz sienas marku

Veicamās darbības normālā augstuma pārņemšanai no sienas repera uz sienas marku, ja sienas repers tiek pārveidots par sienas marku (7.1. attēls):

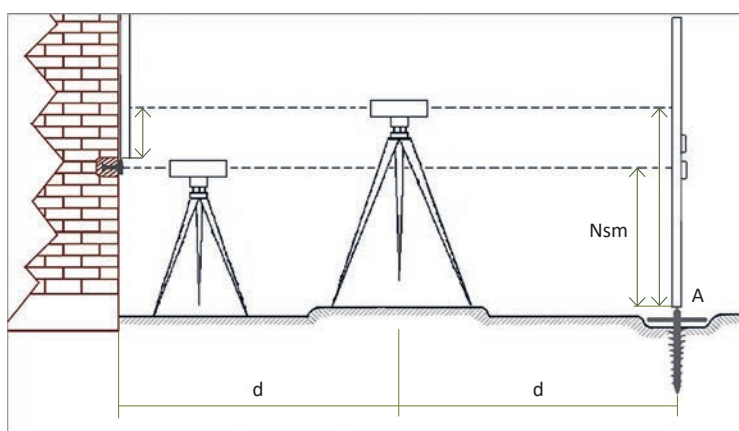
- 1) sienas repera tuvumā ierīko punktu A – tapu vai dībeli (atkarībā no seguma);
- 2) nivelieri nostāda pirmajā stacijā tā, lai tas atrodas vienādā attālumā no punkta A un no sienas repera. Precīzai mērījumu nolasīšanai minimālais attālums starp instrumentu un latu ir 1,8 m;
- 3) izmantojot nivelēšanas programmu *BFFB*, veic nolasījumus uz latām, kas vertikāli uzstādītas uz sienas repera un punkta A. Instrumentā ievada sienas repera normālo augstumu no nivelēšanas pārskata vai kataloga;
- 4) veidlapas 1. tabulā ieraksta lates numuru, uz kuru tiek veikts nolasījums, un latu nolasījumus rindās “B”, “F”, “F” un “B”. Dati automātiski tiek saglabāti arī instrumenta atmiņā;
- 5) izmaina instrumenta augstumu (izkustina nivelieri), izveido otro staciju;
- 6) nivelēšanas lates samaina vietām – uz sienas repera uzstāda latu, kas iepriekš bija uz punkta A, un otrādi;
- 7) izmantojot niveliera programmu *BFFB*, veic nolasījumus uz latu, kas vertikāli uzstādīta uz punkta A un uz sienas repera, datus ieraksta veidlapas 1. tabulā. Tie automātiski tiek saglabāti instrumenta atmiņā;
- 8) aprēķina paaugstinājumu abās stacijās. Iegūto paaugstinājumu starpībai jābūt tuvu nullei, tā nedrīkst pārsniegt 0,3 mm;
- 9) nivelieri nostāda sienas markas augstumā un vizē uz markas centru;
- 10) nemainot vizūras augstumu, vizē uz punktā A vertikāli uzstādīto latu un iegūst nolasījumu *Nsm*. Mērījumus veic sešas reizes uz katru latu, pēc katra nolasījuma pagriežot nivelieri ap savu asi. Nolasījumus ieraksta veidlapas 2. tabulā;
- 11) aprēķina punkta A augstumu, izmantojot zināmo sienas repera augstumu, un izmērītos paaugstinājumus. Sienas markas augstumu aprēķina, izmantojot vidējo nolasījumu katrai lātai. Aprēķiniem izmanto veidlapā norādītās formulas;
- 12) kontrolei atkārtoti iepriekš minētās darbības no 1. līdz 11. no vēl viena punkta (A2), datus ieraksta jaunā veidlapā;
- 13) aprēķina sienas markas augstumu.

Veicamās darbības normālā augstuma pārņemšanai no sienas repera uz sienas marku, ja ierīkota jauna sienas marka (7.2. attēls):

- 1) nivelieri nostāda sienas markas augstumā un vizē uz markas centru;
- 2) nemainot vizūras augstumu, vizē uz latu, kas vertikāli uzstādīta uz sienas repera, un iegūst nolasījumu *Nsm*. Mērījumus veic sešas reizes uz katru latu, pēc katra nolasījuma pagriežot nivelieri ap savu asi;

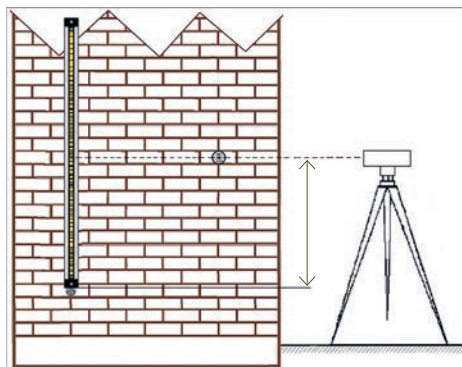
- 3) nolasījumus ieraksta veidlapas 2. tabulā;
- 4) sienas markas augstumu aprēķina, izmantojot vidējo nolasījumu uz katru latu. aprēķiniem izmanto veidlapā norādītās formulas;
- 5) kontrolei darbības atkārtoti, izmainot niveliera novietojumu, datus ieraksta jaunā veidlapā;
- 6) aprēķina sienas markas augstumu.

Ja augstums tiek pārņemts no sienas repera uz ierīkoto sienas marku, veidlapas 1. tabula nav jāpilda.



7.1. attēls.

Augstuma pārņemšana no sienas repera uz sienas marku, ja sienas repers tiek pārveidots par sienas marku.



7.2. attēls.

Augstuma pārņemšana no sienas repera uz sienas marku, ja ierīkota jauna sienas marka.

Datums: 05.08.2021

Laika apstākļi: mākoains, lēns vējš

Sienas repers: 2562

H sr: 52,731

Sienas marka: 2562

Mērījumus veica: VALDIS

Sākts: 12:11

Beigts: 14:13

Temperatūra mērījumu sākumā: 19,9°

Temperatūra mērījumu beigās: 20,3°

1. tabula

Paaugstinājums starp sienas reperu un pagaidu punktu A			
Instruments stacijā Nr.1		Instruments stacijā Nr.2	
B (lata Nr.: 66671)	0,11269	B (lata Nr.: 66671)	1,59044
F (lata Nr.: 66676)	1,59568	F (lata Nr.: 66676)	0,10763
F (lata Nr.: 66676)	1,59570	F (lata Nr.: 66676)	0,10762
B (lata Nr.: 66671)	0,11271	B (lata Nr.: 66671)	1,59043
Paaugstinājums ($h_{mē1}$)	- 1,48299	Paaugstinājums ($h_{mē2}$)	+ 1,48281
Paaugstinājumu starpība ($h_{mē2} - h_{mē1}$)		- 0,00018	
Attālums starp sr un pagaidu punktu A (norādīt mērvienību)		5,60 m	
A augstums	51,248	SR augstums	52,731

2. tabula

Vizēts uz sienas markas centru			
Lata uz: ☒ pagaidu punkta A / ☐ sienas repera			
(atzīmēt atbilstoši)			
Lata Nr.: 66671		Lata Nr.: 66676	
1	1,46541	1	1,46544
2	1,46542	2	1,46543
3	1,46543	3	1,46544
4	1,46543	4	1,46543
5	1,46543	5	1,46542
6	1,46543	6	1,46542
Vidējais nolasījums:	1,46543	Vidējais nolasījums:	1,46543
Vidējo nolasījumu starpība:		0,00000	

Formulas:

$$H_A = H_{sr} - h_{mēr}$$

$$H_{sm} = H_A + N_{sm}$$

Aprēķins:

$$H_{A1} = H_{sr} - |h_{mēr1}| = 52,731 - 1,48299 = 51,24801 \text{ m}$$

$$H_{A2} = H_{sr} - |h_{mēr2}| = 52,731 - 1,48281 = 51,24819 \text{ m}$$

$$H_A = \frac{(H_{A1} + H_{A2})}{2} = \frac{51,24801 + 51,24819}{2} = \frac{102,4962}{2} = 51,2481 \text{ m}$$

$$H_{sm1} = H_A + N_{sm1} = 51,2481 + 1,46543 = 52,71353 \text{ m}$$

$$H_{sm2} = H_A + N_{sm2} = 51,2481 + 1,46543 = 52,71353 \text{ m}$$

$$H_{sm} = \frac{(H_{sm1} + H_{sm2})}{2} = \frac{52,71353 + 52,71353}{2} = 52,71353 \text{ m}$$

Metodika augstuma pārvešanai no sienas repa uz sienas marku

Punkta veids un Nr.	Nivelēšanas zīmes atrašanās vieta	Attālums no līnijas sākuma, km Attālums starp zīmēm	4	5	6	7	8	9	10	Paaugstinājumu starpība, mm		13	14	15	16
										11	12				
sr R113 - sr1166 - sm2020 - sr1166 - sr R109															
sr R113	Autocēla P89 (Kekava - Skautkalne) 9,6 km, Mežvidu kroga pamatos, DA pusē. 7 km uz DA no autocēla A7 un P89	0.00 2.74	14.11.2018 21.11.2014.	30 30	3.41181 -3.40977	9.4 0.9	-0.5 -0.5	0.74 0.86	20 20	2.04	4.97	-0.00003 0.00006	3.41178 -3.40971	3.41075	26.6210
sr1166	krustojuma, autocēls P89, radioaktīvo atkritumu glabātava "Radoms" administratīvās ēkas sienā, D pusē. 7 km uz DA no autocēla A7 un P89	2.74 0.04	14.11.2018 13.11.2018	2 2	0.98598 -0.98599	10.3 7.3	-0.5 -0.5	0.74 0.74	20 20	-0.01	0.60	-0.00001 0.00001	0.98597 -0.98598	0.98598	
sm2020	krustojuma, autocēls P89, radioaktīvo atkritumu glabātava "Radoms" administratīvās ēkas sienā, D pusē. 7 km uz DA no autocēla A7 un P89	2.78 0.04	14.11.2018 13.11.2018	2 2	-0.98608 0.98595	10.1 7.3	-0.5 -0.5	0.74 0.74	20 20	-0.13	0.60	0.00001 -0.00001	-0.98607 0.98594	-0.98601	
sr1166	krustojuma, autocēls P89, radioaktīvo atkritumu glabātava "Radoms" administratīvās ēkas sienā, D pusē.	2.82 3.90	20.11.2014. 16.11.2018	38 38	-13.98018 13.98223	1.2 5.8	-0.5 -0.5	0.86 0.74	20 20	2.05	5.92	0.00023 -0.00015	-13.97995 13.98208	-13.98101	16.0509
sr R109	Autocēla P89 (Kekava - Skautkalne) 3,2 km, māju "Imantas" bijušās kuts sienā, ZA pusē.	6.72	Gājiena pielaujamā nesaiete, mm: 10.37												
Vidējais paaugstinājumu summa (2h0):															-10.57029
Doto augstumu starpība:															-10.5701
Gājiena faktiskā nesaiete (f):															0.00019

Normālo augstumu saraksts

Punkta kods	Punkta veids	Punkta nosaukums	Klase	Nivelēšanas gads	Augstums LAS-2000,5 (m)	Standartnovirze (m)
GP215	gp	2015	N1	2018	197,90637	0,001
FR_JPILS	fr	Jēkabpils	N1	2018	95,04223	0,001
sm1919_2018	sm	1919	N1	2018	94,90897	0,000
G2Dkl	gp	Duklāvi	G2	2018	55,2449	0,002
2020_2018	sm	2020	N2	2018	31,0172	0,000

Gravimetrisko mērījumu norise stacijā

Mērījumu stacijā brigāde rīkojas pēc turpmāk aprakstītā algoritma, un lauka operatori katrā solī izpilda katrs savu uzdevumu.

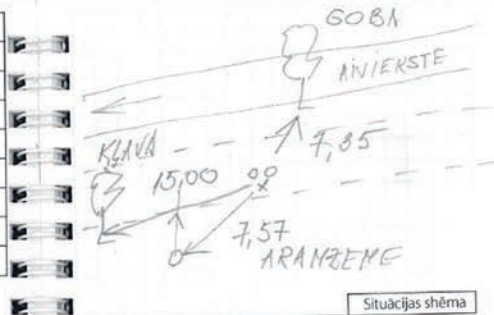
1. Ieslēdz GP sistēmu un izveido savienojumu. Nolīmeņo gravimetru un uzsāk stabilizēšanas perioda novērojumus.
2. Veic GP mērījumus uz stacijas atskaites punkta. Ģeopotenciāla mērījumos par atskaites punktu kalpo gravimetra statīvs vai stabils punkts grunts līmenī (10.1. attēls). GP mērījumu laikā gravimetru nolīmeņotu tur uz rezerves statīva.
3. Veic gravimetriskos mērījumus, stabilizējot instrumentu. Veic piesaistes mērījumus, aizpilda lauka žurnālu, uzzīmē orientējošu situācijas shēmu (10.1. attēls).
4. Novērtē, vai stabilizēšanās periods pagājis, t. i., vai gravimetra pēdējo piecu ciklu mērījumu vērtības stabilas, bez augošas vai dilstošas tendences. Šajā solī ieteicams apskatīt un analizēt visu stacijā ierakstīto mērījumu kopu.
5. Veic instrumenta augstuma mērījumus virs atskaites punkta (*Hinst*) un grunts (*Hbase*), veic fotofiksāciju. Fotofiksācijā vēlams iekļaut orientierus stacijas atkārtotai lokalizācijai.
6. Staciju marķē, ja stacijā plānots tuvākajā laikā atkārtot mērījumus.

Operatoriem ieteicams regulāri sekot līdzi gravimetra līmeņrāžu lasījumiem visu stacijā pavadīto laiku. Operatoram tuvojoties un pārvietojoties gravimetra tiešā tuvumā, rodas grunts vibrācijas, kas negatīvi ietekmē mērījumu precizitāti. Efektīvais attālums, kad soļi rada būtisku ietekmi uz nolasījumiem, dažādās gruntīs atšķiras, un brigādei katrā stacijā tas jānosaka eksperimentāli, tāpat kā to dara punktu rekognoscēšanas laikā. Jāatzīmē cikli, kas šādi tiek ietekmēti, un tas jāņem vērā, analizējot stacijā veiktos novērojumus kopumā. Šo problēmu var novērst, gravimetram tuvojoties uzreiz pēc cikla ierakstīšanas skaņas signāla. CG-6 modelim līmeņrāža un gravimetriskās vērtības mērījumus var novērot, izmantojot *Bluetooth* savienojumu un lietotni *LynxLG* (10.2. attēls).



Datums	01.08.2024
Stacija	3156136
Operators/S.N.	82 JB 0449
Laiks ceļā, min	5
Stabilizācijas periods, min	8
H (inst), mm	
H (par), mm	324
Atmosfēras spiediens, hPa	993,0
Savietotais punkts	

54
55
03
14

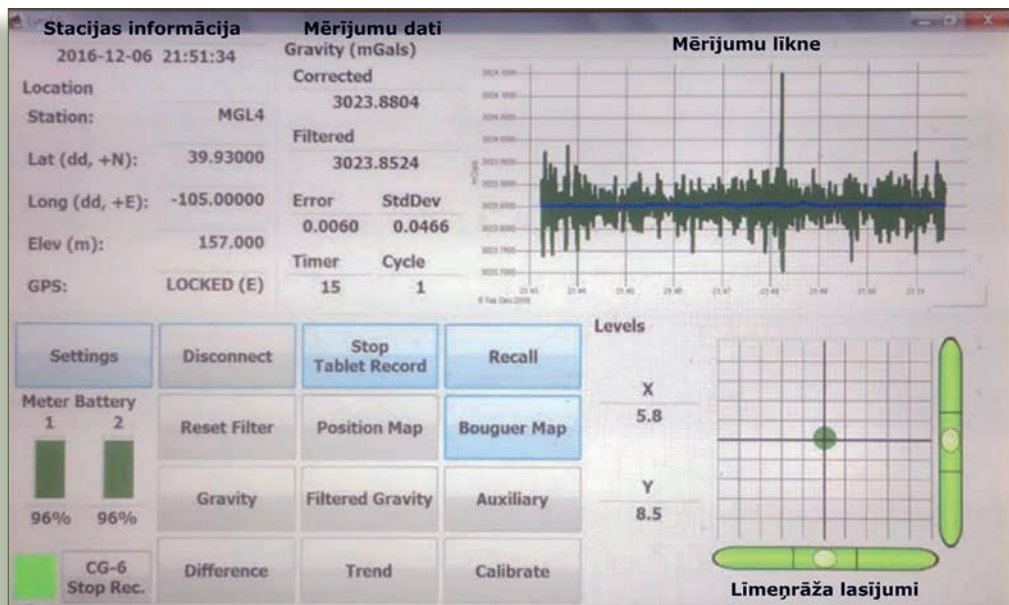


Situācijas shēma

Piezīmes

10.1. attēls.

Mērījumu stacijas fotofiksācija un aizpildīta lauka veidlapa.



10.2. attēls.

LynxLG lietotnes ekrānšāviņš mērījumu laikā.

LAG-2019 punkta nosaukuma izveide

Punktu nosaukuma izveidē vēlams ieviest sistēmu, kas ir ilgtspējīga (potenciāli iespējams numurēt pietiekamu punktu daudzumu) un robusta (pievienojot jaunus punktus, neveidojas punkti ar vienādu nosaukumu).

Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūrā kopš 2022. gada gravimetrisko relatīvo mērījumu punktu nosaukumus veido pēc turpmāk norādītā algoritma.

Relatīvā 2. klases (Gr2) punkta nosaukumu veido:

- 1) cipars 2 – apzīmē punkta klasi – Gr2, un punktu raksturo relatīvi noteikta vērtība;
- 2) četri burti AAAA – tuvākās apdzīvotās vietas abreviatūra;
- 3) viens cipars 1 – kultūrvēsturiskais novads: 1 – Vidzeme, 2 – Latgale, 3 – Kurzeme, 4 – Zemgale un Sēlija;
- 4) divi cipari 11 – punkta kārtas numurs. Punkti valstī numurēti katrā novadā atsevišķi Z-D virzienā.

Punkta nosaukuma piemēri: **2IPKI111** (punkts atrodas Ipiķos), **2AINZ114** (punkts atrodas Ainažos), **2RGJI211** (punkts atrodas Rugājos), **2KOLK311** (punkts atrodas Kolkā), **2MDMI445** (punkts atrodas Medumos).

Ģeopotenciāla punkta nosaukumu veido:

- 1) cipars 3 – apzīmē ģeopotenciāla punktu;
- 2) trīs cipari 111 – Gr2 punkta, kas izmantots kā sākumpunkts ģeopotenciāla punkta uzmērīšanas gājienā, nosaukuma pēdējie trīs cipari;
- 3) divi cipari 11 – apzīmē no iepriekš norādītā sākumpunkta veiktā kartēšanas gājiena kārtas numuru. Visus gājienu, kuros par sākumpunktu izmanto vienu un to pašu Gr2 punktu, numurē secīgi, sākot ar 11;
- 4) divi cipari 11 – apzīmē gravimetrisko mērījumu punkta kārtas numuru iepriekš norādītajā uzmērīšanas gājienā. Mērījumu punktus katrā gājienā numurē secīgi, sākot ar 11. Atkārtojot mērījumus punktā, izmanto tam pirmajā mērījumā piešķirto numuru.

Ģeopotenciāla punkta nosaukuma izveides piemēri:

- 33111213 – ģeopotenciāla punkts;
- 33111213 – vērtība noteikta pret Gr2 punktu 2KOLK311;
- 33111213 – otrais gājiens no Gr2 punkta 2KOLK311;
- 33111213 – trešais gravimetrisko mērījumu punkts gājienā 331112;
- 34451121 – ģeopotenciāla punkts, noteikts pret Gr2 punktu 2MDMI445, pirmajā no šī punkta veiktajā gājienā, kā desmitais punkts gājienā 344511.

Gravimetrisko mērījumu palīginventārs

Gravimetrisko mērījumu palīginventārs samazina starpstaciju pārbraucienu negatīvo ietekmi, uzlabo mērījumu precizitāti, kā arī uzlabo gravimetriskās vērtības pārvešanas precizitāti.

Pārvadāšanas platforma

Starpstaciju pārbraucienu radītais efekts gravimetrijas praksē ir labi zināms, bet maz aprakstīts [2]. Visdetalizētāko informāciju par to sniedz Reudinks un citi [55, 56]. Pieņem, ka gravimetra iekšējie stabilizatori novērš nejauša rakstura automašīnas kustības. Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūras prakse liecina, ka spēcīgiem satricinājumiem, piemēram, avārijas bremsēšanai, ir ietekme uz instrumenta dreifu. Histerēzes efekts galvenokārt rodas pastāvīga sasvērums rezultātā – ceļa šķēršļa un automašīnas sēdekļa slīpuma dēļ. Lai gravimetrs pārvadāšanas laikā atrastos pēc iespējas tuvāk līmeņotam stāvoklim, Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūrā izstrādāts platformas modelis, ko nostiprina automašīnas aizmugurējā sēdekļi (12.1. attēls). Platformā ievietoto gravimetru fiksē, papildus mazinot automašīnas kratīšanās negatīvo ietekmi.



12.1. attēls.
Latvijas Ģeotelpiskās
informācijas
aģentūras izstrādātā
pārvadāšanas platforma.



Gravimetru bez iepriekš minētās platformas ieteicams pārvadāt nostiprinātājā, ražotāja piegādātajā ietvarā (12.2. attēls).

12.2. attēls.
Gravimetra pārvadāšana, izmantojot
augstas caurgājības tehniku un
ražotāja transporta ietvaru.

Mērījumi mīkstās gruntīs

Ģeopotenciāla kartēšanas laikā nereti stacijai nav iespējams atrast stabilu vietu un mērījumi jāveic mīkstā gruntī. Tas var notikt, kartējot purvainas teritorijas, ganības vai staciju savietojot ar valsts ģeodēziskā tīkla punktu, kas noformēts ar kupicu. Šādā situācijā uz trijkāja novietotais gravimetra svārs trijkāji nevienlīdzīgi un ilgstoši gremdē gruntī. Šādas tendences novēršanai Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūrā izstrādāta platforma, ko iedzen mīkstā gruntī, līdzīgi kā nivelēšanas tapas, tādējādi nodrošinot stabilu virsmu gravimetra trijkāja novietošanai (12.3. attēls).

Ģeomagnētisko mērījumu lauka protokols

Ģeomagnētisko mērījumu lauka protokols

Teodolīts: Theo-010B; Magnetometrs: Arcanosys Fluxset H100; Protonmagnetometrs: GSM-19TW

Vieta: *Aglona 1*

Diena: *15.06.2015*

Mērnieks: *Rihards*

	Marka +	327,8654	
	Marka -	127,8676	
D	laiks	Lenķis	Magnetometra nolasījums
E+	14:58:10	371,6964	0,1
	20		-1,1
	30		-0,9
	40		-1,8
W-	15:00:50	371,6138	0,6
	01:00		0,5
	10		0,5
	20		0,2
E-	15:04:20	171,6452	-1,6
	30		-1,2
	40		-1,0
	50		-1,0
W+	15:07:10	171,5224	-0,3
	20		-1,2
	30		-1,6
	40		-2,0
Marka+		327,8646	
Marka-		127,8670	

Azimuts: 271,6444
 71,6444

I	laiks	Lenķis	Magnetometra nolasījums
N-	15:18:00	320,9298	-1,3
	10		-1,7
	20		-2,2
	30		-2,3
S+	15:21:00	120,9187	1,0
	10		0,6
	20		0,4
	30		0
N+	15:25:20	79,0624	-2,5
	30		-2,2
	40		-2,0
	50		-2,6
S-	15:27:40	279,0748	0
	50		0
	28:00		-0,2
	10		0

Magnētiskā lauka kopējās intensitātes mērījumi

Nr.p.k.	laiks	F (nT)
1	14:34:00	50845,3
2		4,5
3		4,8
4		4,9
5		4,4
6		4,7
7		4,4

Nr.p.k.	laiks	F (nT)
8		4,0
9		4,2
10		4,0
11		3,8
12		3,8
13		3,4

Vidējais: 50844,3 nT

Lokālā sasaiste un nepieejama punkta ģeodēzisko raksturlielumu ieguve

Lokālā jeb ģeodēziskā sasaiste ir stratēģiski svarīgu punktu vai objektu savstarpējā stāvokļa noteikšana ģeodēzisko sasaistes mērījumu veikšanas rezultātā. Reizēm ģeodēziskos mērījumus nav iespējams veikt tieši punktā, jo tas nav pieejams. Šādos gadījumos lokālajā sasaistē izmanto nepieejama punkta ģeodēzisko raksturlielumu noteikšanu.

Nepieejama punkta ģeodēzisko raksturlielumu ieguve ietver atbalsttīkla ierīkošanu, atbalsttīkla punktu uzmērīšanu un nosakāmā punkta uzmērīšanu no atbalsttīkla punktiem ar iekrustošanas metodi. Uzsākot šos darbus, to veicējam jāzina sasniedzamā rezultāta prasības – nosakāmā punkta precizitāte un attiecībā pret ko iegūto raksturlielumu precizitāte tiks novērtēta. Zinot sasniedzamo rezultātu, darbu veicējs var izvēlēties racionālāko punktu uzmērīšanas metodi vai metožu kopumu, piemēram, atbalsttīkla punktus uzmērīt ar globālo pozicionēšanu *RTK* režīmā vai ar pēcapstrādi un no tiem veikt tahimetriskos mērījumus nosakāmā punkta ģeodēzisko raksturlielumu ieguvē.

Ja nosakāmo punktu ģeodēziskos raksturlielumus nevar iegūt ar tiešo iekrustošanu, lieto vairāku uzmērīšanas metožu kopumu un matemātiskās sakarības, kā tas darīts lokālās sasaistes gadījumā – LATREF bāzes stacijas RIGA, valsts ģeodēziskā tīkla globālās pozicionēšanas tīkla 0. klases (G0) Rīga un satelītu lāzerlokācijas stacijas teleskopa ģeodēziskās sasaistes mērījumos.

Latvijas Universitātes Botāniskā dārza teritorijā, Rīgā, atrodas Fundamentālā ģeodīniskā stacija. Tajā īsteno divas kosmiskās ģeodēzijas metodes: satelītu lāzerlokāciju (turpmāk – SLR) un globālo pozicionēšanu (turpmāk – GP) LATREF bāzes stacijā RIGA, kas nodrošina starptautisko ģeodēzisko sasaisti. SLR stacija ir iekļauta Starptautiskajā lāzernovērojumu servisā *ILRS* (*International Laser Ranging Service*). LATREF bāzes stacijas RIGA atskaites punkts Rīga (marka 10371) ir iekļauta Starptautiskajā globālās navigācijas satelītu sistēmas (GNSS) servisā *IGS* un *EUREF* pastāvīgajā GNSS tīklā *EPN* (*EUREF Permanent GNSS Network*).

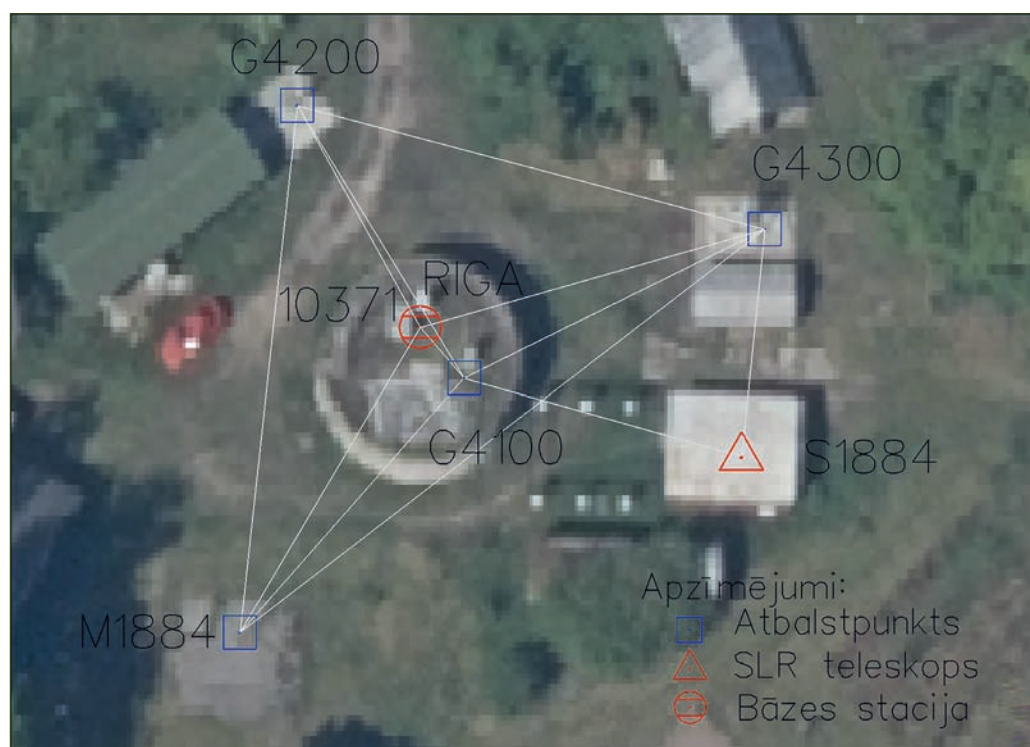
Fundamentālās ģeodīniskās stacijas teritorijā atrodas arī valsts globālās pozicionēšanas tīkla 0. klases (G0) punkts Rīga, kas ir 1992. gada Latvijas ģeodēziskās koordinātu sistēmas (turpmāk – LKS-92) sākumpunkts un vienlaikus definē SLR teleskopa atskaites marku. Katru šo objektu raksturo starptautiski pieņemts DOMES numurs, tas satur deviņus simbolus. Pirmie trīs simboli norāda valsti, nākamie divi norāda apgabalu valstī, sestais simbols ar burtu apzīmē nostiprinājuma veidu (M – nostiprināta marka, S – teleskopa asu krustpunkts), pēdējie trīs simboli apzīmē kārtas numuru [115]. SLR teleskopa asu krustpunktam piešķirts DOMES Nr. 12302S002, sākumpunktam – 12302M001 un LATREF bāzes stacijas RIGA betona monolitā esošajai atskaites punkta markai 10371 – 12302M002.

Lokālās sasaistes mērījumu uzdevums ir iegūt telpisko taisnleņķa koordinātu starpības (koordinātu pieaugumus) un to standartnovirzi starp starptautiski definētajiem punktiem Nr. 12302S002, 12302M002 un 12302M001, tās izmanto sasaistei starp kosmiskās ģeodēzijas novērojumiem un lieto *ITRF* realizācijas iegūšanas procesā.

Uzmērāmajos punktos nav iespējams novietot ģeodēzisko instrumentu un veikt tiešus ģeodēziskās sasaistes mērījumus, tāpēc lieto nepieejama punkta ģeodēzisko raksturlielumu ieguves metodi un aprēķinus veic, izmantojot matemātiskas sakarības.

Lokālās sasaistes atbalsttīkla izveidošana

Lokālās sasaistes īstenošanai izmantoti četri atbalsttīklu veidojošie punkti: M1884, G4100, G4200 un G4300 (14.1. attēls). Punkta G0 Rīga marka M1884 nostiprināta betona konstrukcijā un atrodas zemes virsmas līmenī.



14.1. attēls.

Lokālās sasaistes tīkla shēma.

Izveidotie atbalstpunkti G4100, G4200 un G4300 (14.2. attēls) nostiprināti kā piloni uz stabiliem betona pamatiem un veidoti no nerūsējoša tērauda caurulēm aptuveni 22 cm diametrā. Pilona augšdaļas centrā iestrādāta vītne ģeodēzisko iekārtu pieskrūvēšanai, kas nodrošina to piespiedu centrēšanos. Atbalstpunkta G4100, G4200 un G4300 pilona augstums attiecīgi ir 1,4 m; 2,0 m un 3,0 m no betona pamatnes [116].



14.2. attēls.

Atbalstpunktu un nosakāmo punktu novietojums.

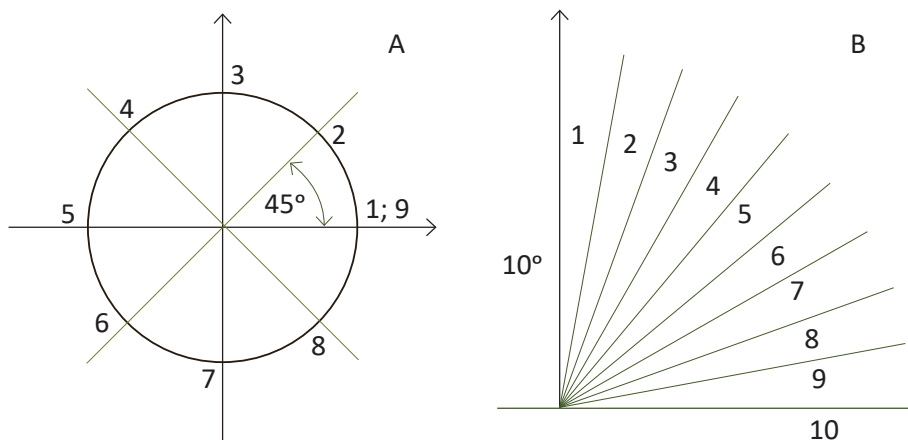
Atbalsttīkla un lokālās sasaistes mērījumi

Atbalsttīkla punkti uzmērīti ar globālo pozicionēšanu, bet lokālajai sasaistei veikti tahimetriskie mērījumi uz atstarotāju, kas novietots nepieejamajos punktos. SLR teleskopa asu krustpunkta uzmērīšanai atstarotājs uzstādīts ap nosakāmā punkta centru veidojošās riņķa līnijas punktos [116].

SLR teleskopa rotācijas asu krustpunkta S1884 noteikšanai izmantots atbalstpunkts G4100 un G4300, tahimetra mērījumi no tiem īstenoti uz prizmu, kas uzstādīta uz teleskopa speciālās plāksnes, un uz monitoringa prizmu, kas ar magnētisko pamatni nostiprināta uz SLR teleskopa tubusa (14.3. attēls).



14.3. attēls.
SLR teleskopa
speciālā plāksne.



14.4. attēls.
SLR teleskopa vertikālās (A) un horizontālās (B) ass uzmērīšanas shēma.

LATREF bāzes stacijas RIGA atskaides punkts 10371 noteikts ar tahimetriskajiem mērījumiem no atbalstpunkta G4100 un G4300 uz punktā 10371 uzstādīto miniprizmu.

Novērojumu un mērījumu datu apstrāde

Globālās pozicionēšanas un tahimetrisko mērījumu datus apstrādā un izlīdzina vienkopu programmatūrā *Trimble Business Center v.5.32* (turpmāk – *TBC*). Par doto punktu izmanto LatPos bāzes staciju Agentura un G0 punktu Rīga.

Mērījumu apstrādes un izlīdzināšanas rezultātā iegūst atbalstpunkta G4100, G4200, G4300 un LATREF bāzes stacijas RIGA atskaides punkta 10371 telpiskās taisnleņķa koordinātas, to standartnovirzes pret dotajiem punktiem, kā arī tahimetriski uzmērīto riņķa līnijas punktu ģeodēziskos raksturlielumus [116].

Riņķa centra noteikšana definētajām riņķa līnijām

Tahimetrisko mērījumu apstrādes un izlīdzināšanas rezultātā definē četras riņķa līnijas, kuras raksturo uzmērītie punkti (14.1. tabula).

14.1. tabula

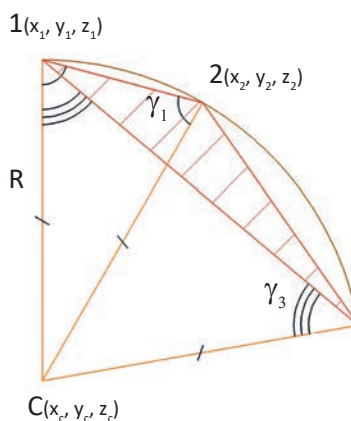
Definētās riņķa līnijas un nosakāmais centrs

Apraksts (mērīts uz)	Nosakāmais riņķa centra numurs	Riņķa līnijas punkti
SLR teleskopa vertikālā rotācijas ass (prizma GPHIP)	8500	no 8501 līdz 8510
SLR teleskopa vertikālā rotācijas ass (monitoringa prizma)	8600	no 8601 līdz 8610
SLR teleskopa horizontālā rotācijas ass (prizma GPHIP)	7500	no 7501 līdz 7509
SLR teleskopa horizontālā rotācijas ass (monitoringa prizma)	7600	no 7601 līdz 7609

Riņķa centra punktu 8500, 8600, 7500 un 7600 noteikšanā izmanto analītiskās ģeometrijas telpā vienādojumus [117]. Trīs telpas punkti 1 (x_1, y_1, z_1), 2 (x_2, y_2, z_2) un 3 (x_3, y_3, z_3), kas atrodas attālumā R no rotācijas centra C (x_c, y_c, z_c) un raksturo riņķa līniju, nosaka vienu plakni 123 (14.5. attēls). Aprēķinos x, y koordinātu vietā lietotas plaknes koordinātu vērtības, bet z koordinātas vietā lietota elipsoidālā augstuma vērtība.

14.5. attēls.

Riņķa centra noteikšana.



Sākumā apskatāms plaknes vispārīgais vienādojums: $Ax + By + Cz + D = 0$, kur vienādojuma atrisinājumu apmierina punkta 1, 2, 3 un riņķa centra C koordinātas. Vienādojuma koeficients A , B un C raksturo plaknes normālvektora virzienu. Vienādojuma atrisināšanai lieto sakarību, kas nosaka plakni caur trīs punktiem [117; 175. lpp]:

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0, \quad (14.1.)$$

$$\text{kur } A = \begin{vmatrix} y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix}, B = \begin{vmatrix} z_2 - z_1 & x_2 - x_1 \\ z_3 - z_1 & x_3 - x_1 \end{vmatrix} \text{ un } C = \begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 \end{vmatrix}.$$

Riņķa centru C raksturo trīs nezināmi lielumi: x_c , y_c , z_c . To noteikšanai sastāda aprēķinu sistēmu no trim vienādojumiem.

1. Plaknes 123 un taisnes vektora $\overline{1C}$ paralelītāte [117; 194. lpp.]:

$$Al_{1c} + Bm_{1c} + Cn_{1c} = 0, \quad (14.2.)$$

kur $l_{1c} = x_c - x_1$, $m_{1c} = y_c - y_1$ un $n_{1c} = z_c - z_1$ ir taisnes virziena koeficients.

2. Leņķis starp divu taisņu vektoriem $\overline{1C}$ un $\overline{12}$ [117; 192. lpp.]:

$$\cos \gamma_1 = \frac{l_{1c}l_{12} + m_{1c}m_{12} + n_{1c}n_{12}}{\sqrt{l_{1c}^2 + m_{1c}^2 + n_{1c}^2} \cdot \sqrt{l_{12}^2 + m_{12}^2 + n_{12}^2}}. \quad (14.3.)$$

3. Leņķis starp divu taisņu vektoriem $\overline{1C}$ un $\overline{12}$:

$$\cos \gamma_3 = \frac{l_{1c}l_{13} + m_{1c}m_{13} + n_{1c}n_{13}}{\sqrt{l_{1c}^2 + m_{1c}^2 + n_{1c}^2} \cdot \sqrt{l_{13}^2 + m_{13}^2 + n_{13}^2}}. \quad (14.4.)$$

Plaknē esošie trijstūri DC12 un C13 ir vienādsānu trijstūri, tāpēc leņķi starp sānu malu un pamatu var izteikt ar sakarību:

$$\cos \gamma_1 = \frac{\sqrt{l_{12}^2 + m_{12}^2 + n_{12}^2}}{2R} \quad (14.5.) \quad \text{un} \quad \cos \gamma_3 = \frac{\sqrt{l_{13}^2 + m_{13}^2 + n_{13}^2}}{2R}, \quad \text{kur} \quad (14.6.)$$

$$R = \sqrt{l_{1c}^2 + m_{1c}^2 + n_{1c}^2}.$$

Ievietojot 14.3. un 14.4. izteiksmē attiecīgi 14.5. un 14.6. vienādojumu, aprēķina sistēma iegūst formu:

$$\begin{cases} Al_{1c} + Bm_{1c} + Cn_{1c} = 0 \\ l_{1c}l_{12} + m_{1c}m_{12} + n_{1c}n_{12} = \frac{l_{12}^2 + m_{12}^2 + n_{12}^2}{2} \\ l_{1c}l_{13} + m_{1c}m_{13} + n_{1c}n_{13} = \frac{l_{13}^2 + m_{13}^2 + n_{13}^2}{2} \end{cases} \quad (14.7.)$$

Vienādojumu sistēmu var pārrakstīt matricas formā:

$$P \times X = Q$$

$$P = \begin{pmatrix} A & B & C \\ l_{12} & m_{12} & n_{12} \\ l_{13} & m_{13} & n_{13} \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} l_{1c} \\ m_{1c} \\ n_{1c} \end{pmatrix} \quad \text{un} \quad Q = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{l_{12}^2 + m_{12}^2 + n_{12}^2}{2} \\ \frac{l_{13}^2 + m_{13}^2 + n_{13}^2}{2} \end{pmatrix}. \quad (14.8.)$$

14.8. vienādojumā X matricas izteikšanai abas puses reizina ar inverso P^{-1} matricu, tad vienādojums iegūst formu:

$$X = P^{-1} \times Q \quad (14.9.)$$

Veicot aprēķinus, katram riņķa centra punktam 8500, 8600, 7500 un 7600 iegūst vairākas vērtības. No tām aprēķina vidējo lielumu, un pēc mazāko kvadrātu metodes aprēķina standartnovirzi vidējam lielumam [116].

Ģeodēziskās sasaistes punktu koordinātu noteikšana

Lokālās sasaistes mērījumu uzdevuma sasniegšanai izmanto LATREF bāzes stacijas RIGA atskaites punkta koordinātas. Tās lieto starptautiskajos aprēķinos un attiecina uz atskaites marku 10371.

SLR teleskopa asu krustpunkta noteikšanai izmanto analītiskās ģeometrijas sakarību, kas nosaka divu taisņu kopīgo perpendikulu telpā [117]. Tā iegūšanai vispirms izsaka SLR teleskopa horizontālās un vertikālās ass raksturojošās taisnes no riņķu centru pāriem attiecīgi 8500–8600 un 7500–7600. Taisnes virziena vektora koeficientu iegūst no tās diviem raksturojošiem punktiem. Abu punktu standartnovirzes raksturo taisnes standartnovirzi. Abu punktu standartnovirzēm jābūt līdzvērtīgām, tad taisnes standartnovirzes pa koordinātu asīm iegūst no standartnoviržu kvadrātu summas:

$$\sigma_{H_ass_taisnei} = \sqrt{\sigma_{8500}^2 + \sigma_{8600}^2} \quad (14.10.)$$

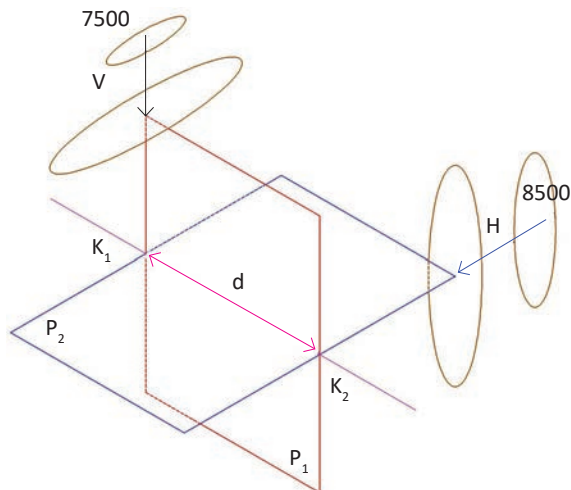
SLR teleskopa horizontālās (8500–8600) un vertikālās (7500–7600) ass taisni izsaka parametriskā vienādojuma formā:

$$\begin{cases} x = x_H + l_H t_H \\ y = y_H + m_H t_H \\ z = z_H + n_H t_H \end{cases} \quad (14.11.)$$

$$\text{un } \begin{cases} x = x_V + l_V t_V \\ y = y_V + m_V t_V \\ z = z_V + n_V t_V \end{cases}, \quad (14.12.)$$

kur t_H un t_V ir attiecīgās ass taisnes parametri un $8500(x_H, y_H, z_H)$ un $7500(x_V, y_V, z_V)$ ir punkts uz taisnes.

Sasaistes mērījumos un aprēķinu procesā uzkrājas kļūdas, kas veido nobīdi no patiesās vērtības. Tas jāņem vērā SLR teleskopa horizontālās un vertikālās ass krustpunkta noteikšanā, ka ass V un H virzās viena otrai garām (14.6. attēls). Telpā, d attālumā viens no otra, veidojas divi virtuāli, asu nobīdi raksturojošie krustpunkti K_1 un K_2 .



14.6. attēls.
SLR teleskopa asu nobīdes
noteikšana.

Nobīdes noteikšanai konstruē plakni P_1 un P_2 . Plaknes novieto attiecīgi caur vertikālās un horizontālās ass taisni paralēli vektoram $\overrightarrow{HV}$, kur vektors $\overrightarrow{HV}$ ir $\vec{V}$ un $\vec{H}$ ass vektoru reizinājums [117; 211. lpp.]. Vienādojums vektoriālā formā ir $\overrightarrow{HV} = \vec{H} \times \vec{V}$, izsakot koordinātu formā [117; 161. lpp.]:

$$\vec{H} \times \vec{V} = \left\{ \begin{vmatrix} m_H & n_H \\ m_V & n_V \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} n_H & l_H \\ n_V & l_V \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} l_H & m_H \\ l_V & m_V \end{vmatrix} \right\} \text{ jeb } \{l_{HV}, m_{HV}, n_{HV}\} \quad (14.13.)$$

Sastāda plakņu P_1 un P_2 vienādojumu sistēmu:

$$P_1 = \begin{vmatrix} x-x_V & y-y_V & z-z_V \\ l_V & m_V & n_V \\ l_{HV} & m_{HV} & n_{HV} \end{vmatrix} = 0 \text{ un} \quad (14.14.)$$

$$\begin{vmatrix} x-x_H & y-y_H & z-z_H \\ l_H & m_H & n_H \\ l_{HV} & m_{HV} & n_{HV} \end{vmatrix} = 0. \quad (14.15.)$$

Ja 14.14. un 14.15. vienādojumu izsaka pēc trešās kārtas determinanta, tad P_1 un P_2 vienādojums iegūst formu:

$$P_1 \text{ ir } \left| \begin{vmatrix} (x-x_V) & m_V & n_V \\ m_{HV} & n_{HV} & 0 \end{vmatrix} - (y-y_V) \begin{vmatrix} l_V & n_V \\ l_{HV} & n_{HV} \end{vmatrix} + (z-z_V) \begin{vmatrix} l_V & m_V \\ l_{HV} & m_{HV} \end{vmatrix} \right| = 0 \quad (14.16.)$$

un

$$P_2 \text{ ir } (x-x_H) \begin{vmatrix} m_H & n_H \\ m_{HV} & n_{HV} \end{vmatrix} - (y-y_H) \begin{vmatrix} l_H & n_H \\ l_{HV} & n_{HV} \end{vmatrix} - (z-z_H) \begin{vmatrix} l_H & m_H \\ l_{HV} & m_{HV} \end{vmatrix} = 0. \quad (14.17.)$$

Plaknes 14.16. un 14.17. vienādojumā ievieto attiecīgi vertikālās un horizontālās ass taisnes 14.11. un 14.12. vienādojumu, tādējādi nosakot parametru t_H un t_V . Tos savukārt ievieto attiecīgajā asu taisnes vienādojumā un iegūst krustpunkta $K_1(x_{K1}, y_{K1}, z_{K1})$ un $K_2(x_{K2}, y_{K2}, z_{K2})$ koordinātas.

Nobīdi d nosaka ar vienādojumu:

$$d = \sqrt{(x_{K2} - x_{K1})^2 + (y_{K2} - y_{K1})^2 + (z_{K2} - z_{K1})^2}. \quad (14.18.)$$

Noteiktā SLR teleskopa asu savstarpējā nobīde 0,5 mm atbilst teleskopa konstrukcijas asu pieļaujamajai nesakritības robežai apmēram 1 mm [116].

Ņemot vērā riņķa līnijas uzmērīšanas metodi un tās centra noteikšanas aprēķinu, turpmākiem ģeodēziskās sasaistes aprēķiniem izmanto noteiktās SLR teleskopa asu virtuālā krustpunkta K_1 vērtības x un y un krustpunkta K_2 vērtību h , jo tās precīzāk raksturo SLR teleskopa krustpunkta atrašanās vietu telpā.

SLR teleskopa asu krustpunkta koordinātas jāizsaka telpiskajā taisnleņķa koordinātu sistēmā, tāpēc koordinātu standartnovirzes pārnesē pieņem, ka tā raksturo maksimālo novirzi no koordinātām, kas izteiktas kā novirzes punkta koordinātas. Pārrēķinam no LKS-92 TM uz LKS-92 BL lieto Aģentūras koordinātu pārrēķina kalkulatoru [118]. Ģeodēziskā platuma, garuma un augstuma vērtību ievada *TBC* programmā un nosaka telpiskās taisnleņķa koordinātas. Teleskopa asu krustpunkta S1884 un novirzes punkta savstarpējā starpība nosaka S1884 aptuveno koordinātu standartnovirzi.

Aprēķinu procesā noteiktās SLR teleskopa asu krustpunkta S1884 un LATREF bāzes stacijas RIGA atskaites punkta RIGA (punkts 10371) telpiskās taisnleņķa koordinātas un to standartnovirze, kā arī valsts globālās pozicionēšanas tīkla 0. klases (G0) punkta Rīga (M1884) telpiskās taisnleņķa koordinātas un standartnovirze apkopotas 14.2. tabulā.

14.2. tabula

Ģeodēziskās sasaistes punktu telpiskās taisnleņķa koordinātas

DOMES Nr.	Nr.	Telpiskās taisnleņķa koordinātas			Standartnovirzes		
		X, m	Y, m	Z, m	σ_X , m	σ_Y , m	σ_Z , m
12302M001	M1884	3183914,3463	1421473,5059	5322796,6985	0,00001	0,00001	0,00001
12302M002	10371	3183899,5132	1421478,3332	5322810,6182	0,0013	0,0009	0,0021
12302S002	S1884	3183896,1034	1421497,0053	5322803,6662	0,0006	0,0011	0,0016

Izmantojot 14.2. tabulā apkopotos datus, iegūst koordinātu pieaugumu starp SLR teleskopa asu krustpunktu (12302S002), sākumpunktu (12302M001) un LATREF bāzes stacijas RIGA atskaites marku (12302M002), bet koordinātu pieaugumu raksturojošo standartnovirzi – ar 14.10. vienādojumu [116].

Zemes rotācijas elipsoīds

Turpmāk uzskaitīti Zemes rotācijas elipsoīda galvenie parametri.

Lielā pusass a .

Mazā pusass b .

Polārais rādiuss $c = \frac{a^2}{b^2}$.

Saplakums $f = \frac{a-b}{a}$.

Pirmā ekscentricitāte $e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$.

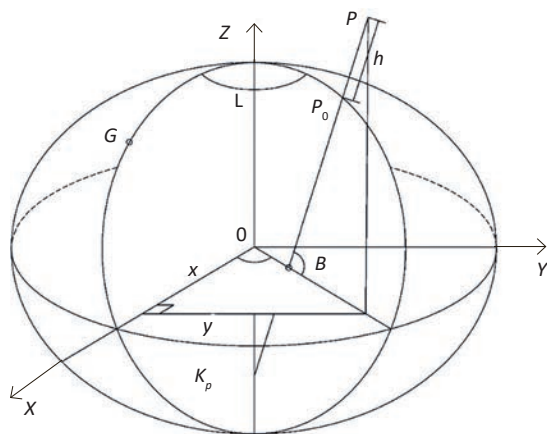
Otrā ekscentricitāte $e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$.

Ģeodēziskā koordinātu sistēma nosaka punkta ģeometrisko pozīciju uz Zemes virsmas kā ģeodēzisko garumu (L), ģeodēzisko platumu (B) un ģeodēzisko augstumu (h).

Brīvi izvēlēta Zemes punkta P un tā projekcijas uz elipsoīda P_0 ģeodēziskais garums ir divplakņu kaks starp meridiāna plakni un sākuma meridiāna plakni (starptautiski pieņemto sākuma meridiānu caur Griničas vidējo observatoriju), ko apzīmē ar L (pirmais burts no vācu valodas vārda *Länge*).

Ģeodēziskais platumš punktā P un tā projekcijā P_0 ir leņķis starp ekvatora plakni un elipsoīda normāli PK_p , ko apzīmē ar B (pirmais burts no vācu valodas vārda *Breite*).

Ģeodēziskais augstums punktā P ir distance no elipsoīda līdz punktam pa elipsoīda normāli, ko apzīmē ar h .



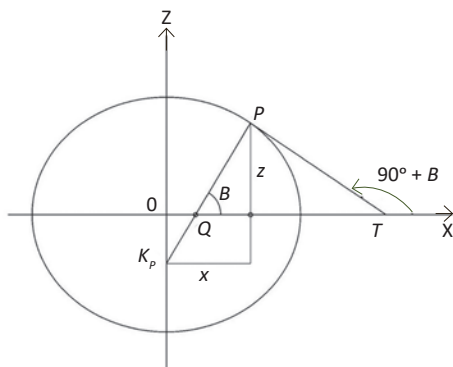
15.1. attēls.

Ģeodēzisko koordinātu un telpisko ģeodēzisko taisnleņķa (Dekarta) koordinātu sistēmas.

15.1. attēlā telpisko ģeodēzisko taisnleņķa koordinātu sistēmas sākums atrodas Zemes elipsoīda centrā O un sākuma meridiāna un ekvatora plaknes šķēluma līnija ir x ass. Savukārt y ass ir perpendikulāra x asij ekvatora plaknē. z ass ir Zemes elipsoīda rotācijas ass. Punkta P pozīciju var izteikt ar X, Y un Z koordinātām.

Meridiāna plaknē punktā P var izveidot taisnleņķa plaknes koordinātu sistēmu ar asīm x, y, z (sk. attēlu zemāk) Normāle PK_p veido leņķi B ar x asi. Punktā P zīmē tangenti pret meridiānu – TP . Leņķis starp tangenti TP un x asi ir $90^\circ + B$. Tangentes slīpums punktā P ir vienāds ar šī punkta liekuma pirmās kārtas atvasinājumu:

$$\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(90^\circ + B) = -\operatorname{ctg} B.$$



15.2. attēls.

Attiecība starp x, z un B .

Attiecība starp x, z un B .

Eliptiskais vienādojums izsakāms šādā formā:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1.$$

Atvasinot pēc x , iegūst:

$$\frac{2x}{a^2} + \frac{2z}{b^2} \cdot \frac{dz}{dx} = 0 \quad \text{vai} \quad y = -\frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{x}{\frac{dz}{dx}}.$$

Izmantojot $\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(90^\circ + B) = -\operatorname{ctg} B$ un $b = a\sqrt{1-e^2}$, iegūst:

$$z = x(1-e^2)\operatorname{tg} B.$$

Ievietojot $z = x(1-e^2)\operatorname{tg} B$ eliptiskajā vienādojumā, iegūst B parametriskos vienādojumus:

$$x = \frac{a}{\sqrt{1-E^2 \sin^2 B}} \cos B = \frac{a}{W} \cos B,$$

$$z = \frac{a(1-E^2)}{\sqrt{1-e^2 \sin^2 B}} \sin B = \frac{a(1-e^2)}{W} \cos B.$$

Apzīmējot

$$W = \sqrt{1-e^2 \sin^2 B}$$

un $PK_p = N$ (skatīt 15.2. attēlu), iegūst

$$x = PK_p \cos B = N \cos B,$$

$$z = PQ \sin B$$

ar šādām tālāk pārveidotajām izteiksmēm:

$$PK_p = N = \frac{a}{W},$$

$$PQ = N(1-e^2),$$

$$QK_p = PK_p - PQ = Ne^2.$$

Konvertācija starp ģeodēziskajām koordinātām

Attēlā zemāk taisnleņķa trijstūrī $K_p P_3 = (N+H) \cos B$ un $OP_2 = K_p P_3$ un $OP_2 = K_p P_3$, atbilstoši taisnleņķa trijstūrim $OP_1 P_2$:

$$X = OP_2 \cos L = (N+h) \cos B \cos L$$



Taisnleņķa trijstūrī PQP_2 :

No kā izriet:

Līdz ar to iegūtās formulas Dekarta koordinātu konvertācijai no ģeodēziskajām koordinātām ir:

Ja zināmas Dekarta koordinātas, X , Y un Z izsakāms formulas L , B un h aprēķinam. Ģeodēzisko platumu un garumu no Dekarta telpas koordinātām iespējams konvertēt ar iterācijām un tieši.

Pirmais iteratīvais variants. Ģeodēzisko garumu aprēķina:

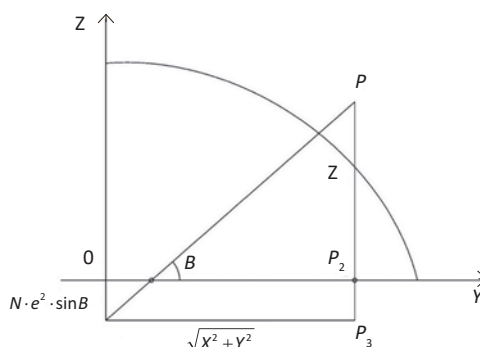
$$\operatorname{tg} L = \frac{Y}{X},$$

un

$$L = \operatorname{arctg} \frac{Y}{X}.$$

15.4. attēlā punkta P meridiāna šķēlumā redzams, ka $OK_p = Ne^2 \sin B$, no kurienes:

$$\operatorname{tg} B = \frac{Z + Ne^2 \sin B}{\sqrt{X^2 + Y^2}}.$$



15.4. attēls.
1 P meridiāna šķēlums.

Ievietojot $N = \frac{a}{W} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}}$ iepriekšējā vienādojumā un dalot skaitītāju un

saucēju ar $\cos B$, iegūst:

$$\operatorname{tg} B = \frac{1}{\sqrt{X^2 + Y^2}} = \left(Z + \frac{ae^2 \operatorname{tg} B}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 B - e^2 \operatorname{tg}^2 B}} \right).$$

Vienādojuma abās pusēs nezināmais ir platums B , tāpēc $\operatorname{tg} B$ nosakāms iterāciju veidā. Sākotnējo $\operatorname{tg} B_0$ pieņem:

$$\operatorname{tg} B_0 = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}.$$

Kreisās puses $\tan B$ var aprēķināt (t. i., $\operatorname{tg} B_1$). Ievietojot $\operatorname{tg} B = \operatorname{tg} B_1$, iterācijas atkārto līdz starpība starp divām B vērtībām ir mazāka par 0,000001".

Taisnleņķa trijstūrī PKP_3 15.4. attēlā iegūstama sakarība:

$$\cos B = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{N + h}$$

un šāds ģeodēziskais augstums:

$$h = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos B} - N.$$

Otrais iteratīvais variants

Apzīmējot ģeodēziskā punkta P attālumu līdz rotācijas asij ar

$$p = \sqrt{X^2 + Y^2} = (N + h) \cos B$$

un izsakot vienādojumu $Z = PP_2 = PQ \sin B = (N(1 - e^2) + h) \sin B$,

$$Z = (N + h) \left(1 - e^2 \frac{N}{N + h} \right) \sin B.$$

Dalot vienādojumu $Z = (N + h) \left(1 - e^2 \frac{N}{N + h} \right) \sin B$ ar $p = \sqrt{X^2 + Y^2} = (N + h) \cos B$, iegūst

$$\frac{Z}{p} = \left(1 - e^2 \frac{N}{N + h} \right) \operatorname{tg} B,$$

no kurienes

$$\operatorname{tg} B = \frac{Z}{p} \left(1 - e^2 \frac{N}{N + h} \right)^{-1}$$

un šāds ģeodēziskais augstums:

$$h = \frac{p}{\cos B} - N.$$

Līdz ar to ir šādi secīgi soļi ģeodēziskā platuma un augstuma aprēķinam:

1) aprēķina $p = \sqrt{X^2 + Y^2}$;

2) aprēķina aptuveno platuma vērtību

$$\operatorname{tg} B_0 = \frac{Z}{p} (1 - e^2)^{-1};$$

3) aprēķina aptuveno elipsoīda normālā šķēluma liekuma rādiusu pirmā vertikālā plaknē

$$N_0 = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}};$$

4) aprēķina augstumu virs elipsoīda

$$h = \frac{p}{\cos B_0} - N_0;$$

5) aprēķina uzlaboto platuma vērtību

$$\operatorname{tg} B = \frac{Z}{p} \left(1 - e^2 \frac{N_0}{N_0 + h} \right)^{-1};$$

6) pārbauda nākamās iterācijas nepieciešamību. Ja $B - B_0 \leq 0,000001''$, tad iterācija ir beigusies. Ja ne, turpina no 3. soļa.

Trešā iteratīvā varianta, ko apraksta latviešu ģeodēzists J. Bikše, formulu izveduma pamatā ir meridiāna šķēluma attēlojums (skatīt 15.5. attēlu).

Punkta P ģeodēziskais garums:

$$L = \operatorname{arctg} \frac{Y}{X},$$

punkta P ģeodēziskais platums:

$$B = \operatorname{arctg} \frac{Z + e^2 N \sin B}{p}.$$

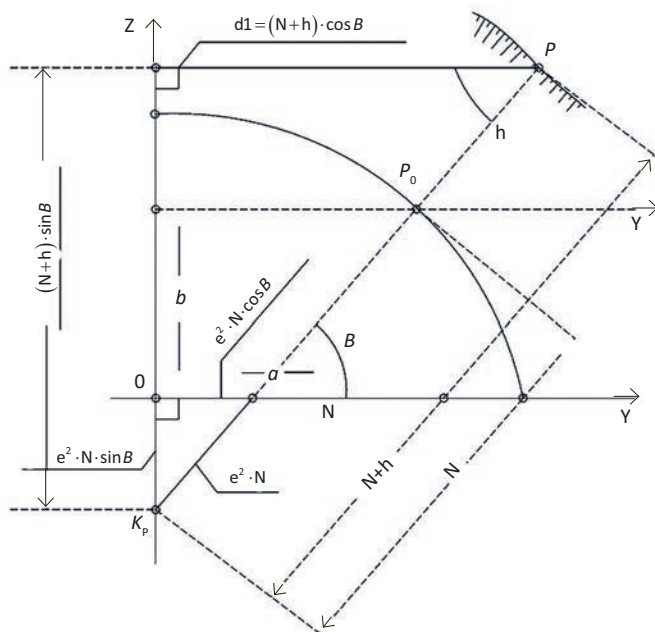
Ģeodēzisko platumu aprēķina pakāpeniskā tuvinājumā, un sākuma vērtību aprēķina:

$$B_0 = \operatorname{arctg} \frac{Z}{p},$$

un attiecīgu elipsoīda normālā škēluma liekuma rādiusu pirmā vertikāla plaknē aprēķina:

$$N_0 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_0}}.$$

Ģeodēzisko augstumu aprēķina tāpat kā platuma B gala vērtību.



15.5. attēls.
Meridiāna šķēlums
punktā P.

Ceturtais iteratīvais variants ir tieša konvertācija.

Punkta P ģeodēzisko garumu aprēķina, kā iepriekš:

$$L = \operatorname{arctg} \frac{Y}{X},$$

Savukārt ģeodēzisko platumu nosaka tieši, bez iterācijām:

$$B = \arctg \frac{Z + e'^2 b \sin^3 \theta}{p - e^2 a \cos^3 \theta},$$

kur

$$\theta = \arctg \frac{Za}{pb} \text{ un } e^{i^2} = \frac{a^2 - b^2}{b^2}.$$

Ģeodēziskais augstums noteikts ar zināmu platuma vērtību:

$$h = \frac{p}{\cos B} - N.$$

Rezultātu precizitātes atšķirības starp dažādām konvertācijas metodēm ir praktiski nebūtiskas. Līdzšinējā ģeodēzisko aprēķinu praksē biežāk izmanto otro iteratīvo variantu.

Izmantotā literatūra

1. Torge, W., Müller, J. (2012). Geodesy. Berlin/Boston: De Gruyter.
2. Makinen J., Ihde J. (2009). The permanent tide in height systems. In M.G. Sideris, (Ed.), Observing our Changing Earth. International Association of Geodesy Symposia, 133 (pp. 81–87). Springer, Berlin, Heidelberg.
3. International Earth Rotation and Reference Systems Service (IERS) [tiešsaiste]. IERS [skatīts 2024. gada 8. aprīlī]. Pieejams: <https://www.iers.org/>
4. International GNSS Service (IGS) [tiešsaiste]. IGS [skatīts 2024. gada 8. aprīlī]. Pieejams: <https://igs.org/>
5. EUREF Permanent GNSS Network [tiešsaiste]. EPN [skatīts 2024. gada 8. aprīlī]. Pieejams: <https://epncb.oma.be/>
6. EUREF [tiešsaiste]. EUREF [skatīts 2024. gada 8. aprīlī]. Pieejams: <http://www.euref.eu/>
7. Nordic Geodetic Commission (NKG) [tiešsaiste]. NKG [skatīts 2024. gada 8. aprīlī]. Pieejams: <https://www.nordicgeodeticcommission.com/>
8. Ministru kabineta 2011. gada 15. novembra noteikumi Nr. 879. (2011). Ģeodēziskās atskaite sistēmas un topogrāfisko karšu sistēmas noteikumi.
9. Gremze V., Kūkums K., Lazdāns J., Miķelsons R. (1994). Valsts ģeodēziskais pamattīkls. Rīga: RTU Ģeodēzijas institūts.
10. Gremze V., Kūkums K., Lazdāns J., Miķelsons R. (1994). Aizpildošais GPS tīkls. Rīgas, Ventspils un Valkas sektors. Rīga: RTU Ģeodēzijas institūts.
11. Latvijas Republikas Valsts zemes dienests. (1996). Aizpildošais GPS tīkls. Strantes sektors (Atskaite). Rīga.
12. Latvijas Republikas Valsts zemes dienests. (1996). Aizpildošais GPS tīkls. Jaunjelgavas sektors (Atskaite). Rīga.
13. Latvijas Republikas Valsts zemes dienests. (1997). Aizpildošais GPS tīkls. Daugavpils sektors (Atskaite). Rīga.
14. Latvijas Republikas Valsts zemes dienests. (1997). Aizpildošais GPS tīkls. Kurzemes sektors (Atskaite). Rīga.
15. Latvijas Republikas Valsts zemes dienests. (1997). Aizpildošais GPS tīkls. Austrumlatgales sektors (Atskaite). Rīga.
16. Latvijas Republikas Valsts zemes dienests. (1999). Zemgales sektora aizpildošā GPS tīkla tehniskā atskaite (Atskaite). Rīga.
17. Latvijas Republikas Valsts zemes dienests. (2000). Ventspils sektora aizpildošā GPS tīkla tehniskā atskaite (Atskaite). Rīga.
18. Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra. (2024). LATREF ģeodēzisko bāzes staciju koordinātu noteikšana (Pārskats). Rīga.
19. EPN/IGS prasībām atbilstošo GNSS uztvērēju un antenu saraksts [tiešsaiste]. EPN [skatīts 2024. gada 2. jūlijā]. Pieejams: http://www.epncb.oma.be/ftp/station/general/rcvr_ant.tab
20. EPN/IGS bāzes staciju koordinātu un koordinātu ātrumu saraksti [tiešsaiste]. EPN [skatīts 2024. gada 2. jūlijā]. Pieejams: <http://www.epncb.oma.be/ftp/station/coord/EPN/>

21. Guidelines for the EPN Analysis Centres [tiešsaiste]. EPN [skatīts 2024. gada 2. jūlijā]. Pieejams: http://epncb.oma.be/_documentation/guidelines/guidelines_analysis_centres.pdf
22. Guidelines for EUREF Densifications [tiešsaiste]. EPN [skatīts 2024. gada 2. jūlijā]. Pieejams: http://epncb.oma.be/_documentation/guidelines/Guidelines_for_EUREF_Densifications.pdf
23. ETRF/ITRF Coordinate Transformation Tool (ECTT) [tiešsaiste]. EPN [skatīts 2024. gada 2. jūlijā]. Pieejams: http://www.epncb.oma.be/_productservices/coord_trans/index.php
24. Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra. (2024). LatPos bāzes staciju koordinātu noteikšana (Pārskats). Rīga.
25. EVRS definīcija. Pieejams: <https://evrs.bkg.bund.de/Subsites/EVRS/EN/DefEVRS/evrs.html?sessionid=35001656B8550D6234A4E9D2E6B4A3EF.live12> [skatīts 2024. gada 3. janvārī].
26. Znotiņa M. (2014). Valsts 2. klases nivelēšanas tīkla pilnveidošana Latvijas dienvidaustrumu reģionā. Rīga, Rīgas Tehniskā universitāte.
27. Informācija par EVRF2000. Pieejama: <https://evrs.bkg.bund.de/Subsites/EVRS/EN/EVRF2000/evrf2000.html> [skatīts 2024. gada 3. janvārī].
28. Informācija par EVRF2007. Pieejama: <https://evrs.bkg.bund.de/Subsites/EVRS/EN/EVRF2007/evrf2007.html> [skatīts 2024. gada 3. janvārī].
29. Informācija par EVRF2019. Pieejama: <https://evrs.bkg.bund.de/Subsites/EVRS/EN/EVRF2019/evrf2019.html> [skatīts 2024. gada 3. janvārī].
30. Informācija par Normālo Amsterdamas pāli. Pieejama: <https://www.normaalamsterdamspeil.nl/en/> [skatīts 2024. gada 4. janvārī].
31. Latvijas Republikas 1. klases nivelēšanas tīkla pārskats. (2013). Rīga, Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra.
32. Latvijas 2. klases nivelēšanas tīkla pilnveidošana. (2018). Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra, Rīga.
33. Nivelēšana. (2021). Metodoloģija. GeoRefAct, Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra, Rīga.
34. Ģeodēzija. (2007). Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra, Rīga.
35. Valsts ģeodēziskā tīkla punkta nivelēšanas noteikumi. (2024). Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra, Rīga, 2024.
36. Pārskats par izpildītajiem nivelēšanas darbiem 2022. gadā. (2023). Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra, Rīga.
37. Nivelēšanas datu apstrāde. Metodoloģija. GeoRefAct, Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra, Rīga, 2021.
38. Hofmann-Wellenhof, B., Moritz, H. (2006). Physical geodesy. Austria, SpringerWienNewYork.
39. Torge, W. (2001). Geodesy. Third completely revised and extended edition. New York, Walter de Gruyter.
40. Conférence Générale des Poids et Mesures. (1901). Proceedings of the 3rd CGPM. [Skatīts 2024. gada 4. maijā]. Pieejams: <https://www.bipm.org/en/committees/cg/cgpm/3-1901/resolution-2>
41. Jekeli, C. (2007). Potential theory and the static gravity field of the Earth. Treatise on Geophysics, 3, 11–42.
42. National institute of standards and technology. (2005). Guide for the use of the International System of Units (SI) (Dokumentācija). Boulder, CO.

43. Torge, W. (1989). Gravimetry. New York, Walter de Gruyter.
44. Krynski, J. (2012). Gravimetry for geodesy and geodynamics – brief historical review. *Reports on Geodesy*, 92(1), 69–86.
45. Kater, H. (1818). An account of experiments for determining the length of the pendulum vibrating seconds in the latitude of London. *Phil. Trans. R. Soc.*, 108, 33–102.
46. Torge, W. (1986). The International Association of Geodesy (IAG) – more than 130 years of international cooperation. *Journal of Geodesy*, 70, 840–845.
47. Morelli, C., Gantar, C., McConnell, R. K., Szabo, B., Uotila, U. (1972). The international gravity standardization net 1971 (IGSN 71). Italy, Observatorio Geofisico Sperimentale Trieste.
48. International Association of Geodesy. (2015). IAG Resolutions. Adopted by the IAG Council at the XXVth IUGG General Assembly, Prague, Czech Republic, June 22–July 2, 2015. [Skatīts 2024. gada 1. aprīlī]. Pieejams: <https://office.iag-aig.org/doc/5d7b8fd9d31dc.pdf>
49. Wziontek, H., Bonvalot, S., Falk, R., Gabalda, G., Makinen, J., Pálinkáš, V., Rulke, A., Vitushkin, L. (2021). Status of the international gravity reference system and frame. *Journal of Geodesy*, 95, Article 7.
50. Valsts zemes dienests. (1998). Gravity survey in Latvia, establishment of a precision gravity network (Atskaite).
51. Wu, S., Feng, J., Li, C., Su, D., Wang, Q., Hu, R., Mou, L. (2021). The results of 10th International Comparison of Absolute Gravimeters (ICAG-2017). *Journal of Geodesy*, 95, Article 63.
52. Vestol, O., Agren, J., Steffen, H., Kierulf, H., Tarasov, L. (2019). NK2016LU: a new land uplift model for Fennoscandia and the Baltic Region. *Journal of Geodesy*, 93, 1759–1779.
53. Bilker-Koivula, M., Naranen, J., Saari, T., Nuttunen, E. (2022). Renewal of the Finnish calibration line for relative gravimeters. [Skatīts 2024. gada 1. aprīlī]. Pieejams: https://www.nordicgeodeticcommission.com/wp-content/uploads/2022/09/8-Mirjam-Bilker-Koivula_Renewal-of-the-Finnish-calibration-line-for-relative-gravimeters.pdf
54. Kalman, R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of Basic Engineering*, 82(3), 35–45.
55. Reudink, R. H. C., Klees, R., Flikweert, P. L. M. (2019). Tilt susceptibility of the scintrex CG-5 autograv gravity meter revisited. *International Symposium on Gravity, Geoid and Height Systems 2016 – Proceedings Organized by IAG Commission 2 and the International Gravity Field Service.*, 148, 119–123.
56. Reudink, R. H. C., Klees, R., Francis, O., Kusche, J., Schlesinger, R., Shabanloui, A., Sneeuw, N., Timmen, L. (2014). High tilt susceptibility of the Scintrex CG-5 relative gravimeters. *Journal of Geodesy*, 88(6), 617–622.
57. Fabrice, A., Galtieri, L., Stutzmann, E. (2015). How ocean waves rock the Earth: Two mechanisms explain microseisms with periods 3 to 300 s. *Geophysical Research Letters*, 42(3), 765–782.
58. Oja, T. (2019). EG2000 – new gravity reference frame of Estonia. [Skatīts 2024. gada 1. aprīlī]. Pieejams: <https://www.euref.eu/sites/default/files/symposia/2019Tallinn/02-12-Oja.pdf>
59. Marti, U., Baumann, H., Burki, B., Gerlach, C. (2015). A first traceable gravimetric calibration line in the Swiss Alps. In Jin, S., Barzaghi, R. (Eds.), *IGFS 2014, International Association of Geodesy Symposia*, 144. Switzerland, Springer.
60. Timmen, L., Falk, R., Gabriel, G., Lothhammer, A., Schilling, M., Vogel, D. (2018). The relative gravimeter calibration system Hannover for 10e-4 scale determination. *Allgemeine Vermessungs Nachrichten*, 125(5), 140–150.

61. Oja, T. (2012) Gravity system and network in Estonia. In Kenyon, S. et al. (Eds.), *Geodesy for Planet Earth*. International Association of Geodesy Symposia, 136, 315–322. Berlin, Springer-Verlag.
62. Oja, T., Ellmann, A., Gruno, A., Turk, K. (2011) Relative gravity surveys on ice-covered water bodies. *Environmental engineering*. The 8th International Conference. Selected Papers (May 19–20, 2011). Vilnius, Vilnius Gediminas Technical University.
63. Makinen, J. (2010). Gravity gradients above piers in absolute gravimetry: Use remove-restore for the pier attraction. *IAG Symposium on Terrestrial Gravimetry: Static and Mobile Measurements* (22–25 June, 2010).
64. Dykowski, P. (2012). Vertical gravity gradient determination for the needs of contemporary absolute gravity measurements – first results. *Reports on Geodesy*, 92(1), 23–35.
65. Pasteka, R., Panisova, J., Zahorec, P., Papčo, J., Mrlina, J., Fraštia, M., Vargemezis, G., Kušnirák, D., Zvara, I. (2020). Microgravity method in archaeological prospection: methodical comments on selected case studies from crypt and tomb detection. *Archaeological Prospection*, 27(4), 415–431.
66. https://www.researchgate.net/figure/South-pointing-spoon-Si-Nan-spoon-compass-Model-of-a-magnetic-compass-used-in-ancient_fig2_351652714
67. Campbell, W. H. (2003). *Introduction to geomagnetic fields* (2nd ed.). Cambridge University Press.
68. <https://www.swsc-journal.org/articles/swsc/pdf/2013/01/swsc130015.pdf>
69. IAGA Guide for Magnetic Repeat Station Surveys <http://www.iaga-aiga.org/data/uploads/pdf/guides/iaga-guide-repeat-stations.pdf>
70. <https://www.ncei.noaa.gov/products/international-geomagnetic-reference-field>.
71. <https://www.ncei.noaa.gov/products/world-magnetic-model>
72. http://geomag.bgs.ac.uk/data_service/space_weather/Global_activity_now.html
73. IAGA Guide for Magnetic Measurements and Observatory Practice <http://www.iaga-aiga.org/data/uploads/pdf/guides/iaga-guide-observatories.pdf>
74. Freijs, V., Jakubovskis, O., Kronbergs, M., Zuments, U. (1993). *Ģeodēzija. Zvaigzne*, Rīga.
75. <https://iaga-aiga.org/>
76. Helfriča, B., Bīmane, I., Kronbergs, M., Zuments, U. (2007). *Ģeodēzija. Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra*, Rīga.
77. International monitor for Auroral geomagnetic effects (IMAGE) magnetometer network. Available: https://space.fmi.fi/image/www/index.php?page=user_defined
78. Secular variation in Finland. Available: <https://space.fmi.fi/MAGN/secular/>
79. Tregoning, P., Herring, T. A. (2006). Impact of a priori zenith hydrostatic delay errors on GPS estimates of station heights and zenith total delays. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 111(23). <https://doi.org/10.1029/2006GL027706>
80. Yang, Y., Yu, Z. (2017). Application of Precision Positioning Technology in Construction Engineering. 3rd International Conference on Materials Engineering, Manufacturing Technology and Control (July 13–15, 2017), 42–47. Seoul: ICSMME
81. Kouba, J., Héroux, P. (2001). Precise point positioning using IGS orbit and clock products [tiešsaiste]. ResearchGate [skatīts 2024. gada 18. aprīlī]. Pieejams: https://www.researchgate.net/publication/226554848_Precise_Point_Positioning_Using_IGS_Orbit_and_Clock_Products

82. Zumbege, J. F., Heflin, M. B., Jefferson, D. C., Watkins, M. M., Webb, F. H. (1997). Precise point positioning for the efficient and robust analysis of GPS data from large networks. [tiešsaiste]. ResearchGate [skatīts 2024. gada 26. aprīlī]. Pieejams: https://www.researchgate.net/publication/23586998_Precise_Point_Positioning_for_the_Efficient_And_Robust_Analysis_of_GPS_Data_from_Large_Networks
83. Bisnath, S., Gao, Y. (2009). Current state of precise point positioning and future prospects and limitations. In Sideris, M. G. (ed.), *Observing our Changing Earth*. International Association of Geodesy Symposia, 133 (pp. 615–623). Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-540-85426-5_71
84. Teunissen, P. J. G. (1995). The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: A method for fast GPS integer ambiguity estimation. *Journal of Geodesy*, 70, 65–82. <https://doi.org/10.1007/BF00863419>
85. Bisnath, S., Langley, R. B. (2006). Precise point positioning with ambiguity resolution using the decoupled clock model. [tiešsaiste]. ResearchGate [skatīts 2024. gada jūnijā]. Pieejams: https://www.researchgate.net/publication/287080939_Precise_point_positioning_with_ambiguity_resolution_using_the_decoupled_clock_model
86. Khodabandeh, A., Grafarend, E. W., Zhang, K. (2018). Least-squares and robust estimation of GPS precise point positioning with (GLONASS) dual-frequency observables [tiešsaiste]. ResearchGate [skatīts 2024. gada 20. jūnijā]. Pieejams: https://www.researchgate.net/publication/253097709_Precise_point_positioning_using_dual-frequency_GPS_and_GLONASS_measurements
87. Rastogi, R. G. (2000). Ionospheric effects on GPS. [tiešsaiste]. ResearchGate [skatīts 2025. gada 12. janvārī]. Pieejams: https://www.researchgate.net/publication/223839664_Ionospheric_effects_on_GPS_positioning
88. Basu, S., & Basu, S. (2008). Ionospheric effects on low latitude ground and space-based navigation and communication systems. Retrieved from: <https://geoscienceletters.springeropen.com/counter/pdf/10.1186/s40562-016-0043-6.pdf>
89. Béniguel, Y., Angling M., Banfi E. (2012). Ionospheric Effects on GNSS Performance [tiešsaiste]. IEEE [skatīts 2025. gada 21. janvārī]. Pieejams: <http://www.ieea.fr/publications/ieea-2012-navitec.pdf>
90. Xue, Z., Lu, Z., Xiao, Z., Song, J., Ni, S. (2022). Overview of multipath mitigation technology in global navigation satellite system. Retrieved from: <https://www.frontiersin.org/journals/physics/articles/10.3389/fphy.2022.1071539/full>
91. Yizengaw, E. (2024). The impact and sources of radio frequency interference on GNSS signals [tiešsaiste]. AGUPub [skatīts 2025. gada 21. janvārī]. Pieejams: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1029/2024RS008109>
92. Saari, T., Bilker-Koivula, M., Koivula, H., Nordman, M., Hakli, P., Lahtinen, S. (2021). Validating geoid models with marine GNSS measurements, sea surface models, and additional gravity observations in the Gulf of Finland. *Marine Geodesy*, 44(3), 196–214.
93. Lowrie, W. 2007. *Fundamentals of geophysics* (2nd ed.). New York, Cambridge University press.
94. Märdla, S. et al. (2017). From discrete gravity survey data to a high-resolution gravity field representation in the Nordic-Baltic region. *Marine Geodesy*, 40(6), 416–453.
95. Tziavos, N., Grigoriadis, V. N., Natsiopoulos, D. A., Vergos, G. S., Tziavos, I. N. (2023). Geoid studies in two test areas in Greece using different geopotential models towards the estimation of a reference geopotential value. *Remote Sensing*, 15(17), Article 4282.

96. Ågren, J., Bilker-Koivula, M., Omang, O., Strykowski, G. (2015). On the development of the new Nordic gravimetric geoid model NKG2015. 26th International Union of Geodesy and Geophysics (IUGG) General Assembly. Prague, Czech Republic.
97. Forsberg, R., Tscherning, C. C. (2008). An overview manual for the GRAVSOFTE geodetic gravity field modelling programs (2nd ed.). Pieejams: https://www.academia.edu/9206363/An_overview_manual_for_the_GRAVSOFTE_Geodetic_Gravity_Field_Modelling_Programs
98. Latvijas Ģeotelpiskā informācijas aģentūra. (2015). Latvijas kvazigeoīda modeļa LV'14 aprēķināšanas metodika. Rokasgrāmata. [Skatīts 2022. gada 1. janvārī]. Pieejams: https://www.lgia.gov.lv/sites/lgia/files/document/kvazigeoīda_modela_apraksts.pdf
99. Ellmann, A., Märdla, S., Oja, T. (2019). The 5 mm geoid model for Estonia computed by the least squares modified Stokes's formula. *Survey Review*, 52(373), 352–372.
100. Zandersons, V. (2019). Mohorovičiča virsmas modeļa izveide Latvijas teritorijai pēc gravitācijas lauka mērījumiem [Maģistra darbs, Latvijas Universitāte], Rīga.
101. Gómez-Ortiz, D., Agarwal, B. (2005). 3DINVER.M: A MATLAB program to invert the gravity anomaly over a 3D horizontal density interface by Parker-Oldenburg's algorithm. *Computers and Geosciences*, 31(4), 513–520.
102. Popovas, D., Paršeliūnas, E., ... Žygaite, R. (2024). National Reprot of Lithuania. Konferences ziņojums. NKG WG Hegt and Geoid meeting 2024. Reykjavik (March 12–15, 2024).
103. Turk, K., Sulaoja, M. ... Jurgenson, H. (2011). Precise gravity surveys in South Estonia from 2009 to 2011. *Environmental engineering* 8 (May 19–21, 2011).
104. Wilde-Piorko, M., Bilker-Koivula, M. ... Zuševics, V. (2023a). Report of modern marine gravity data for selected areas of southern and eastern Baltic sea (Atskaite). [Skatīts 2024. gada 1. jūnijā]. Pieejams: https://interreg-baltic.eu/wp-content/uploads/2023/10/report_modern_final.pdf
105. Wilde-Piorko, M., Bilker-Koivula, M. ... Zuševics, V. (2023b). Report on availability and re-processing of the historical marine gravity data of the southern and easter, Baltic sea. Atskaite. [Skatīts 2024. gada 1. jūnijā]. Pieejams: https://interreg-baltic.eu/wp-content/uploads/2023/10/report_historical_final.pdf
106. Oja, T., Ellmann, A., Mardla, S. (2019). Gravity anomaly field over Estonia. *Estonian Journal of Earth Sciences*, 68(2), Article 55.
107. Courant, R., Hilbert, D. (1989). *Methods of mathematical physics, Volume I*. Singapore, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co KGaA.
108. Saari, T., Bilker-Koivula, M. (2015). Evaluation of GOCE-based global geoid Models in Finnish Territory. *Geophysical Research Abstracts*, 17, EGU2015-4165, 2015 EGU General Assembly 2015. [Skatīts 2024. gada 1. jūlijā]. Pieejams: <https://meetingorganizer.copernicus.org/EGU2015/EGU2015-4165.pdf>
109. International Center for Global Gravity Field Models. (2024). [Skatīts 2024. gada 1. maijā]. Pieejams: https://icgem.gfz-potsdam.de/tom_longtime
110. Varga, M., Grgč, M., Oršulić, O. B., Bašić, T. (2019). Influence of digital elevation model resolution on gravimetric terrain correction over a study-area of Croatia. *Geofizika*, 36(1).
111. Sanso, F., Sideris, M.G. (2013). *Geoid determination: Theory and methods*. Springer.
112. Tscherning, C. C., Arabelos, D.N. (2010). Gravity anomaly and gradient recovery from GOCE gradient data using LSC and comparisons with known ground data. Nels Bohrs institute. [Skatīts 2024. gada 1. septembrī]. Pieejams: https://earth.esa.int/eogateway/documents/20142/37627/Gravity_Anomaly_Gradient_Recovery_GOCE_C.C.Tscherning.pdf

113. Bjerhammar, A. (1962). Gravity reduction to a spherical surface. Royal Institute of Technical Geodesy, Stockholm.
114. Medium. (S.a.). Machine Learning (Part 21): – Normal equation. [Skatīts 2024. gada 1. jūnijā]. Pieejams: Machine learning (Part 21)-Normal Equation | by Coursesteach | Medium
115. International Terrestrial Reference Frame (ITRF) [tiešsaiste]. ITRF [skatīts 2024. gada 24. augustā]. Pieejams: <https://itrf.ign.fr/en/network/domes/description>
116. Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra. (2021). Bāzes stacijas RĪGA, Latvijas 1992. gada koordinātu sistēmas sākumpunkta Rīga un satelītu lāzerlokācijas stacijas teleskopa ģeodēziskā sasaiste (Pārskats). Rīga.
117. Vigodskis, M. (1968). Augstākās matemātikas rokasgrāmata. Rīga: izdevniecība "LIESMA".
118. Koordinātu pārrēķinu kalkulators [tiešsaiste]. Latvijas Ģeotelpiskās informācijas aģentūra [skatīts 2024. gada 24. augustā]. Pieejams: <https://www.lgia.gov.lv/lv/koordinatu-parrekinu-kalkulators-0>

